

高中「綜合數學」時期的教材特色

單維彰·100年4月20日

起初，我只是想要探詢：高中課程裡的代數基本定理，線性規劃，和轉移矩陣是怎樣發展、演變至今的？這份好奇心被過度張揚，導致我經常專程驅車台北，坐在國立編譯館四樓的教科書資料室地板上，一冊一冊地翻閱著老教科書。這些老舊的教科書，雖然越讀越有趣，卻始終害我錯過該在本欄繳交報告的時間。

我們已經知道（本欄3月）民國53年以前的數學課本，屬於「分科傳統數學」時期，一冊一個專題。其後到民國60年之間，稱為「形式數學」或「新數學」時期。代數基本定理是早就在教材裡的「固有」課題，而線性規劃首次出現於李新民教授主編的東華版第四冊教科書內（民國57年）。這個時期的數學課本裡，「可以說」還沒有矩陣和機率，當然也就沒有轉移矩陣。

所謂「新數學」是指受到美國SMSG (School Math Study Group) 影響而發展的數學教育內容。SMSG是美國在西元1958年，受到蘇聯成功地將一枚人造衛星(Sputnik)送上太空軌道的刺激後，迅速改弦更張而編就的數學教材。在SMSG計畫於西元1977年正式終止之前，它的名譽就不算好。最常聽說的比喻就是，SMSG的課本這麼寫著：『妳要加的不是兩根手指頭和三根手指頭，而是2和3這兩個概念。』這或許只是個誇張的笑話，作者本人並未躬逢其盛，不知道這套教材究竟寫著什麼？而SMSG對數學教育的影響，可以用數學史大師Morris Kline在1974年出版的一冊小書《為什麼小強不會加？》做為結論(Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math)。

民國53—60年間的數學教科書多數在封面或序言上，聲明其參考或依循了SMSG教材。但是台、美的教育環境非常不同，而以當時的資訊流通速率之慢，究竟這段時期的教科書受SMSG多少實質的影響？個人認為還是個可以研究的課題（但是它或許並不急著被研究）。就拿東華版的第一冊目錄來看（感謝從建中退休的石厚高老師慷慨贈送他私人的藏書，民國57年修訂一版），某些標題還真的流露出一股純數學的冷冷氣氛：

1-1 公設與無定義名詞 ... 2-4 「介於二點之間」的意義 ...

民國60年2月頒佈、61學年開始實施的〈高中數學課程標準〉，也被稱為「綜合數學」時期。此時的教科書還是一綱多本，共有三間出版社的四個版本。舉各版第一冊第一章的標題為例，可以看出來，這些教科書（反向地）呼應新數學的抽象形式，有著看來和藹可親的章節標題（這段時期的大學聯考試題，可都是另外一回事）：

數理范版：第一章 怎樣學習數學（高中數學的研討對象、教育目的）

數理黃版：第一章 什麼是數學（是一種語言）

東華版：第 0 章 告讀者（數學教育的目的）

實驗版：第 1 章 引言（數學教育的目的）

數理公司出版兩套數學課本，一套出自師大團隊，由范傳坡教授領銜；另一套由台大黃敏晃教授執筆，在第一冊的第一版發行之後，才有三位高中教師加入編撰陣容。東華版還是由李新民教授領銜，作者陣容龐大，可謂清大的版本。實驗版的作者埋名在「高中數學實驗教材編輯小組」裡面，由「國立編譯館」出版，堪稱「部編版」的鼻祖；據說前兩冊由項武義教授執筆，後面由黃武雄教授接手（他們當時都在台大）；而黃教授自民國 62 年起，親自到「省立彰化高中」實驗講授這套教材。

這個時期的課程，從第四冊才開始講複數，而複數的極式用了 $re^{i\theta}$ 形式。所以，在第二冊講二次方程式的時候，還是說 $x^2 = -1$ 無解。代數基本定理被移到了第六冊，各版本都行禮如儀地介紹了它，也都提到高斯 (Gauss) 在 1799 年的偉大證明，而後大同小異地說『本定理的證明超出本書範圍，從略』（數理范版），『證明太難，就此省略』（數理黃版），『證明遠超出本書的範圍，所以只把它敘述在下面』（東華版），『證明（現已有很多種）需要更多的數學工具，而超出本書之範圍，故予以從略』（實驗版）。

而當時介紹代數基本定理的情境，比現在稍微「合理」一點。原因是，課本裡都講解了三次方程式和四次方程式的公式解。至少，不超過五次的方程式，都符合了代數基本定理，可以讓這個定理看起來合理而且具體一點。

至於線性規劃，則還是東華版的「獨家」教材。或許是課程標準中沒有合適的位置安置線性規劃（僅第二冊有不等式單元，但是在那裡只有一元 n 次不等式和算幾不等式，不適合講線性規劃），東華版在（自然組）第六冊的第四章「總複習」之中，將線性規劃安插在 4-4「不等式與極值問題」的一道例題裡（例 8）：

設 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $2x + y \leq 12$ ， $x + 2y \leq 12$ 。求 $x + y$ 的最大值。

它的下一題（例 9）將類似的想法推廣到非線性問題：求 xy 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 範圍內的極值。社會組的第六冊也有同一道線性規劃題目。習題中有一道類似題目，但是並沒有情境，只是單純的從給定的數學形式求極值。

這段時期的教科書，對於行列式多所著墨，但是「可以說」並沒有矩陣的教學。實驗版用矩陣記錄坐標變換和線性映射，數理黃版講了其實是方陣乘法的「行列式乘法」，只有東華版正式將矩陣列為標題（第六冊第一章），並探討矩陣乘法的代數性質。所以，轉移矩陣還是沒有出現。

下一回合的課程更張，就到了民國 72 年。