

轉移矩陣是怎樣進入高中教材的？

單維彰·101年10月13日

本欄在100年3月提出一個問題：高中課程有三項看來「孤立」而疑似我國所獨有的課題：代數基本定理，線性規劃，和轉移矩陣。於是作者起了好奇之心，想要知道這些課題是怎樣進入高中數學課程的？受這股好奇心的驅使，他在國立編譯館「教科書資料中心」書架間的地板上消磨了許多個下午，翻閱民國51年以來的數學教科書及相關課程標準（綱要）文件。前兩項課題的讀書報告已經在本欄分享過了，如今報告第三項。

如果我們將民國53年頒佈高級中學各科教材大綱之前的時間，當作台灣（民國以來）的「第一代高中課程」，則從民國53年起，歷經60年、72年、84年的改版，可依序視為第二代至第五代的課程。至於改變不太大的95暫綱可以視為第5.5代，所以目前實施的99課綱（本應自98年起施行）是為第六代（其數學與自然科學部分即將面臨微調）。在這六代高中課程當中，教科書的「一綱多本」是常態，唯獨第四代（民72）出現了所謂的「國編本」。而轉移矩陣就在這時期進入了高中數學課程。這套課本從73學年出版到87學年（以第一冊為準），獨佔高中數學教育達十五年，可謂影響深遠。

72年版的課本由師範大學科學教育中心主編，國立編譯館審查、出版，正中書局經銷。以前在教科書市場裡的眾書局變成了「印行者」。其中數學科的內容由「高級中學數學編輯小組」負責，主持人有李恭晴，呂溪木，林福來，陳冒海，編輯委員包括朱建正等13人。前代教材的諸位作者，幾乎都沒有名列其中。

林福來教授是大家都很熟悉的數學教育前輩，也是作者非常敬仰的老師，見他名列當年的主持之列，便要求向他當面請教。特別感謝林教授在緊密的行程中接見我兩次，對我的每個問題都爽快而且認真地回答，而且帶我參觀了他的私人書庫。

林教授是台南縣歸仁鄉的戰後第一代農家子弟，1969年畢業於師範大學數學系。當我在今年8月初二度拜訪他時，他笑著說『從今天起正式延退』。林教授於民國65年自美國復旦大學（Fordham）獲得數學博士學位，隨即返回母校任教，當時的研究主題是「偏向幾何課題的複變函數論」。

72年版的課程標準與材顯示了旺盛的企圖心，有以下事例為證。數學與自然科學的教材由位階很高的「教育部科學教育指導委員會」（民國68年9月成立）委託研究，先編寫《實驗本》提前三年在中正國防幹部預備學校試教，後來又有中央研究院的吳大猷院長擔任總指導。最後，因為吳院長在政府內閣中的影響力，使得師大科教中心編輯的教材，從參考本變成了「國編本」。在國編本的十五年歲月中，除了紙質和印刷都明顯逐年提高品質以外，在「節」的層次都還略有變更，顯見自我調整和意見回饋的機制都是有效的。

《實驗本》第一冊在 69 學年開始試教，而林福來教授名列主編（後來的修訂版，就改為陳冒海教授主編了）。研究和編撰教材的起步時間，至少應在一年以前，可見林教授在返國後不久的 67 年或 68 年初，就開始思索高中數學教材了。推算起來，他當時大約 31 歲。當 68 年底科指會委託師大科教中心研究（72 年版）數學課程標準和教科書之初，林教授就在主持名單之內。

在高中教材的編撰過程中，林教授有所感悟：他體認到教育思維與數學思維的差異，例如，前者須要合理的推論加上證據的支持，而後者根據證明，也深感設計課程時所能依據的證據太過貧乏，以及對於數學教育的任重而道遠。在這樣的氛圍下，林教授在民國 70 年成爲國科會科教處資助的第二批海外進修學者，暫停台灣的工作而前往英國劍橋一年。

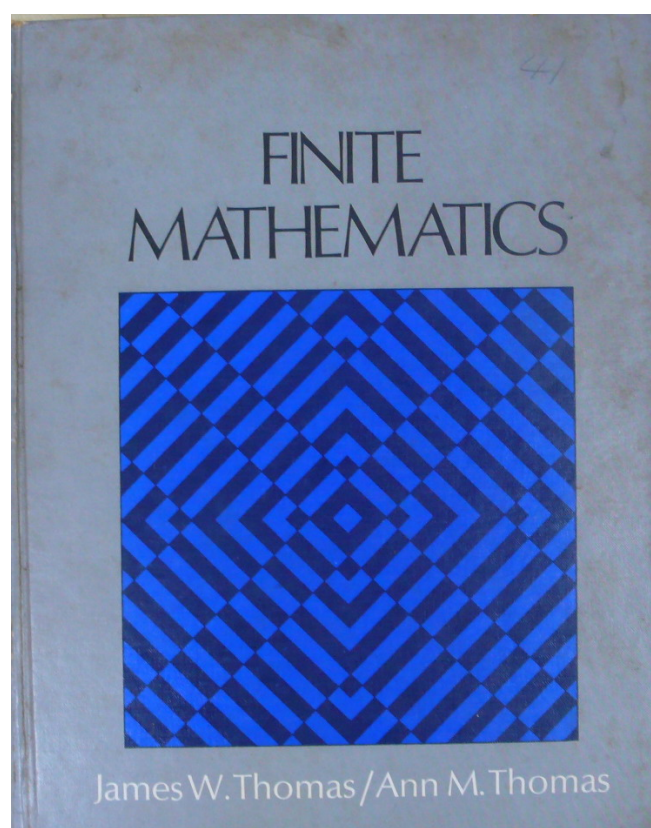
在劍橋的一年，林教授不以訪問學者自居而成爲全職學生。教授們也當他是學生，指導他在一年（三個學季）內撰寫了兩篇短論文 (essay) 和一篇學位論文 (thesis)，正式獲得劍橋的數學教育碩士學位 (Master of Philosophy in Mathematics Education, University of Cambridge, UK)。其中一篇短論文 “Textbooks as the Source of Learning Mathematics” 在民國 72 年發表於師大學報 (28)，而學位論文 “The secondary school mathematics curriculum projects in Taiwan - analysis and criticism” 則改寫成研討會論文，發表於同年的 Proceeding of the 1st Asian-Pacific Conference on Science Education。從此，林福來教授正式成爲數學教育的學者，而逐步成爲台灣數學教育的領航人。事實上，不僅於台灣，他也在西元 2007—10 年間擔任國際數學教育心理學學會的理事長。

本篇的討論主題：轉移矩陣，可以算是林教授早年留下的痕跡。在民國 70 年前後，數學與科學教育圈已經揭纛了「數學課程須著重應用」的大原則，而且那是 Apple II 和 IBM PC 剛登場的時代，台灣的電子產業正開始欣欣向榮，有識者看準了電子計算機將帶來的全面性革命發展，而呼籲課程內容須有因應。

在上述環境中，林教授在出發赴劍橋進修之前，以委員身份提出關於「離散數學」的內容建議。而他當時的參照，是在復旦大學留學期間擔任助教使用過的教科書：

James Thomas and Ann Thomas, *Finite Mathematics*, Allyn and Bacon, 1973.

在這本書的封面裡，還寫著當年的課表。此書共分六章，第三章是排列組合，第四章是古典機率，第五章是矩陣。矩陣那章的前五節從頭開始介紹基本觀念和算則，第 6 節的標題是馬可夫鏈；而第六章第 2 節是里昂提夫模式。



Thomas and Thomas那本書的選材與形式，影響了72年版的「國編本」關於離散數學的教材；他們的5-6和6-2，被編進了高三選修《理科數學》下冊第二章〈矩陣〉的第6節「矩陣的應用」裡，包括占了8頁篇幅的「乙、馬可夫鏈」。

到了下一代的84年版課程標準，教科書恢復一綱多本。《理科數學》下冊的〈矩陣〉挪到了《數學甲》上冊，但是捨棄了「矩陣的應用」那一節。唯獨「馬可夫鏈」改名為「轉移矩陣」，被挪至「矩陣乘法」那一節，成為矩陣乘法的一種範例。各教科書版本處理轉移矩陣的差異相當大，篇幅從10頁到3頁皆有。不論如何，轉移矩陣就這樣傳到了今天。

James Thomas和Ann Thomas恐怕並不知道，他們的大學教科書居然輾轉影響了台灣的高中數學課程。