

## 【數學領域 乙型】

### 【選擇題】

1.  $3^0 \times 8^{\frac{2}{3}}$  的值是？

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 對第一項為  $\frac{1}{8}$  的等比數列  $\{a_n\}$ ， $\frac{a_3}{a_2} = 2$

時， $a_5$  的值是？

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$  的值是？

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

4. 函數  $f(x) = 4 \cos x + 3$  的最大值是？

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

5. 兩事件 A 和 B 是互相獨立，而且

$$P(A|B) = P(B), P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

時， $P(A)$  的值是？

- ①  $\frac{7}{18}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{5}{18}$       ④  $\frac{2}{9}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

6. 對於函數  $f(x) = x^4 + 3x - 2$ ， $f'(2)$  的值是？

- ① 35      ② 37      ③ 39      ④ 41      ⑤ 43

7. 滿足不等式  $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$  自然數  $x$  的個數是？

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8. 一個骰子扔三次後出來的數依次  $a$ 、 $b$ 、 $c$  時， $a \times b \times c = 4$  的機率是？

- ①  $\frac{1}{54}$       ②  $\frac{1}{36}$       ③  $\frac{1}{27}$       ④  $\frac{5}{108}$       ⑤  $\frac{1}{18}$

## 【數學領域 乙型】

9. 點A(0,2)在曲線 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ 上。通過A點且跟過A點的切線垂直的直線的x軸截距是？

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

10. 對於兩數列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ ， $\sum_{k=1}^5 a_k = 8$ 、 $\sum_{k=1}^5 b_k = 9$ 時， $\sum_{k=1}^5 (2a_k - b_k + 4)$ 的值是？

- ① 19      ② 21      ③ 23      ④ 25      ⑤ 27

11. 根據正規分佈  $N(20, 5^2)$  在母體隨機抽取 16 個樣本，然後求得樣本平均為  $\bar{X}$  時， $E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$  的值是？

- ①  $\frac{83}{4}$       ②  $\frac{85}{4}$       ③  $\frac{87}{4}$       ④  $\frac{89}{4}$       ⑤  $\frac{91}{4}$

12. 關於數列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 1$ ，對所有自然數  $n$ ，滿足 $\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = -n^2 + n$ 。則 $a_{11}$ 的值是？

- ① 88      ② 91      ③ 94      ④ 97      ⑤ 100

13. 對於集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ，滿足下列條件的函數 $f: X \rightarrow X$ 的個數是？

- ① 64      ② 68      ③ 72      ④ 76      ⑤ 80

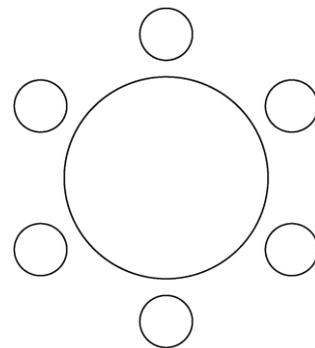
14. 在直線上移動的點P時間 $t(t \geq 0)$ 的速度 $v(t)$ 是 $v(t) = 2t - 6$ 。當點P從 $t = 3$ 到 $t = k(k > 3)$ 移動的距離是 25 時，常數  $k$  的值是？

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

15. 有包括三個 A、B、C 的六個學生。請找到這六個學生圍坐在圓桌旁以保持一定間隔滿足下列條件的情況數？（但，旋轉一致的視為相同。）

- (甲) A 和 B 是鄰居。  
(乙) B 和 C 不是鄰居。

- ① 32      ② 34      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40



## 【數學領域 乙型】

16. 當  $0 \leq x < 4\pi$  時，方程式

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

的所有解的和是？

- ①  $5\pi$     ②  $6\pi$     ③  $7\pi$     ④  $8\pi$     ⑤  $9\pi$

17. 當兩個多項函數  $f(x)$ 、 $g(x)$  滿足

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+3}{xg(x)} = 2$$

對於函數  $h(x) = f(x)g(x)$ ， $h'(0)$  的值是？

- ① 27    ② 30    ③ 33    ④ 36    ⑤ 39

18. 關於實數  $a$  ( $\frac{1}{4} < a < 1$ )，直線  $y = 1$  與兩個曲線  $y = \log_a x$ 、 $y = \log_{4a} x$  相遇的交點分別稱為 A、B，直線  $y = -1$  與兩個曲線  $y = \log_a x$ 、 $y = \log_{4a} x$  相遇的交點分別稱為 C、D。在〈例子〉中，只選擇正確的選項是？

〈例子〉

ㄱ. 將線段 AB 分為 1:4 的外分點座標為  $(0, 1)$ 。

ㄴ. 若四邊形 ABCD 是長方形的話， $a = \frac{1}{2}$ 。

ㄷ.  $\overline{AB} < \overline{CD}$  的話， $\frac{1}{2} < a < 1$ 。

- ① ㄱ    ② ㄷ    ③ ㄱ、ㄷ  
④ ㄴ、ㄷ    ⑤ ㄱ、ㄴ、ㄷ

19. 隨機變數  $X$  遵循平均 8、標準偏差為 3 的正規分佈，隨機變數  $Y$

遵循平均  $m$ 、標準偏差為  $\sigma$  的正規分佈。當兩個隨機變數  $X$ 、 $Y$  滿足  $P(4 \leq$

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

$$X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$$

時，用右邊的標準分佈表求  $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$  值的是？

- ① 0.8351    ② 0.8413    ③ 0.9332  
④ 0.9772    ⑤ 0.9938

20. 對於  $a$  ( $a > 1$ )，函數  $f(x)$  為

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

函數

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

只有一個極值時， $a$  的最大值是？

- ①  $\frac{9\sqrt{2}}{8}$     ②  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$     ③  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$   
④  $\sqrt{6}$     ⑤  $2\sqrt{2}$

## 【數學領域 乙型】

21. 數列  $\{a_n\}$  為  $0 < a_1 < 1$ ，對所有自然數  $n$ ，滿足下列條件。

$$\text{(甲)} \quad a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$$

$$\text{(乙)} \quad a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$$

$a_7 = 2$  時， $a_{25}$  的值是？

- ① 78    ② 80    ③ 82    ④ 84    ⑤ 86

## 【簡答題】

22. 在多項式  $(3x + 1)^8$  的展開式中，求  $x$  的係數。

23. 對於函數  $f(x)$ ， $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ ，且  $f(0) = 4$  時，求  $f(1)$  的值。

24. 求  $\log_3 72 - \log_3 8$  的值。

25. 求一個正數  $k$  的值以使曲線  $y = 4x^3 - 12x + 7$  和直線  $y = k$  在兩點上相遇。

26. 函數

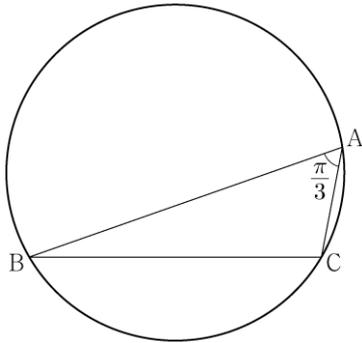
$$f(x) = \begin{cases} -3x + a & (x \leq 1) \\ \frac{x + b}{\sqrt{x + 3} - 2} & (x > 1) \end{cases}$$

在所有的實數連續時，求  $a + b$  的值。(但， $a$  和  $b$  是常數)

## 【數學領域 乙型】

27. 求曲線  $y = x^2 - 7x + 10$  和直線  $y = -x + 10$  包圍部分的面積。

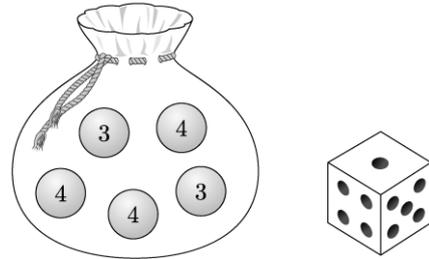
28. 有  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ，且  $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$  的三角形 ABC。三角形 ABC 外接圓半徑的長度是 7 時，當線段 AC 的長度為  $k$ ，求  $k^2$  的值。



29. 有一個口袋，裡面裝有 5 個球，每個球都寫着數字 3、3、4、4、4。使用這個口袋和一個骰子，按照下列規則進行打分的試驗。

從口袋裡任意取出一個球後，如果取出球的數字是 3，則擲骰子 3 次，以 3 個點數的和為分數；如果取出球的數字是 4，則擲骰子 4 次，以 4 個點數的和為分數。

通過一次這個試驗得到的分數為 10 分的機率是  $\frac{q}{p}$ ，求  $p + q$  的值。（ $p$  和  $q$  互質）



30. 當函數  $f(x)$  是三次函數，而且最高次的係數是 1。還有函數  $g(x)$  是一次函數。假設函數  $h(x)$  為

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

假設函數  $h(x)$  在所有的實數可微分，且  $h(0) = 0$ 、 $h(2) = 5$  時，求  $h(4)$  的值。