

2-3 乘法和除法

數4A 93201008 陳奕君

我們以前學過正數的乘法和除法，但是從第二章我們開始認識負數，知道負數的加減法之後，再來就是乘除法了。所以該如何做正負數之間或兩負數之間的乘除，將會是這節我們要知道的重點，首先討論乘法，再來看除法。

◎一般數的乘法：

在小學的乘法裡告訴我們乘法就是連加的意思，例如 $5+5+5$ 可以寫成 5×3 ，所以當我們探討到一個正數乘以一個負數的時候，對國中的學生來說比較好理解，例如

$$(-5) \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) = -(5+5+5) = -(5 \times 3) = -15$$

從這裡我們可以知道，當一個負數乘以一個正數的時候，可以先將負號提出，在去算這樣就會變的簡單很多。於是， $(-a) \times b = -(a \times b)$ 和 $a \times (-b) = -(a \times b)$ 這種先將負號提出來再算的方法就不難了解了。

對於一正數乘以一負數來看只要提出負號，這是很具體的，但是如果當負數乘以負數的時候，就很難用情境來理解，但是如果我們將 $(-a) \times b$ 和 $a \times (-b)$ 做熟練的時候，我們只要把 $(-a) \times (-b)$ 以上面的方法先將 a 的負號提出，在算 $a \times (-b)$ 時，在將 b 的負號提出，這樣就可以得到答案。

老師建議：如果把兩負數的相乘看成一個正數乘以一個負數做兩遍，可以避免掉設計兩個負數相乘的情境的麻煩。

◎倒數：

在小學的時候學過，如果兩個數相乘等於 1 的話，則稱兩數互為倒數，所以接下來我們要探討負數的倒數。例如 $(-1) \times (-1) = 1$ 我們可以從前面的乘法知道， (-1) 的倒數是 (-1) 。

P98 例4的第三小題： $13\frac{1}{5}$

Sol:

$$13\frac{1}{5} = -\frac{66}{5} \quad \text{所以 } 13\frac{1}{5} \text{ 的倒數為 } -\frac{5}{66}$$

Tip:

遇到帶分數時，要提醒學生先換成假分數在去計算，不然會產生很大的問題。

例5: a的倒數是 $-1\frac{2}{3}$ ，求 a

Tip:

這裡要先告知同學，倒數的倒數是自己，可以利用正分數分子和分母對調來說明。

◎一般的數的除法:

在前面已說過，除就是乘以他的倒數，所以我們才會在上一小節教倒數。在我們介紹負數的時候，我們就可以把減法簡化成加法，在介紹分數的時候，把除法簡化成乘法。值得注意的是，除法沒有交換律，但是在三位數乘除法的時候，例如 $axb \div c$ 的時候，可以看成 $a \div cxb = ax\frac{1}{c}xb$ 那是因為將除法看成乘法，所以在除法裡沒有特別註明他的性質。

雖然在課本中提到，同號的兩數相除，其值為正。異號的兩數相除其值為負。雖然沒有不妥，但是應該要用乘以倒數來代表除會比較好。唯一要注意的是，除數不能為零。我們可以從p101的隨堂練習之道分數就是兩個數相除，也可以由 $-\frac{2}{7} = \frac{-2}{7} = \frac{2}{-7}$ 知道，如果分數只有一個負號，則不管它放在分子和分母都一樣。

在 P102 上方， $\frac{-2}{-7} = \frac{(-1) \times 2}{(-1) \times 7} = \frac{2}{7}$ ，這裡用到 $-a = (-1) \times a$ 這個方法，但是卻在 p103 頁才提，加上消去法從 99 頁到 102 頁都未提到，這樣用有點不符合邏輯，其實可以看成 $-2 \times -\frac{1}{7}$ ，這樣再用乘法的負負得正就可以知道答案。

老師建議:像消去法這種東西在正數或自然數的乘除法出現過，但是負數是一個新的東西，如果拿舊的東西套到新的東西來用

學生很容易會搞混，要不然就重新定義，不然就要告知學生可以這樣用。

例如：例七(2) $\frac{+4}{3} \times \frac{15}{+2} = 10$ ，因為在前面未說過這種成比例的關西，

所以學生會不易看出。應該要 $\frac{-4}{3} \times \frac{15}{-2} = (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{15}{2}) = \frac{4}{3} \times \frac{15}{2} = 10$ 。

◎乘法的性質：

$(-1) \times a = -a$ ，在這個小節沒有將前面的例題拿來再說一遍。應該用螺旋式教法，重複的出現。

何謂螺旋式教法：

一次又一次的出現，但是不是講一樣的東西，而是一點一點慢慢加深。例如像2次多項式求解→得到一個複數的答案→複數可以表示平面上的點→平面上的點可以變成向量→負數其實是向量→複數不能比大小。

P104倒數第5行 $(-3)^5 = (-1)^5 \times 3^5$ 在這裡用了交換律和結合律，但是在之前卻沒有告知，一直到p105才有提到乘法交換律： $a \times b = b \times a$ ，p106才提到乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ，這樣會影響學生的思考，數學家應該注意這樣的問題。

動動腦：

(1) $a^n \times a^m = a^{n+m} \Rightarrow$ 回到 a^n 和 a^m ，也就是跟 a 是否為正負數無關。

(2) $(a^n)^m = a^{nm}$ ，其中 n 、 m 為正整數。

(3) $a^n \div a^m = a^{n-m}$ ，其中 n 、 m 為正整數，且 n 大於 m 。

\Rightarrow 注意 m 不可小於 n ，因為國中生還不知道指數為負的定義。

Ps: 再動動腦這個地方老師要多做功課

P108隨堂練習(1) $(-1\frac{1}{4}) \times 8 + 8 = \square \times 8$

老師建議：這一提通常放到第二題會比較好，因為並不是所有的學生看到8馬上可以想到 1×8 ，應該讓學生多做幾題練習之後再去做會比較好。

◎ 四則運算的規則：

從2-2到2-3，我們可以知道負數的加減乘除運算規則和正數的運算規則完全一致。

- (1) 加法交換律： $a+b=b+a$
- (2) 加法結合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$
- (3) 乘法交換律： $axb=bxa$
- (4) 乘法結合律： $(axb)xc=ax(bxc)$
- (5) 乘法對加法的分配率律： $ax(b+c)=axb+axc$
 $(b+c)xa=bxa+cxa$
- (6) 0、1、(-1)的運算規則： $0+a=a$ $0xa=0$ $1xa=a$ $(-1)xa=-a$

P110 例11 (2) $12\frac{3}{7}\times 4$

Sol:

$$12\frac{3}{7}\times 4 = (12 + \frac{3}{7})\times 4 = 12\times 4 + \frac{3}{7}\times 4 = 48\frac{12}{7} = 49\frac{5}{7}$$

=>在這裡用了分配律

摘要：

1. 同號的兩數相乘其值為正，異號的兩數相乘其值為負
2. 若兩數的成績等於1，則此兩數互為倒數
3. 除以一個不為零的數就是乘以該倒數
4. 數的四則運算規則和證述的四則運算規則一樣