

國教署數學學科中心
素養導向（計算器融入）教學與評量增能研習

工具賦能的教學活動

單維彰

國立中央大學數學系
師資培育中心、文學院學士班

民國110年11月24日

單維彰 · 工具賦能教學活動 · 2021/11/24

[1]

工具賦能

- 有工具才可能
「親手作」
- 「親手作」是為提供
「有感理解」的機會

單維彰 · 工具賦能教學活動 · 2021/11/24

[2]

無涉聲明

- 並非「做中學」
- 不期望「自主發現」

仍由教師指導活動，提點或干預，使明白為何而作。

實數之概數

- 「十分逼近法」太沉重
- 不過就是十進制概數順便教「實數」
- 概念：「過猶不及」

概數的兩種符號

- 「近似於」倚賴額外約定
 $\sqrt{2} \approx 1.4$ 、 $\sqrt{2} \approx 1.5$ 可能都對
- 「點點點」有嚴格規定
 $\sqrt{2} = 1.4\dots$ 對， $\sqrt{2} = 1.5\dots$ 錯
- 不曾有機會體驗

三次方程 (一元)

- 人類第一次接觸
 $x^3 = 2$
(parabola 「拋物線」的動人故事)
但已經被科技「毀」了樂趣

三次方程 (一元)

- 課堂練習：求 $x = \square.\square\square\dots$

$$\text{滿足 } x^3 = x + 1$$

- 人類 (推想) 的第二次接觸：

$$3x - 4x^3 = \frac{1}{2}, \quad x = 0.1\square\square\dots$$

方程式作圖 (二元)

- 是「無窮多點的聚集」
- 是人的創造 (不是內建於數學的)
- 不曾有機會體驗

親手體驗

- 方格紙、電算器
- 個人、小組，或全班分配
- $x^2 + y^2 = 1$ 只改一個數

$$x^2 + y^3 = 1$$

$$-2 \leq x, y \leq 2$$

方程式作圖 (二元)

- 較高的挑戰

$$x^2 - 2xy = y^3$$

(所謂的「橢圓曲線」)

- 別急著呼叫 Desmos

局部圖形

- 熟悉的圓，陌生的尺度

$$x^2 + y^2 = 1$$

在 $(0.6 \pm 0.005) \times (0.8 \pm 0.005)$ 正方形內

- 挑戰：概數的有效位數、圖形概念
打破舊觀念、切線初體驗

如何推廣圓的切線？

- 不是「恰交於一點」
- 而是「局部圖形像一條直線」
(且非鉛直線／斜率存在)
- Desmos 可幫大忙
- 單變函數的可微是可見的

sin 作圖

- 不用計算機描點
- 回到基本觀念
 - 方格紙、圓規、直尺
 - 沿著弧長作圖
 - 角平分線、圓周上的高
- 不要太快看動畫

The End

請指教