

# 從 108 課綱的觀點看 107 學測試題—數學

單維彰·民國 107 年 1 月 31 日

## 前言

為了參加今 (107) 年的數學科學測試題答案討論會議，我在試題公佈之後就立即將整份試卷仔細做了一遍，頗有心得，而後在討論會議裡又聽到一些高見。就解題而言，這份試卷無甚爭議，但是很值得利用這份試卷的題目，作為闡述 108 課綱 (特別是所謂的素養評量) 的具體範例<sup>1</sup>：正例和反例皆有。因此寫成此文，就教於數學教育同仁。請讀者留意，以下僅為個人意見，很希望電子報也會呈現其他觀點，供大家比較與思考。

作者 (2017) 曾在本報分享過〈素養評量芻議〉(以下簡稱〈芻議〉)，本文討論試題的立場並無改變。在〈芻議〉提出的最主要理念，是認為

### 素養評量是素養導向之課程的學習成效評量

所以，在素養導向之課程 (教材與教法) 實踐之前，固然可以探索素養評量，但實不宜太早定論。承此理念，本文亦非定論，僅以 107 年學測的試題作為〈芻議〉之各項議題的實例。為此目的，簡略回顧〈芻議〉在技術上的議題包括

- 題組式命題：雖不符合現行學測的體例，但有些複選題可以考慮改成題組形式；
- 允許使用計算機之後，對評量與命題的影響。

而在觀念上則主張數學素養亦可分為

- 內容向度：即張鎮華 (2017) 所謂「紮實的數學知識，也是素養」，根據學習者的需求而分成支持終身學習所需的內容，以及預備下一階段學習所需的內容，後者又簡稱為「學科內容」；
- 表現向度：根據李國偉等人 (2013) 「國民數學素養」的簡要描述，特別列出六個關鍵詞的進一步闡述。

本文所列的題號，都來自民國 107 年的學測數學試卷。為節省篇幅，不複製於文內。請讀者從以下網址取得試題檔案：[http://www.ceec.edu.tw/AbilityExam/AbilityExamPaper/107SAT\\_Paper/03-107\\_學測數學試卷定稿.pdf](http://www.ceec.edu.tw/AbilityExam/AbilityExamPaper/107SAT_Paper/03-107_學測數學試卷定稿.pdf)。

## 第 1 題：素養內容與表現

作者認為此題所需的數學知識屬素養內容，學生表現出模擬或預測的能力。此題的評量目標是 108 課綱最在意的主題之一：空間概念。有些同仁認為此題不利於社會組同學，作者不能苟同。此題的概念，應屬一般人都能在生活經驗中有所體會也經常有機會遇到實例的基本概念，如果社會組 (或文組) 學生感到困難，可

---

<sup>1</sup> 本文所謂的「課綱」或「108 課綱」，都是指十二年國民基本教育的數學領域課程綱要 (草案)。

能是課程與教學的偏誤所致。這是「素養課程」所要調整的情況之一。

在課程綱要《說明手冊》(國家教育研究院, 2017)的高中階段, 有提出使用直角板作為教法線性質、三垂線定理的教學斟酌或釋例。如果教師按此精神而使學生有機會親手操作實體教具而體驗空間概念, 並在教學過程中隨時連結生活中的空間經驗, 此題應是所有學生應該具備的空間概念, 而此題也就可以視為素養導向課程的學習成效評量。

作者本來建議在 10 年級或 11B 課程裡安排「旋轉體」主題, 後來考量教學時數而未被採納。教師仍可在教學中善用旋轉體。製陶工藝的傳統「轆轤」是旋轉體的具體例證, 經由旋轉而製造的器物, 也在生活中隨處可見。如果學生能以數學的「思維方式」(素養的表現向度之一)來「辨識」旋轉體, 則想必能夠輕鬆面對此題了。

### 第 2 題：素養內容與表現

此題的機率知識應屬素養內容, 而獲得概數的能力表現則可以是數學溝通, 也可以認作使用工具估算, 只是此題不允許使用計算機, 而需要運用一個「常識」:  $2^{10} = 1024 \approx 1000$ , 再運用指數律做簡單的心算。此題的數學答案是  $(1/5)^{10}$ , 但這不是一般人溝通方式, 而且不容易產生數感 (全部答對的機率大約是多少)。有人表示此題要用  $\log$  做估計值, 這樣做固然可以, 但是顯得缺乏素養。作者認為, 理想的素養教學成效, 是學生從高中畢業多年之後, 還能做以下估算:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \left(\frac{2}{10}\right)^{10} = \frac{1024}{10^{10}} \approx \frac{1000}{10^{10}} = 10^{-7}$$

如前述, 此題或許可以禁用計算機。如果能改成題組, 把機率部分和估算部分拆開, 更能分辨學生的素養層次。甚至將概數改成手寫, 交由學生判斷該用怎樣的概數來呈現結果? 則更能評量學生的溝通能力; 但是如此則可能引起「沒有標準答案」的激辯, 所以不宜用在全國性的大型考試。

### 第 3 題：素養內容與表現

此題的評量目標, 可視為數學思維方式的表現。至於其知識內容, 作者不希望將其標示為排列組合, 而是基本的乘法原理。理想的數學素養, 是學生從高中畢業多年之後, 仍具備以數學方式思考此型問題的能力。具體地說, 學生不一定要立刻套公式而設定機率的分子 (樣本空間元素個數) 為  $(C_2^7)^2$ , 而希望她/他能沉吟片刻之後「辨識」出來: 員工甲的休假日可以任意設定, 所以不妨假設是週日和週一。然後, 不論採用正面或反面的思考策略, 只要考慮員工乙即可。而且, 能使用組合數  $C_k^n$  固然可喜, 即便忘了, 也能經由系統性地列舉而解決問題。

有人認為此題的文字敘述欠精確, 因為沒有寫「至少」或「恰有」之類的限定詞。作者卻支持原本的提問方式: 「發生兩人在同一天休假」, 因為這是一般人的口語, 而且這個句子也足夠清晰, 並無混淆之處。數學的素養命題, 在邏輯精確之餘, 也應該適度地靠近自然語言, 而不必總是用術語來包裝。這也是作者經

常呼籲的「講人話」。所以，此題還兼具閱讀素養的評量效果。

如果允許使用計算機，此題不妨要學生以準到百分位的百分比作答：52%，這樣更明白地溝通機率的值。

#### 第 4 題：108 課綱的基本練習

對 108 課綱而言，此題或可視為素養內容，但是它已經變成高一上學期的基本操作練習，可能就不值得作為大考題目了。學習內容 N-10-4 的目標之一就是搭配計算機而理解任一正數  $a$  都是 10 的次方，所以此題等價於

$$10^9 < \left(10^{\log 2}\right)^x < \left(10^{\log 9}\right)^{10}$$

用計算機（和指數律）轉換成  $9 < 0.301x < 9.54$ ，剩下的步驟就很簡單了。

作者不太願意推薦此題，原因除了它是基本程序練習以外，主要是此題缺乏可以想像的脈絡。〈芻議〉主張素養評量不一定非有情境不可，但是即便沒有情境也最好能有合理的實用需求性，就像第 1 題，雖然它沒有「生活」情境（是一道純數學情境的命題），卻有合理的、可想像的需求性，所以作者滿心地支持第 1 題而不太支持這一題。

#### 第 5 題：學科內容的「解題」典範

此題的評量目標屬於理工學科的預備知識，而且它是「數學即解題」之教學法 (Mathematics as Problem Solving) 的典範。「數學即解題」是美國數學教師協會 NCTM 在 1980 年代提出的標語，大意是用精心設計的問題來引導數學的學習。雖然數學素養也說 Problem Solving，但是同樣兩個字意欲表達的觀念卻不甚相同：前者關注的是可以帶領學生深入探索數學之幽雅連結的問題，而後者關注的是可以帶領學生體會數學之妙用威力的問題。因此，臺灣的數教學者很有智慧地將前者譯作「解題」而後者譯作「解決問題」。

此題巧妙地連結等差中項、餘弦的和差角公式、廣義同界角三個觀念，讓熟悉數學這門藝術的人讚賞其美妙，所以說是「解題」的典範。而前述三項觀念的前兩項，恐怕難以界定為素養內容，僅能確定為理工類組的學科內容。作為一份提供給全體高中生的數學試卷，作者認為此題的用途是為了鑑別理工類科的考生。

#### 第 6 題：素養的表現

十二年國教總綱將素養劃分成三個向度：知識，技能與態度。此題在知識和技能方面，都不屬於高中數學的範疇。所以，這一題倒是可以當作「態度」評量的示範了；即使面臨陌生的情境，也能根據定義做理性的思維。在此意義之下，作者推薦此題為素養評量的試題。

此題巧妙地布置了一個「陷阱」：第一週和第三週的成本都是 50（單位略），單純的學生可能以為售價就應該相同，而誤以為  $x$  是 120。其實根據定義算出來的  $x$  卻超過 120。此題具備教學價值，理由有二：

(1) 直覺固然可貴，但理性的思考有時候可以突破直覺的盲點，這是我們受教育

以及學習數學的真諦。這是此題提供的「態度」學習機會。

- (2) 在答案研討會議上，新北高中的蔡老師指出此題的意義是：物價一旦漲上去就跌不回來了道理。這是很有素養的洞察，可以作為跨領域（公民、經濟）的溝通或寫作題材。

### 第 7 題：學科內容，題幹需閱讀素養

此題所需的基本知識，其實屬於國中階段：等腰三角形的中垂線性質、三角形的外角性質等等，只是被包裝成平面向量了。由此可見，此題僅是將向量作為溝通的形式，並未觸及向量的特殊性質（威力）。根據前述觀點，作者雖然可將此題列為學科內容的試題，卻不推薦它。

此題若能改編為題組，先測驗學生可否「辨識」 $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  線段在一圓內的可能相對位置，或者  $\triangle ABC$  的可能形狀，則這一個小題可以成為素養評量，就連 11B 的學生都該習得此種素養。

有些學生說他/她讀不懂「內接於」這樣的「倒裝句」。但是作者支持原本的題幹措辭，認為「 $\triangle ABC$  內接於圓心為  $O$  之單位圓」是精確而優美的數學語句，而讀懂它是學生該具備的素養。

### 第 8 題：素養的表現

這一題所需的數學知識與技能，比第 6 題還要少，肯定屬於評量數學態度的題目。但是這一題的文字實在太多了，作者也懷疑它作為一道數學試題的實用性。讓作者還是推薦它作為素養試題的原因是：它應該是學生最熟悉的情境之一。

我們說不上來解決此題所需的數學工具是什麼？其實就是邏輯而已。邏輯固然「瀟灑」在整個數學的學習歷程中，但是如果將邏輯作為獨立的學習單元，則有時候難以拿捏其分寸，而且難以維持學習動機。就好像英語文的教育，已經不再將「文法」當作獨立的教學單元（在中小學階段）。108 課綱將邏輯設定為一項學習內容（N-10-7），以便明訂高中數學所需涵蓋的邏輯課題，但是也指明此學習內容不應設置獨立章節，而應該搭配數學的具體內容作為實例，在適當的時機帶出邏輯的教學。此一設計，還需教科書作者及全體教師同仁的理解與支持。

### 第 9 題：108 課綱之不當試題

108 課綱在 10 年級的多項式教學，比 99 課綱更專注於多項式函數的學習，最終目標在於徹底了解三次多項式函數圖形的特徵。在此教學目標之下，雖然還是有多項式的除法原理，以及從它推論的因式定理和餘式定理，但是學習目標是用來推導綜合除法和關於多項式函數圖形（大域、局部）的辨識與理解，作為接下來學習微積分的準備。換個角度說，108 課綱的 10 年級多項式課程，不希望延續過去以多項式為主題的課程，更沒有虛根和根與係數關係；這些課題移到了高三選修數學甲。

作者明白此題算是「簡單」的，學生的答對率可能列在這份試卷的前矛，但是並不能因為它在評量上的便利性，而將這一項既不是素養內容（是支持終身學習的基本數學語言嗎？），也很難被列為學科內容的課題（是大學生普遍需要的

數學基礎嗎？)，放在 10 年級讓所有高中生都非得學習不可。

108 課綱的國中階段刪除了多項式除法的「分離係數法」，而高中階段也沒有將它補回。這樣做的目的在於宣示一般次數的多項式除法，不再列於所有高中生都必須學習的項目。

最後，此題的題幹值得商榷。雖然「多項式  $f(x)$ 」的確是教科書、教師的慣用語言，但是這個說法是過於簡化的，在口語上講還情有可原，作為正式文件的書面語則有待商榷。108 課綱的第一條理念就說數學是一種語言，先把語言釐清，數學觀念才不至於混淆。題幹的修改方式之一，如「已知  $x$  的多項式  $P$  除以  $x^2 - 1$ ...。令多項式函數  $f(x) = P$ ，試選出...。」

#### 第 10 題：學科內容，接近題組與素養評量，題幹之句構不良

此題的評量目標應該是理工學科的預備知識，故列為學科內容的題目。就「解題」的挑戰程度而言，比第 5 題單純一些，需要連結的數學知識並不太多。此外，就像第 7 題，雖然以向量入題，但是並未觸及向量的本質，只是以向量符號表達平面幾何的關係而已；即使不用向量內積，還是可以從畢氏定理而得知  $\triangle ABC$  為直角三角形，其中  $\angle C$  為直角。

此複選題的選項設計，已經接近題組的想法，具有逐步引導的效果。另一方面，只要學生精密製圖，已經可以決定選項 (1)、(4)、(5)，而當他/她懷疑 (2) 的時候，希望能想到運用畢氏定理（的逆敘述）。當然，為了運用畢氏定理，學生需能發揮數學思維，將點  $A$  設為原點，並能計算兩點之間的距離；其實僅需距離的平方即可，不必真的算距離。如果用上述方法解決了選項 (2)，則 (3) 是更基礎的素養。如果題目能評量學生是否可以不用向量，也不用行列式，而用上述基本概念解決此題（題組），則此題可作為素養評量的題目。

提到「精密製圖」，這是 108 課綱大加鼓勵的學習方法與思考方法，也是「運用工具」的數學素養表現。所以學生用上述方法幫助解題，不僅不應禁止，反而是素養導向教學的正途。考試時，應該准許學生使用圓規、有刻度的直尺、直角板、量角器和計算器，甚至允許攜帶方格紙當作計算紙。一名學生從高中畢業多年之後，還能記得向量內積的機率不高（除非成為理工專業人才），但是還記得如何運用精密製圖與基本的畢氏定理來解決問題的機率較高。

最後贅言一項忠告：雖然我們是數學老師，還是應該盡量寫出正確而文雅的書面語，就像第 7 題那樣。此題的「已知...  $\triangle ABC$ ，其中...」是不正確的句構，還沒有說出已知什麼，就要連接下一句了。「 $\triangle ABC$ 」是為三角形名字，沒有揭露任何關於它的資訊，所以它不能算是「已知」的受詞。就好像一句話「已知單維彰，他...」並沒有把話說完，得說例如「已知單維彰超過 50 歲，他...」才算完成了「已知...」的句構。修改此題題幹的方式之一，如「已知坐標平面上  $\triangle ABC$  之  $\overline{AB} = (-4, 3)$  且...。」

臺灣學生的閱讀能力偏低，造成各種學習、表達、乃至於創造力的障礙，已經是教育同仁共體的問題；許多數學教師同仁也關心這個議題，而各地皆開始舉辦數學閱讀（與寫作）的課程或活動。然而，學生最常閱讀的數學文本，無非就

是教材與試題。如果不在這些日常性的數學閱讀材料上，潛移默化學生的數學閱讀素養，反而另外增加課程、另外設計活動，並且另外指定課外讀物，豈不是捨本而逐末了？

### 第 11 題：學科內容，空間課題學習成效的探針

此題還是屬於為大學理工學科做準備的學科內容。此題有空間中兩平面和一直線，乍看之下頗為嚇人，但是只要能「鼓起勇氣」讀完選項，應該發現此題幾乎是送分題，其牽涉的知識與技能皆非常基本，若不是因為需要正式的數學語言（方程式）來解題，作者會將此題視為素養評量。

正因為此題出乎意料地簡單，作者主張此題的答「錯」率可以當作「有多少學生放棄空間坐標幾何」的指標。如果相當高，則不僅是高中數學教師的警訊，更應該作為高中數學教育的警訊：或許這個問題已經不是教材教法的層級能夠解決的，而必須在課程綱要的層次來處理。作者寫到這裡的時候，還沒有資訊可供討論，請讀者們一起等待大考中心公佈此題的統計數據吧。

### 第 12 題：超出 108 課綱

二次曲線的標準式及基本性質，被 108 課綱移到了高三選修數學甲。雖然 11B 的學習內容包含圓錐曲線 (S-11B-2)，但重點在於「由平面與圓錐截痕，視覺性地認識圓錐曲線，及其在自然中的呈現」。雖然《說明手冊》為了溝通的需要而列出其標準式，但那僅止於素養導向的認識而不含焦點坐標的決定。所以此題超出 108 課綱的 11 年級範圍。

即使針對 99 課綱，此題太過於倚重記憶和計算，可能也不算是一道大型考試的好題目。

適當地改造第 1 選項，使得學生可以僅用拋物線的旋轉與平移來辨識焦點位置，則可能將此題改編為適合 11B 課程的素養試題。

### 第 A 題：接近素養內容

此題連結直線斜率和常用對數，而作者更希望教師引導學生從更基本的比例關係來辨識此題的數學內涵。亦即，從以下比例式求解  $b$ ，然後  $y = \log 3 + b$  即為所求

$$3 : (\log 6 - \log 3) = 9 : b$$

運用直線斜率或比例式的部分，屬於素養內容。如果考生能夠使用計算機求得近似解，則計算  $y$  的部分也是素養內容。如果使用對數律來計算  $y$ ，則是理工類組的學科內容。

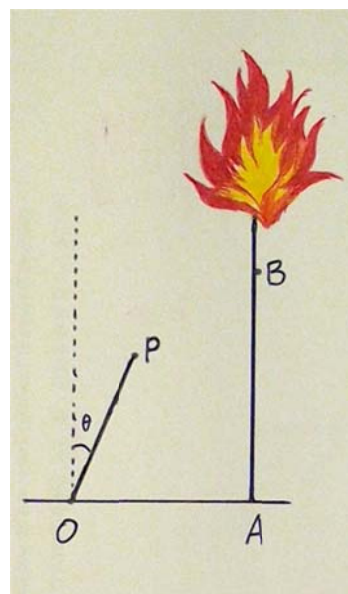
### 第 B 題：違背素養精神的情境試題範例

〈芻議〉認為素養試題未必需要情境的包裝，反之，用情境包裝也未必就是素養試題。此題就是用情境包裝，但是違背素養精神的試題。國教院測驗及評量研究中心的任宗浩主任，恰好就在演說中以類似此題的情境，當作素養評量的「反例」（任宗浩，2017）。此題的情境違反常識，在數學概念上沒有價值，也不具備實用

性。基於同樣的理由，呂溪木 (2007) 也反對「雞兔同籠」這一類問題。請讀者根據常識想一想，如果已經能夠測量  $\angle ABC$ ，又能獲得  $\sin \angle EFC$ ，豈有不能測量梯子長度的道理？更務實地想想，當梯子的斜率僅有  $3/4$  時，它真的能夠搭在牆上嗎？

任宗浩主任在演講中指出，同樣是「梯子」問題，如果用消防雲梯救火的情境，就會合理得多。不久之後，國教院公告了《素養導向「紙筆測驗」要素與範例試題》定稿文件（國教院，2018），裡面示範了一道消防雲梯的試題。受到國教院示範試題的啟發，我想到一些合理的情境問題。以下問題都假設學生可以使用計算機，所有數據皆為舉例，規定答案一律準到  $1^\circ$  或  $0.1$  公尺。

右圖是消防雲梯車與火災樓房的數學模型圖，點  $O$  是雲梯的基座，線段  $OP$  代表雲梯，其長度可任意伸縮為  $l$  公尺， $5 \leq l \leq 30$ 。直線  $AB$  表示火災樓房的營救立面， $\overline{AB} \perp \overline{OA}$ 。一些問題如下。



- (1) 為測量  $\overline{OA}$  的距離，消防員發現當  $\overline{OP} = 15$  公尺且  $\theta = 25^\circ$  時，點  $P$  觸碰  $\overline{AB}$ 。試求  $\overline{OA}$ 。
- (2) 若求救者位於點  $B$ ，根據其樓層位置得知  $\overline{AB} = 19$  公尺。試求雲梯該伸長為幾公尺，向火場旋轉多少度，能使點  $P$  恰為點  $B$ ？
- (3) 若雲梯最多僅能旋轉  $75^\circ$ ，試求此雲梯能夠到達營救立面的最低和最高高度；所謂「高度」從點  $A$  向上計算，單位為公尺。

有人說數學試題的情境不一定要「真實」。作者也認為「真實」與否並非重點，重點是有沒有「意義」(meaningful 或者 make sense)？就好像暢銷小說未必都是寫實的，許多情節荒唐的小說也能吸引大批讀者。可是這一題的情境，屬於有吸引力的荒唐嗎？學生只是行禮如儀地不得不讀題，也不得不解題而已吧？對照以下第 C、第 D 題，雖然都沒有（生活）情境，但是題幹描述的（數學）狀態合情合理，甚至有點趣味，一般人根據常識可以接受該狀態有實用的可能，所以就算沒有情境也可以被考慮為素養試題。

### 第 C 題：素養內容與表現

此題對於「溝通」的需求頗高，學生必須能根據文字而想像一組變動中的關係。越過這道門檻之後，要知道  $\triangle PAB$  是直角三角形，其中弦長固定為  $\overline{AB} = 5$ ；作者認為這一部分屬於素養內容。如果能夠辨識  $P$  點落在以  $AB$  為直徑的半圓上，當然很好，但是不能也無妨，只要知道  $P$  越「高」則三角形面積越大即可，而這也屬於素養內容。接下來，運用數學的思維方式，將可斷言  $P$  的最高位置發生在  $AB$  的中垂線上。最後算出等腰直角三角形面積的步驟，則可能比較遠離素養

內容，而比較接近學科內容。但是整體而言，作者推薦此題為素養評量試題。

#### **第 D 題：接近素養內容**

如果此題從一個四邊形出發，要求考生辨識其為長方形，然後問圓  $\Gamma$  的最大可能面積，則肯定屬於素養評量。再複雜一點，如果把題幹裡的四條不等式換成四條直線方程式，並說明  $\Gamma$  落在這四條直線所圍成的封閉區域內，作者還是會將此題列為素養試題。可是，目前寫成四條聯立不等式之解區間的命題方式，則稍微超過了素養一點點，而略微跨進學科內容的範圍了；而且此題可以視為理工商管的共同學科內容。如果此題的區域改成平行四邊形或梯形，就肯定是自然組的學科內容了。

#### **第 E 題：提供公式則可列為素養，若使用計算機則必為素養試題**

此題決定  $\triangle ABC$  之頂點位置的部分，可以勉強算是素養內容。運用數學公式計算  $\cos \angle ACB$  的部分，則本來應該屬於理工類組的學科內容，可是因為試題本的第 7 頁提供公式表，讓學生有機會辨識適用的公式並應用之，所以此題可列為素養試題。

如果允許使用計算機，則即使不提供公式表，此題也可以視為素養的範疇。方法之一是：令  $D$  為  $AB$  中點，則  $\triangle CDA$  為直角三角形，其中  $\angle ACD = \tan^{-1}(1/2)$ ，而  $\angle ACB = 2\angle ACD$ ，算出  $\angle ACB$  之後再算其  $\cos$ ，可得 0.6。以上解題思維，僅需要基本的幾何知識，基本的三角比定義，以及運用工具的能力。這是 108 課綱的素養導向課程，最希望達成的教育成效。

#### **第 F 題：用方程包裝單純的程序執行，不宜多取**

我們數學老師有一種本事，就是將所有數學課題，指對數也好，三角也好，向量也好，甚至機率統計，全都可以設計成二元一次聯立方程組的問題。這雖然也是一種數學內部連結，但是就作者的經驗而言，此種連結鮮少表現出各主題的內容本質，而是換個形式做基本的程序執行而已。如此的命題設計，可謂「為考試而考試」，偶爾為之在所難免，但是不宜多取。例如此題就屬不宜，放在學測這種等級的考試，更屬不宜。

有人說這種題目是社會組學生可以拿分的題目，所以有它的價值。作者實難苟同。社會組並不是只要背誦數學來應付考試就達到學習目標的，而社會組的數學教育也不僅是讓他/她們能夠在考試得分而已，社會組的學生（特別指商管金融，也可以包含部分的生醫農牧）確實需要數學，他/她們的需求也該在中學階段受到重視，否則台灣的經濟發展與人才培育，就總是失衡的。108 課綱的高三選修數學乙，迥異於以前的數乙，就是在上述理念之下重新設計的。

此題所需的知識與技能，是自然組與社會組共同需要的學科內容。在答案討論會議上，有教授認為既然只是考矩陣相乘的程序執行，不妨就大方地問  $z$  的值即可。作者贊成此議。



### 第 G 題：可製圖而得，使用計算機更佳

此題如果僅問  $\overline{BD}:\overline{DC}$ ，則屬素養試題。求的前述比例之後，要轉化為向量的線性組合形式，就是理工類組的學科內容了。此題的數據設計恰好形成相似三角形，但是此題的數學思維應該還是正弦定律比較適當。如果試卷提供了公式，而且可以使用計算機，則此題換掉數據也是素養試題（僅求線段比）。

如同第 10 題，此題也可以經由精確製圖而測量出線段比。雖然製圖無法精確到無理數的等級，但是此題僅為簡單整數比，製圖之後應該看得出來。

108 課綱希望將分點公式放在線性組合的脈絡之中教學，可以先理解  $\overline{OC} = \alpha\overline{OA} + \beta\overline{OB}$  是從 A、B 兩點決定 C 點的方法，再理解在  $\alpha + \beta = 1$  的特殊情況，C 點落在 AB 直線上，如果更特殊而  $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ ，則 C 點落在 AB 線段上；也可以反過來，從最具體的 C 點落在 AB 線段的狀況出發，推廣到 C 點落在 AB 直線上，再推廣到一般的線性組合意涵。

作者本來希望將上述觀念推廣到空間向量，讓學生明白，當  $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$  且  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ ，則線性組合  $\alpha\overline{OA} + \beta\overline{OB} + \gamma\overline{OC}$  的結果是空間中的  $\triangle ABC$ 。但是經討論之後，此項目沒有納入課綱。此觀念非常合適用來處理像 105 年學測第 G 題那樣的問題。

### 第 H 題：若使用計算機則為「素養」好題

雖然命題同仁將此題放在最後，暗示此題最難，但是作者認為此題所需的知識，屬於素養內容。如同〈芻議〉也寫過的：素養試題無關難易。這份試卷的第一題和最後一題相映成趣，彷彿替 108 課綱提早宣告「空間概念」的重要性，作者很喜歡。作者對此題的意見與第 1 題相同：此題的情境應是在生活中經常遭遇的，譬如摺紙就會遇到，如果學生感到困難，可能是課程與教學的偏誤所致。

但是，稍微美中不足的是，因為不能使用計算機，此題刻意安排 3:4:5 的直角三角形，一則強烈地暗示幾何解法，二則限制了數據，使得此題與部分學校的段考試題或習題完全相同；前者提高了解題的難度，而後者降低了測驗學生理解能力的效度。

如果准許使用計算機，則此題的數據（長方形的邊長）就能任意調整，而除了使用子母相似的幾何方法解題以外，也不阻攔學生設坐標而用直線方程式的交點協助解題。

### 結語

首先，這份試卷相當著重空間概念，首尾兩題恰好都在空間中佈題，似乎是個呼應。雖然空間思維的試題對考生顯得嚴峻了些，但這個主題也是 108 課綱認為我國數學教育的弱項之一，有待所有中學數學教育同仁，共同努力來補強它。

其次，這份試卷似乎出現頗多次的對數，但是皆為常用對數，且其技術需求皆屬基本，這與 108 課綱對待「對數」的看法，完全一致。

第三，試卷內的學科內容，大多屬於理工類組所需的預備知識，相對缺乏商管財經類組的學科內容。未來的 A 類課程學測，必須更注意理工、商管兩大類

型的平衡。

第四，在〈芻議〉列舉的關鍵「素養表現」中，此試卷的素養試題僅觸及其  
中幾項，還有幾項始終未被觸及。這或許是因為目前的學測試題並未完全地素養  
導向，而且我們大家都還沒有開發那些試題的經驗。這是一塊新的園地，有待數  
學教育同仁一起開墾。

最後，作者認為此份試卷的整體品質很好，而且多處呼應 108 課綱的設計理  
念，在此向匿名的命題同仁致敬與致謝。

### 參考文獻

- 任宗浩 (2017)。素養導向學習評量。發表於「分科教材教法專書編輯計畫第一  
年度研討會」。臺北市：國立臺灣大學。
- 呂溪木 (2007)。民國 75 年之前我國數學課程演變。發表於「吳大猷先生百歲冥  
誕科學教育學術研討會—我國近五十年之科學教育發展」研討會。臺北市：  
國立台灣師範大學科學教育研究所。
- 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏 (2013)。教育部提昇國民素養實施方案-數學  
素養研究計畫結案報告。臺北市：教育部。
- 國家教育研究院 (2017)。十二年國民基本教育課程綱要數學領域說明手冊（初  
稿）。新北市：作者。最新釋出版取自 <http://12cur.naer.edu.tw/category/post/387>。
- 國家教育研究院 (2018)。素養導向「紙筆測驗」要素與範例試題。新北市：作  
者。取自 <https://www.naer.edu.tw/ezfiles/0/1000/img/67/159548289.pdf>。
- 張鎮華 (2017)。數學學科知識也是數學素養。高中數學學科中心電子報，123。  
取自 <http://mathcenter.ck.tp.edu.tw/Resources/ePaper/Default.aspx?id=123>。
- 單維彰 (2017)。素養評量芻議。高中數學學科中心電子報，124。取自 <http://mathcenter.ck.tp.edu.tw/Resources/ePaper/Default.aspx?id=124>。