

3-3 一元一次方程式的解法

方程式和未知數：

方程式是從中國古代的「方程」一詞演變而來。方程式的意思是一個含有未知數的等式。像之前所學過一元一次代數式。例如： $3x+1$ ，若再加上等於零（ $3x+1=0$ ），一元一次代數式就變成了一個含有未知數的一元一次方程式了。而其中未知數指的就是 x 。如果滿足一元一次方程式的未知數，我們將此未知數 x 稱為此方程式的解。

提醒：現在國中一年級的同学還看不到無解或是超過一組解的方程式，老師們也不應該出這樣的題目。

例題說明：

如果廷聰今年13歲，多少年後廷聰30歲？這題是一題算術問題，相信小學生都會做， $30-13=17$ 。這題故意出簡單的用意是已經知道答案怎麼做了，但是我們故意換一個新的想法。看起來好像麻煩了一點，但是，可以從這個簡單的例子來說明新的觀念，再用這個新的觀念來超越之前簡單的例子，處理以前沒辦法做的例子。譬如雞兔同籠的例子，在小學的時候用算數的方法就不容易做，再到後面一點就可以用其他的方法解決了。

重點：

一開頭我們用明顯可以用算術方法去解決的簡單問題，來帶領出用一元一次代數式寫出一個等式、求解的整個概念及解法。再利用此概念來解決用算術方法不好解決的問題。並且在 162 頁解釋了方程式和未知數的概念。

解(根)：

解的概念在前面已經說明過一次了，當老師講到這邊時，可以再提醒一次。滿足一元一次方程式的未知數，我們將此未知數稱為此方程式的解。這裡滿足的意思和日常生活中的滿足的意思不太一樣，所以這裡的滿足還需要再解釋一下，這裡滿足是我們數學上的習慣用語，用比較冗長的話來說，將未知數代入方程式後等號左右兩邊真的會相等的時候，我們就說，此未知數是滿足方程式的解或根。

提醒：從 3-3 開頭到 163 頁的中間可以說是在闡述一些名詞的意義，它還沒有嚴重到像數學定義。雖然是數學的定義，但其實是一些名詞的解釋。為了將來溝通的方便，名詞跟約定都要在一開始的時候要很確定大家都接受，並且照著這些來做題目。

例題說明：

例 1 和 3-2 一樣，先確認同學們是否知道前面名詞的意思。

- (1) $6x+3$ 不是，因為沒有等號，不是一個等式。
- (2) $-15x-1=0$ 是一元一次方程式，因為它有等號，也只有一個未知數。
- (3) $x+2y=1$ 不是，因為有兩個未知數，不是一元一次方程式。

下面隨堂練習也是說一樣的事情。

等量公理與移項法則：

在處理一些方程式的時候，我們有很重要的招式，就是移項。其實等量公理與移項是一樣的，看老師從哪種角度來看它。現在這裡要來說的是等量公理。

- (1) 加上或減掉同一個量，等號不會改變。
- (2) 如果 $a=b$ ，乘上一個量也沒有改變。這並不是消去，所以不用考慮 $c=0$ 。只要 $a=b$ ，乘上同一個量，等號不會改變。
- (3) 這裡才需要扣掉零，因為我們都知道，除以零是沒有意義的。所以除掉一個不是零的數，等號也不會改變。但是，除掉一個不是零的數，其實我們的用法就是消去。

下面就來說明等量公理的用法，其實形式就像是移項的形式，但是道理是等量公理。這裡要一步一步移給學生看。

$$\begin{aligned}x+2 &= 6 \\x+2-2 &= 6-2 \\ \text{所以 } x &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x &= 1 \\4x \cdot \frac{1}{4} &= 1 \cdot \frac{1}{4} \\ \text{所以 } x &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

例題說明：

例 2 的目的是在一次給學生練習等量公理的用法。其中第四小題比較有意思，老師可能要說明一下。

提醒：驗算，是一個從小學就一直在強調的東西，做一個有關加法的動作，用減法來驗算，做除法的動作，用乘法來驗算，永遠提醒學生做這個動作，這不光是對考試重要，這也是解題步驟的一個反省，反省過一次後，學生也許會看到題目會有更好的辦法。另外，在 168 頁下面要小心加減要變號，乘除要倒數，不用變號。

授課老師：單維彰

筆記製作：張自鎧

授課日期：2007 年 10 月 18 日

筆記完成日期：2007 年 10 月 24 日

授課範圍：國中第一冊 3-3 一元一次方程式的解法

3-4 一元一次方程式的應用

例題說明：

例 3，再次用幾個題目來使用移項法則的想法。例 4，再強調一次等量公理與移項法則是一樣的。例 5，是用等量公理，老師不彷可以要同學用移項法則做一遍。

提醒：從例 5 以後，學生的解題方法不需要再規定他用等量公理還是移項法則。

例題說明：

例 6，配合括號讓學生再做一次練習。例 7，有很多方法可以解決。老師可能要小心第二小題，學生可能會沒有 $\frac{2}{3}x + 1 = \frac{2}{3}x + \frac{3}{3} = \frac{2x+3}{3}$ 的認知。例 8，是一個複習絕對值的好機會，也可以順便連結一下圖形的看法及幾何意義。

提醒：碰到能夠連結代數及幾何意義的事情，就盡量幫助同學連結，因為絕對值代表距離是很重要的觀念。

教師手冊：

在教師手冊評量裡有一題文字題，將 -6 和 20 同時減去 k 後會成為相反數，問 k 是多少？這個問題本身是個很好的問題，但是我們還沒帶著學生練習過類似的題目。另外在這邊用了 k 當未知數，因為前面都只有用 x 當未知數，學生們可能會不習慣。

授課老師：單維彰

筆記製作：張自鎧

授課日期：2007 年 10 月 18 日

筆記完成日期：2007 年 10 月 24 日

授課範圍：國中第一冊 3-3 一元一次方程式的解法

3-4 一元一次方程式的應用

3-4 一元一次方程式的應用

例題說明：

例 1，第一個例題未知數就用了 t ，在書上雖然沒有說，但老師要跟學生提醒，用符號代表未知數，不一定要用 x 。例 2，三個連續偶數的和是 210。在解題說明裡先用比較複雜的方法做一遍，動動腦換了一個比較簡單的方法讓學生做一遍，並且再隨堂練習也出了三個連續奇數的和。例 3，弟弟跟爸爸年齡相差 30 歲。這是一個古典問題。例 4，類似例 3 的問題當練習題。

提醒：在這幾個例題裡，除了動動腦以外，課本在題目裡並沒有設誰為未知數。老師們教到這裡的時候要解釋一下，如何假設未知數。若有兩種假設方法，也可以請學生都兩種方法都試一次，讓學生發覺哪一種假設方法比較簡單。

例題說明：

例 5，盈與不足數。這是中國九章算數裡面說的盈與不足。如果第一次沒有看清楚問題的話會害怕。這種題目要好好跟學生解釋，不管假設鉛筆還是假設學生都算的出來。這時老師心裡要知道，假設鉛筆和假設學生的方程式互為反函數，就好像攝氏跟華氏轉換一樣。解題說明中代的是 $6x+24=108$ ，老師也要代一次 $8x-4$ ，跟學生說不管代 $6x+24$ 還是 $8x-4$ ，答案會是一樣的，也當一次驗算。例 6，敘述比較複雜的問題。例 7，這題用了速率這個字眼，也許是學生第一次看到，要好好跟學生說明。這題直接問山路多長，方法二就太難了，不直接。例 8，這題目有兩種作法，也可以讓學生了解，分數的內涵就是除法，可以把它當成數來看。例 9，用符號的形式寫了一個方程式，這題就要學生更成熟一點，只有一個符號是未知數，其他都是代表某數。