

## 「幾何」原本

單維彰·98年8月11日

每當我們對一個好奇心旺盛而且腦筋清楚的人，說『輾轉相除法』在西方稱為『歐幾里得演算法』，再加一句解釋，說此演算法出現在後者的名著《幾何原本》裡面，經常立刻被反問的問題有二：那麼『輾轉相除法』是中國固有的嗎？既然是「幾何」原本，為什麼還包括計算最大公因數的算法？第一個問題簡單，高中數學課本可能就有交代，我在第二段說。第二個問題就可以拉長一點，這是最感興趣的一段故事。思考本月內容的時候，受到「八八水災」的震撼，感到萬般的無奈，心情沈重而終日茫茫。於是，就撿這個老故事來說說吧。

『輾轉相除法』確實是我們的「固有」文化遺產，出於《九章算術》。這本書集結了周朝與漢朝的數學發現，成書於東漢年間，作者已不可考。書中列舉246個數學命題，依其性質分成九類，所以稱為「九章」。三國時期的魏國人劉徽為它作注（西元263年），使得這部古籍得以流傳下來。至於『輾轉相除法』是什麼？讀者只要搜尋一下便知，此處不再贅述。

歐幾里得 (Euclid) 是希臘托勒密一世時代 (公元前 323—285) 的人；稍微粗糙地比對，希臘哲人蘇格拉底在世的時間大約與孔子同期，而歐幾里得大約與孟子同期。他並不生活於今日的希臘境內，而是尼羅河口的亞歷山卓 (Alexandria)，如今屬於埃及，當時由希臘人統治。他的這部著作英譯為《Elements》，在他所寫的六部數學書籍之中，這是「入門」的一部，正如其標題所暗示的：基礎、原理。它可以被理解成當年學習高等數學的基礎教材。

《Elements》所涵蓋的數學基礎，並不止於幾何。事實上，這一部著作共分13卷，前6卷大約全是平面幾何，但是第2卷其實以幾何表徵處理了各種平方乘法公式，例如命題4以面積闡述  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ，在我們的國中數學課本裡也看到這種解釋的手法。國中課程中的平面幾何，大約都在第1卷（關於垂直、平行、三角形）和第3卷（關於圓與弦）。例如給定一任意角，求做角平分線，是第1卷的命題9。例如畢氏定理是第1卷的倒數第二個命題(47)，其逆敘述則是第1卷的最後一個命題。

第7卷開始講整數，例如輾轉相除法，就是第7卷的命題2。第10卷探討無理數與平方根的運算，第11卷探討空間中的直線與平面，第12卷證明了「圓面積正比於直徑平方」，「球體積正比於直徑立方」和「錐體體積是底面積乘以高的三分之一」這些體積公式，第13卷專論（僅有的）五種正多面體。

從以上的簡述應該明白：這部書不僅是幾何。雖然有人主張應該稱之為《原本》，但大多數人還是習慣稱之為《幾何原本》。這個「膾炙人口」的譯名，似乎已經根生蒂固於我們的文化之中。而原因，實在是因為它有四百多年的歷史。就在兩年前，西元2007年，華文世界正在慶祝《幾何原本》的出版400週年：萬

曆三十五年（西元 1607 年），徐光啓與利瑪竇合譯的《幾何原本》刻印刊行了。

利瑪竇 (Mateo Ricci) 在西元 1552 年生於屬於天主教皇的一個城邦，在 26 歲上，乘了半年的船到印度傳教；四年後經澳門進入明朝時期的中國。此後再也沒有回歸故鄉，西元 1610 年逝於北京，得年不滿 58 歲。他 19 歲時加入耶穌會 (Jesuit)，這是在馬丁路德發起宗教改革之聲以後，天主教內產生的一個修會，其特色之一是非常重視教育，而且不排斥「科學」教育。他們之中，許多人懷抱著「埋骨何需鄉梓地」的豪情，遠赴世界各地傳教。來到中國的耶穌會傳教士，可以列出一份響噹噹的名單：利瑪竇、湯若望、南懷仁、郎世寧、...

關於利瑪竇在耶穌會所受的科學教育，僅需指出一點：他的數學老師是克拉維 (Clavius)，就是他修訂了陽曆，而沿用至今。克拉維也發明了今天採用的閏年規則：四年一閏，逢百取消，四百補回。

徐光啓生於西元 1562 年的上海，比本欄作者大 400 歲，比利瑪竇小 10 歲。這位思想前衛的知識份子，在 41 歲上，受洗成爲天主教徒，教名保祿 (Paul)。次年考取進士，任職於北京的翰林院。我們可以想像，徐光啓的國學根底深厚，至少足以在科舉考試中脫穎而出。他可能也從神父那兒學了一點拉丁文，並初步地認識西歐的文明。在中了進士之前，他可能從《周髀算經》和《九章算術》學習過傳統的數學。儘管如此，我邀請讀者想像徐光啓的狀況：44 歲，讀了一輩子的中國經典，隔著不認識的文字，初次學習數學。這樣就能體會，他的智能和毅力，是多麼地令人敬佩。

當年 54 歲的利瑪竇來華二十多年，在文人雅士之間頗爲優遊自得，想必已經學得了華語。當時的狀況是：利瑪竇用華語講解拉丁文版的《Elements》給徐光啓聽，而後者在學懂之後，以中文寫出來。一年多的學習，完成了這部書的前六卷，恰好就是平面幾何的那一部份。徐光啓學得熱血澎湃，要求利瑪竇繼續講完，可是利瑪竇想休息一下，但是他三年後就過世了。

所以，中西首度交會所做的《Elements》翻譯，就這麼擱置下來。一擱 250 年，到了清末的 1857 年，才由李善蘭和一位英國人翻譯了其餘數卷。既然徐光啓的譯本已經名爲《幾何原本》，李善蘭補齊的那一部份，也就跟著稱爲《幾何原本》。「幾何」兩字，就這樣流傳至今。

若說是因爲徐氏所譯的部分恰好都是幾何，所以譯本稱爲「幾何」原本，則可能犯了倒果爲因的錯。事實上，應該是因爲徐氏選用的譯本標題，使得那 6 卷的內容，後來被稱爲「幾何」。因爲，幾何兩字，在徐氏的譯本書之前，並沒有如今這個數學分支的意義。

那麼，爲什麼徐氏選擇了「幾何」兩字？可能是拉丁文 Geometria (即幾何學之義，發音類似英文的 geometric)。其字頭「Geo」就是「幾何」之音的來源。

可是，徐氏雖然沒有翻譯後面 9 卷，卻知道它們的存在。而他極可能知道後面 9 卷的主題涵蓋整數、方程式與空間幾何。所以，徐光啓極可能知道《Elements》這部書包括了當時「所有」數學的基礎。而「幾何」之詞，中國固有，按字面就

是「有多少」的意思。例如曹操的《短歌行》開頭便嘆：

對酒當歌，人生幾何？

譬如朝露，去日苦多。

所以，徐氏之本意，可能要用「幾何」兩字涵蓋《Elements》的所有課題：關於圖形的用「幾何」的音來表達，關於數與量的，用「幾何」的義來表達。換句話說，徐光啓心目中的「幾何」，可能就是今天我們所謂的「數學」。所以他為譯本所取的名字，以今日用語再翻譯一次，就是：《基礎數學》。如果我們了解：《幾何原本》就是《基礎數學》，它當然會包含像『輾轉相除法』這樣的課題。