

# 組合數與二項式定理

數碩四 91221015 張志翔

## 單元一:組合數的基本性質及運算

已知一  $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$  已知二  $C_r^n = C_{n-r}^n$  已知三  $C_{r-1}^{n-1} + C_r^{n-1} = C_r^n$

1. 以下何者正確

(a)  $C_2^5 = C_3^5$  (b)  $C_8^{10} = \frac{10!}{8!2!}$  (c)  $C_8^{10} = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2}$  (d)  $C_0^5 = 1$  (e) 以

上皆正確

2.  $C_5^{20} = C_{m+6}^{20}$  求 m

ANS: -1 or 9

3. 利用已知三求  $\sum_{k=0}^{99} C_k^{k+1}$

ANS:  $C_{99}^{101} = 5050$

## 單元二:二項式定理

$$(1+x)^n = C_0^n x^0 y^n + C_1^n x^1 y^{n-1} + \dots + C_{n-1}^n x^{n-1} y^1 + C_n^n x^n y^0$$

4. 利用二項式定理求

(a)  $C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n =$

ANS:  $2^n$

(b)  $C_0^n + C_2^n + C_4^n + \dots =$

ANS:  $C_1^n + C_3^n + C_5^n + \dots$

5.  $(C_0^n)^2 + (C_1^n)^2 + \dots + (C_n^n)^2 =$

ANS:  $C_n^{2n}$

Hint:  $(1+x)^{2n} = (1+x)^n \cdot (x+1)^n$