

# PISA 與 西方的數學教育觀

單維彰 · 2023 年 5 月 9 日

國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## OECD

Organisation for Economic  
Cooperation and Development  
( 聯合國 ) 經濟合作與發展組織



1948、1961...

## PISA


Programme for International  
Student Assessment  
國際學生評量計畫 · since 1997

國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## Why OECD?

- ◆ 經濟發展 ← 人力資源 ← 教育與訓練
- ◆  學校教育的目標傾向於傳遞經典知識
- ◆  教育也該為社會參與和職業生涯做準備
- ◆ 藉國際評量間接表達立場

「各國基礎教育是否賦予國民解決問題的能力？」



國立中央大學 通識核心課程—

## 所謂素養

國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## 「素養」

- ◆ 中文普通詞彙
- ◆ 早用在數學教育裡
  - ◆ 民 57 (1968) 數學教育論文
  - ◆ 民 72 (1983) 高中數學課程標準
- ◆ 2010 後：教育專門術語
  - ◆ 數學素養
  - ◆ 十二年國教-核心素養

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## 「數學素養」

- ◆ 對譯 mathematical literacy
- ◆ 以 PISA 之定義為基礎

## 「核心素養」

- ◆ 對譯 key/core competency
- ◆ 以 OECD: DeSeCo 之定義為模版
  - ◆ 1980 年代由美國引進「能力本位師資培育」  
competency-based teacher education

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

# 素養

# Competency

and / or

# Literacy

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

# 職能與識讀

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## Competence: 素養的職能觀

- ◆ Wiki (2016) Competence 的專門術語意涵
  - ◆ 人資 (人力資源)
  - ◆ 法律
  - ◆ 生物
  - ◆ 地質
- ◆ 人資領域：Competence → 職能

## 美國版「大躍進」

- ◆ 1957 年：蘇聯人造衛星 Sputnik 發射成功
  - ◆ 國安恐慌
- ◆ 國民教育領域
  - ◆ 新數學
  - ◆ 新自然
  - ◆ 新社會
- ◆ 職業教育領域
  - ◆ 「能力本位」competence-based



## 「職能」or「能力」

McClelland (1917-98, 哈佛大學心理系)

[1973] (當企業) 想要了解表現優秀與普通工作者之間的差異，找出並確認哪些是導致工作上卓越績效所需具備的**知識、技能及行為表現** ...

- ◆ 職能不只是智商、知識、技能，還有態度（透過行為表現出來）
- McClelland, D. C. (1973). Testing for Competence rather than for Intelligence. *American Psychologist*, 28(1), pp.1-24.
- 李嘉哲、鄭晉昌 (2008). 管理職能模型之建置—以A公司為例。第十四屆企業人力資源管理實務專題研究成果發表會。

## DeSeCo (1997)

- ◆ Definition and Selection of Competencies  
「職能」的定義與選擇
  - ◆ 能使用工具溝通與互動
  - ◆ 能在異質社群中與人合作
  - ◆ 能自主行動

以確保「個人的生涯成功與社會的良好運作」
- ◆ 108 課綱核心素養的「三面九項」

## 108 課綱「三面九項」

### ◆ DeSeCo 非為基礎教育

- ◆ 不涉及學科領域
- ◆ 個人進入社會前的準備
- ◆ 關心社會良好運作

### ◆ 民 100 後，引進臺灣

成為各階段各領域的  
國民教育目標



## PISA (1997)

### ◆ 各領域評量目標的定義與描述

- ◆ 數學：mathematical literacy
- ◆ 科學：scientific literacy
- ◆ 閱讀：reading literacy

### ◆ 論述教育議題時使用 literacy 而非 competency

- ◆ 原意：文字的讀寫能力（不含母語聽、說）
- ◆ 「知某數·識某文」《三字經》

## ... Literacy (字源)

- ◆ 拉丁古字：literate 識字者·能讀會寫的
- ◆ 1550 前後：illiterate 文盲·不識字的
- ◆ 1880 之後：literacy 為 literate 之狀態名詞
  - ◆ 去除文盲的狀態
  - ◆ 掃盲 (負面表述)
  - ◆ 識讀 (正面表述)

## Literacy ...

- ◆ 1880 年之後：
  - ◆ 讀寫算
  - ◆ 一切學習的共同基礎
- ◆ 1957 年創造新字
  - ◆ Numeracy: Number + Literacy
  - ◆ 正整數算術以外·增加分數、比例式、統計
  - ◆ 「數與量」：小學數學基礎內容

## Math Literacy > Numeracy

- ◆ 15 歲：即將完成國民共同基礎教育
  - ◆ 空間與形體
  - ◆ 以符號代表數
  - ◆ 兩量關係與變化
  - ◆ 不確定性

## 素養具有「能力」之意

- ◆ 素養的「職能」意涵
  - ◆ 綜合性
  - ◆ 完成教育之後的整體表現
- ◆ 素養的「識讀」意涵
  - ◆ 支持「專業化」所需的共同基礎
  - ◆ 學習的內容與過程
- ◆ 教育的實用主義

## 歐洲語言共同參考架構 CEFR

- ◆ 勿將語言的學習視為知識學習
- ◆ 功能導向：在真實情境下的語言溝通能力
- ◆ 「能做」can-do
  - ◆ 弱：語言知識（文法、字彙）
  - ◆ 強：語用能力（語言的連貫性、對言談的掌握）
  - ◆ 語用能力是 competence 而非 literacy

## 學科 vs 素養導向

- ◆ CEFR A1 → A2 → B1 → B2 → C1 → C2
- ◆ A2 閱讀指標：
  - 能了解日常標誌及告示：在街道、餐廳、車站等公共場所，或者在工作場合的指標、指引、警告標誌等。
- ◆ 學科導向：注重語言知識
- ◆ 素養導向：注重語用能力

## PISA 評量

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 簡單事實

- ◆ 2000 年起，每三年一次
- ◆ 三大評量目標：閱讀素養、數學素養、科學素養
  - ◆ 每次輪流作為主要評量目標
  - ◆ 另兩個目標為次
  - ◆ 以統計方法抽測，個人成績無比較之意義
- ◆ 臺灣 2006 年加入、新加坡 2009 年加入

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA vs TIMSS

- ◆ TIMSS 是另一個國際評量（較老牌）
- ◆ 評量之目的不同
  - ◆ PISA：國民教育完成後的「素養」
  - ◆ TIMSS：學校教育的實施成效
- ◆ 抽樣之母體不同
  - ◆ PISA：15「足歲」的在學者
  - ◆ TIMSS：四年一次，四年級與八年級學生

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 為國家教育政策把脈

- ◆ 先按人口與地域抽學校（臺灣 2012 抽 163 所）
- ◆ 從抽中的學校裡，隨機抽 40 名學生
  - ◆ 每名學生分配的試題不同
  - ◆ 若超過 15% 缺考則全校無效
  - ◆ 臺灣 2012 抽學生 6,037 名，出席率 96%
- ◆ 學生應使用計算工具
  - ◆ 2018 年前：科學型計算機
  - ◆ 2018 年起：上機考，測驗平臺附計算機

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## 數學素養導向評量的範例

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 的數學素養定義

個人在各種脈絡裡形成、使用、詮釋數學的能力。其中包括了數學推理，以及使用數學概念、程序、事實、工具來描述、解釋、預測現象。

數學素養有助於了解數學在世界裡扮演的角色，也能幫助未來的公民，做出有所依據且具反思性的判斷與決策。

( PISA 2012, 2015, 2018 )

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## 數學化

- ◆ 以數學方法解決問題的程序
  - ◆ 瞭解狀況並設計數學模型
  - ◆ 在數學內部就數學模型而計算與推論
  - ◆ 解讀數學推論的結果



國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## 數學溝通

- ◆ 數學作為一種語言
- ◆ 數學化的前段、中段雖可附會「溝通」能力，但著重於後段
- ◆ 將數學演繹的結果轉譯與解釋為解決問題的程序或方法
- ◆ 終極的溝通為數學證明，但非國民教育目標

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 級分：六等第

- ◆ 未達第一等第（零等第）
- ◆ 第一、第二等第沒有「溝通」能力描述
- ◆ 第三等第的「溝通」描述：
  - 能夠簡短地報告其結果與推理過程
- ◆ 第六等第無上界，其「溝通」描述：
  - 能夠精確表達其推理及省思過程，
  - 並能解釋數學結果針對原本問題的適用性

## 第一等第範例一

新加坡的美琳要到南非三個月，她需要兌換新幣 (SGD) 與南非幣 (ZAR)。當她出發的時候  $1 \text{ SGD} = 4.2 \text{ ZAR}$ ，她兌換 3,000 新幣，問拿到多少 ZAR？

( 某題組的第 1 小題 )

## 第二等第範例一

( 承上題 ) 當她回來的時候，要換回剩下的 3,900 ZAR，但匯率變成  $1 \text{ SGD} = 4.0 \text{ ZAR}$ ，問她能換回多少新幣？

( 前述題組的第 2 小題 )

- ◆ 前述第 1 小題僅需乘法運算
- ◆ 此第 2 小題需除法或比例概念

## 第四等第範例

( 承上題 ) 這三個月的匯率從 4.2 ZAR 變成 4.0 ZAR，使得美琳獲益還是損失？書寫回答並需說明理由。

( 前述題組的第 3 小題 )

- ◆ 表現「溝通」能力
- ◆ 非選題
- ◆ PISA 提供閱卷規準與人員培訓



## 不確定性

- ◆ 「數與量」及「代數」是我國的強項
- ◆ 「不確定性」(機率與統計)則為弱項

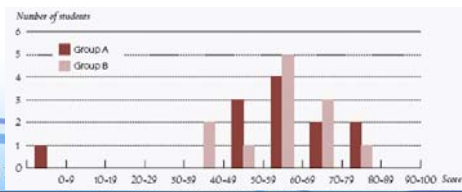


- ◆ 我國教材善於用機率、統計包裝代數試題
- ◆ 統計學習的特徵：數據少、層次低
- ◆ 機率學習的特徵：幾乎沒有教學，靠天分

國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## 第五等第範例

以下圖表顯示 A、B 兩組學生的測驗成績。50 分為通過測驗的門檻。因為 A 組平均 62.0 分而 B 組平均 64.5 分，老師說 B 組表現較優。如果妳是 A 組學生，該怎樣辯駁，說明其實 A 組較優？

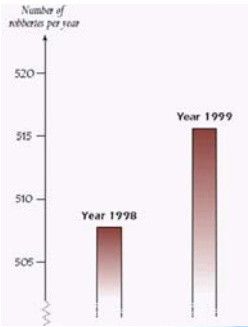


國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## 第六等第範例

某電視播報員展示右側圖表，並說「這張圖顯示 1998 至 1999 年間的搶劫犯罪數量暴增」。請問播報員的說法是否為這張圖的合理解讀？

- ◆ 可降至第四等第

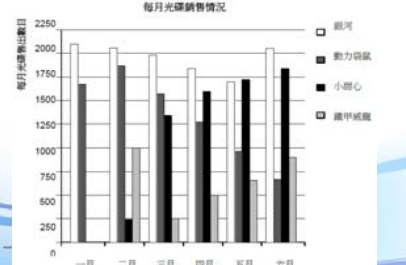


國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## 第一等第範例二

一月份，銀河樂團和動力袋鼠樂團發行了新光碟。二月份，小甜心樂團和鐵甲威龍樂團也發行了新光碟。下圖顯示這些樂團由一月至六月的光碟銷售量。在哪一個月份，小甜心樂團的光碟銷售量首次超過動力袋鼠樂團？

A. 沒有任何月份  
B. 三月  
C. 四月  
D. 五月



國立中央大學 通識核心課程—文化脈絡中的數學

## 第二等第範例二

小青剛獲得一輛新單車，單車的手把上有測速器。這個測速器可以讓小青知道，她騎單車的距離以及路程的平均速度。

在一趟旅程中，小青在前 10 分鐘騎了 4 km，接著的 5 分鐘騎了 2 km。下列哪一個敘述是正確的？

- A) 小青前 10 分鐘的平均速度比後 5 分鐘的平均速度快。
- B) 小青前 10 分鐘的平均速度比後 5 分鐘的平均速度相同。
- C) 小青前 10 分鐘的平均速度比後 5 分鐘的平均速度慢。
- D) 從上述資料無法判斷小青的平均速度。

## PISA 啟示一： 考試時間不宜太短

## 評量時間

- ◆ 施測時間共 3 小時 30 分鐘
- ◆ 學科試題 2 小時，問卷調查 35 分鐘
- ◆ 基測：70 分鐘  
會考：80 分鐘
- ◆ 題目少，難度與內容的分布就窄
- ◆ 時間短「焦慮」指數高，「速度」需求強

## 東亞病夫？

- ◆ PISA 不認為  
「15 歲少年能否接受 120 分鐘測驗？」  
值得討論
- ◆ 學測：100 分鐘（香港文憑試 210 分鐘）  
指考：80 分鐘（香港文憑試 150 分鐘）
- ◆ 延長時間搭配命題規準
  - ◆ 對每一能力層次與性向特徵的學生都具有測驗的效度
  - ◆ 降低數學考試的焦慮
  - ◆ 矯正數學解題拼速度的積習

## PISA 啟示二： 超大標準差的警訊

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 量尺分數

- ◆ PISA 不是「國際數學大競試」
- ◆ 量尺分數並非考生「平均成績」
- ◆ 橫向（跨國）與縱向（三年一次）相對比較
  - ◆ 量尺分數的「理論」平均設定為 500
  - ◆ 量尺分數的「理論」標準差設定為 100
- ◆ 數學素養：數據比較不能只看平均值
  - ◆ 至少要搭配標準差

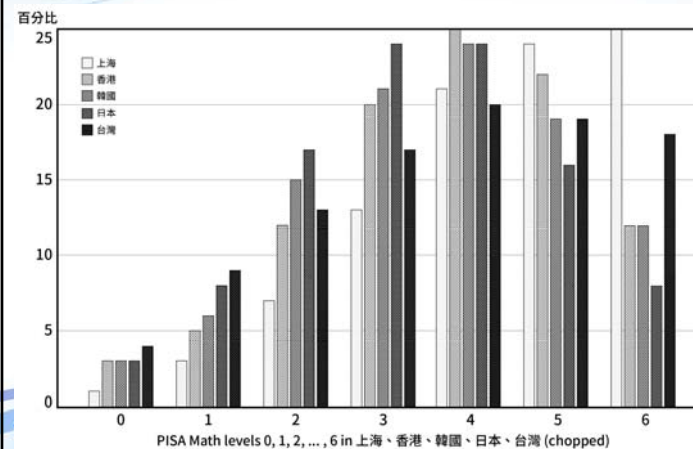
國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## 臺灣不想要的「第一名」

- ◆ 2006 年：標準差世界第三高 (103、世界平均 92)
- ◆ 2009 年：標準差進步為世界第一高
- ◆ 2012 年：標準差保持世界第一高  
(116、遠遠領先第二名 105)
- ◆ 並非「雙峰」，而是「尾大」

國立中央大學 通識核心課程－文化脈絡中的數學

## PISA 2012 五地分布圖



## 未達第二等第

- ◆ 2012 年數學 13% 東亞第一高 (全世界第 10)  
(2015 年科學 12%)
- ◆ 第二等第約當 5、6 年級數學內容
- ◆ 未達第三等第應為會考 C 待加強 (國中數學不及格)  
PISA 2012 顯示 26% 但會考約為 33%
- ◆ 國教院認為以人數而言主要在城市、市鎮

## 山不厭高·海不厭深

- ◆ 不要廢掉第五、第六等第的優勢  
(2012 數學 37%·2015 科學 15%)
- ◆ 表現「素養」·並非書呆子
- ◆ 但可設法提升興趣與自信



## 濟弱扶傾

- ◆ 提攜後段·降低「未達第二等第」百分比
- ◆ 已有官方民間多元投入  
(2015 較 2012 降低 0.1%)
- ◆ 切莫削足適履—降低全體學習內容

## 建議一：課綱的層次設計

- ◆ 補救教學的取捨
- ◆ 評量的參照標準
- ◆ 例如：負數
  - ◆ 方程式圖形
  - ◆ 聯立方程求解
  - ◆ PISA 有幾題？
  - ◆ 能作「小減大」即可？

## 建議二：善用工具

- ◆ 機械工具：肢體的輔具
- ◆ 資訊工具：腦力的輔具（含電算器）
- ◆ 拒絕資訊工具 → 侷限腦力開發
- ◆ 方程式圖形
  - ◆ 聯立方程求解
  - ◆ PISA 有幾題？
  - ◆ 能作「小減大」即可？

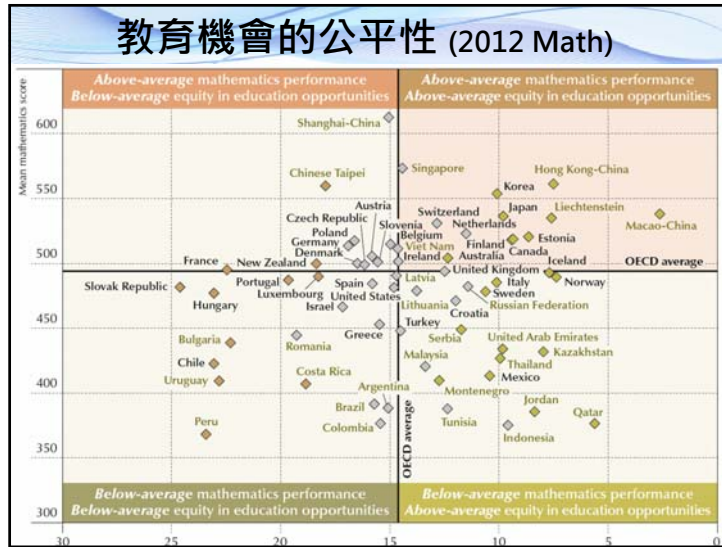
## Why should we care?

- ◆ 不僅是為「公平正義」
- ◆ 不為提高 PISA 排名
- ◆ 提高社會穩定性
- ◆ 為了「民主」

## PISA 啟示三： 教育機會的不公平現象

## 教育機會公平性

- ◆ 大標準差未必等於不公平
- ◆ 真正的公平是「機會」的公平
- ◆ 學生學習表現 vs 家庭社經地位
  - ◆ 高相關 → 教育機會的公平性低
  - ◆ 低相關 → 教育機會的公平性高



## 數學教育的罪與罰

- ◆ 病急亂投醫：「降低數學課程時數」
- ◆ 縮減學習時數，但課綱內容與國際相當
- ◆ 注入課外學習時數 ← 家庭介入
- ◆ 2000 年起不再將數學視為基礎學科（國、英）
- ◆ 有罪：數學的教學與評量
- ◆ 懲罰：全國學生的學習時數

## 有罪，罰錯對象

- ◆ 雙方面同步解決
- ◆ 數學教育：
  - ◆ 數學作為一種語言：素養教育
  - ◆ 數學教師需提升教育專業
  - ◆ 贏得社會的信任
- ◆ 教育政策：
  - ◆ 國、英、數為基礎工具學科
  - ◆ 教學時數應相當

## 結語：

才能天賦 vs 人定勝天

## 信神的人

- ◆ 相對而言，他們認為我們「沒有信仰」
- ◆ 天賦：gift (禮物)
- ◆ 天才：gifted (受贈者)
- ◆ 有或沒有，非關人事

## 不信的人

- ◆ 不是因為「沒天賦」，是因為「不努力」
- ◆ 勤能補拙，人定勝天
- ◆ 語言與言談 → 社會環境 → 個人思維

**知識之所以就是力量**  
**教育之所以讓人自由**  
在理所當然的日常生活裡  
看清緣由和脈絡  
有更多機會解開身心枷鎖

## 「素養」

- ◆ 西文脈絡：
  - ◆ 職能
  - ◆ 識讀
- ◆ 中文脈絡：
  - ◆ 平常就表現出來
  - ◆ 專業以外的學識或能力

