

數學教育面臨的大議題 高中數學可以如何因應

作者：單維彰為中央大學師資培育中心與數學系副教授

自從 92 年版的九年一貫數學領域數學課綱指出「數學是一種語言」以來，這個觀念一直傳延至今。沿著這個思路，當我們將數學教育類比於語言的習得，則國小的數學教育就像母語教育，而高中的數學教育就變成外語教育了。雖然外語能力（就像所有能力一樣）總是多多益善，但我們總該認清：外語是為某種目的而刻意地學，其本身即是一種專業。進入高中數學教室的中學生，想必都潛意識地認知這一點。所以我邀請讀者批判以下兩個基本假設：沒有一套適合所有中學生的高中數學，而且高中數學本身並非目的。

數學向來在學校教育裡被視為「主科」，並非人們喜愛數學或重視數學，而是相信數學可以幫助他們達成其他目的。有人說數學是工具學科所以重要，但是更精準的說法，其實就是因為數學是一種「語言」，而語言是學習乃至於思考的媒體。當其他學科（特別是自然領域）發覺數學教育並沒有教學生聽懂他們需要的語言，對我們的責難是毫不遮掩的。後來，大家情緒性地懲罰數學教育，大幅刪減了中小學的數學課程時數。沒錯，這是一種集體霸凌，但是數學教育不能說自己完全是無辜的。

我們主張數學「重要」而該恢復與其「主科」身份相符的授課時數，是沒有說服力的。人們並不反對數學「重要」，他們知道數學重要，他們只是不能精準地說出來：數學是一個重要的「語言」，但數學教育沒有傳遞這個語言。如今，就算我們說我們知道了，就要改弦易轍了，但社會一時還無法決定，要不要信任我們？

所以，恢復數學時數的關鍵，在於贏回社會的信任。但我們主張恢復數學時數，絕不是為了數學的驕傲，更不是為我們的畢業生保障一項職業，而是

人們確實需要數學，而我們最知道如何有效地傳授數學的知識和技能。當我們曾經犯了錯，哪怕只是個誤會，要怎樣贏回別人的信任？做給他們看。

雖然沒有一套適合所有中學生的數學課程，但是在制度上，高一（10 年級）卻是必修課。所幸，擴大解讀「中學」卻是有轉機的。中學粗分為高中和高職，這等於是一次粗略的分流。而高職的數學課程可能在 10 年級就進一步分成三類（大致對應工程、商務、以及文書和設計三類職業群科），所以我們有機會設計四種 10 年級的數學課程。

其實高一數學，並沒有太多理想可談；那太奢侈了。不論在高中還是高職，過去 15 年削減數學課時而逐漸熟成的效應，導致高一學生欠缺基礎科學或職業專門科目所需之數學語言的嚴重性，已經到了「迫切危機」（Clear and Present Danger）的地步。當自然科學和職業科目堅持他們無法再延後其專業內容，高一數學是不是該先把擔子挑起來，是非曲直以後再說？

就目前的情況來看，高一數學可能需要在這一年帶著學生學會說 \sin 、 \cos 、 \log 、 $f(x)$ ，{ 列舉 }，{ 描述 }， \cap 、 \cup 、 $| \cdot |$ 這些語言，最好還能用多項式除法的技術，經由泰勒形式得到局部觀念以及導數公式，能夠有系統地列舉，並且真正認識「不確定性」。這麼多內容，當然不可能深入，也不可能期望過高的學習表現。

以上的需求和理路，就呼應了前面張鎮華教授提出的「小單位教材」設計。臺灣中學數學教材（課綱）的編排，自民國 60 年代首度規定課程標準以來，皆屬「塊狀」安排。其所以然或有歷史緣故，不在此細表。但這並非教科書或課程設計的唯一方式，也無堅持這種安排的必要性。當然，我們也知

道教師的習慣不容易改變，但現在算不算一個非改變不可的非常時期呢？

傳統上，我們在數學課裡，機率教得多，附帶一些統計。但其實這個方向上的教學目標可能是「不確定性」才對。不確定性以機率為語言，以統計為技術。一旦認識機率是語言，就能體會為什麼它總是自然地坐在數學課程裡；而如果認識統計是技術，就能明白為什麼它總是和數學課程格格不入。我們顯然有幾種不同的取徑，來處理這個不確定的課題；在這裡，我們可能特別需要勇氣。

讓掌上型計算器進入數學課堂的討論，可能已經存在二十或三十年了。讓我們再試一次。有議者曰，有些人買不起計算器，不公平。但我相信那種價格的時代早就過去了。這一次，我們可以試著明訂規格，讓業界、課綱和考試，都有所依循。我們可望有指標性的企業，為此規格生產廉價的標準機型，也有指標性的慈善事業，為弱勢學生提供資源。我們希望計算器不要永遠畏縮在課綱「實施建議」的一個角落裡，它的用途要寫進課綱，放進習題，最終以進入考場為目標。

也有人說，計算器落伍了，應該教學生使用電腦軟體、雲端工具、智慧型裝置云云。我不想談論這個陳議的高低，只希望這一屆的課綱能夠踏出卑微的第一步就好：讓一款廉價的計算器進入數學課程吧；讓社會看到一個具體的改變。

大家都知道，數學的應用有三個主要階段：設計數學模型，進入純數學的完美世界去推論或求解，最後把數學結論轉譯成「俗世」語言。計算器主要用在第三階段。此外，當然它也可以幫助小規模的數學實驗（大規模的還是得靠電腦軟體），比如極限的逼近意涵，函數的局部圖形像直線等等。

這一屆的高中課綱讓學生在高二正式分流，數學課程可以正式分成兩版。在能夠合理顧慮未來入學考試的可行性前提下，我們可否想像高二數學有A、B兩版，其中A版為高三進一步分流為理工或

商管（數甲、數乙）兩大類而準備，而B版就以博雅教育的精神來設計？

連同高職，十二年國教將有六款「中學」數學課程。有人說數學太難，也有人抱怨太簡單。其實問題並不在太難也不在太簡單，而在選擇太少。我們應該致力於提供公平的選擇機會。

如果高中數學本身並非目的，什麼才是它的目的？十二年國教標舉著「素養」大旗，但讓我用白話文說一下自己的觀點。博雅教育是一種目的，讓人至少成為功能完備的公民（即使不真的懂「信賴區間」也沒有太大障礙），行有餘力，則在遇到含有數學元素的文化遺產或藝術創作時，能夠欣賞而感到快樂或滿意。對於在大學裡還用得著數學的人，高中數學應該盡量對準大學課程最常共同需要的四門數學相關學科：微積分、線性代數、統計、計算機原理。

專業數學家可以幫什麼忙呢？「考試領導教學」是一個現實，我們很難打敗它。既然打不贏它，就加入它吧。如果能讓考試「好好地」領導教學，何嘗不是一件好事？猶如張海潮教授在下一篇評論國中會考的那樣，上至會考指考與學測，下至補救教學的評量題目，遍及每一次的段考和習題，都需要大家來關心。數學家不必知道太詳細的教材內容，憑著長年的專業和素養，可以相對輕鬆地察覺數學考題的「切中要害」或「沒有意義」。

除了關心大型考試而為文針砭以外，校內基層考試也是很需要關心的，而這裡才是直接影響學習品質的地方。數學家只要肯在茶餘飯後看看高中考題，就能獲得清晰的概念；但是更花時間的是獲得高中教師的信任，然後才能真正產生影響。如果每一所高中都有一位熟悉的數學家作為諮詢的對象，就彷彿數學教授組織了一個高中「輔導團」似的（林福來教授已經為國中組織了數學教授輔導團），相信我們可以更快贏回社會的信任。∞