

線性變換

1. 將任一點 $P(x, y)$ 變換到另一點 $P'(X, Y) = P'(ax+by, cx+dy)$ ，如何以矩陣的方式表示 (X, Y) 與 (x, y) 的關係？
2. 將點 $P(\sqrt{3}, 1)$ 繞原點 O ，逆時針旋轉 30° 後，所變換到的點 Q 坐標為 (a, b) ，求 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 以 x 軸為鏡射軸，將點 $P(x, y)$ 鏡射後變換到 $P'(X, Y)$ ，則如何以矩陣的方式表示 (X, Y) 與 (x, y) 的關係？
4. 以直線 $y = x$ 為鏡射軸，將點 $P(2, 1)$ 鏡射變換到 $Q(a, b)$ ，求 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 直線 $L: 2x - y = 1$ 在方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 所定義的推移變換之下，變換成直線 L' 的方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：1. $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

2. $(1, \sqrt{3})$

3. $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

4. $(1, 2)$

5. $2x - 7y = 1$