

# 105 年「高三增能」微積分先修課程 A、B 的差異說明

桃竹苗區域教學資源中心、中央大學數學系

單維彰·民國 105 年 2 月 1 日

## 提要

民國 103、104 年「高三增能」微積分先修課程的學生意見，顯示多數「自然組」高中畢業生認為原訂的課程進度太慢，或者內容太簡單。回應這項重要的意見，本年度提供 A、B 兩類微積分先修課程。簡單地說，A 類課程適合「社會組」學生，不假設任何高三下學期的選修數學基礎；而 B 類課程適合「自然組」學生，假設已經具備高三下學期選修「數學甲」的基本能力。

## 分類判準

若學生已經能夠自如地解決以下類型的問題，則可以選 B 類先修課程，否則建議選 A 類為宜。

(1) 求  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}$ ，其中  $a$  為實數。

(2) 求  $y = x^3 - x + 1$  在  $x = 2$  的切線方程式。

(3) 求  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$  的導函數，以及  $f'(-1)$  的值。

(4) 描繪一個三次多項式函數的圖形，包括相對極值和反曲點。

(5) 求  $\int x^2 - 1 dx$  以及  $\int_{-1}^1 \pi x^2 - x dx$ 。

(6) 求曲線  $y = 1 - x^2$  在第一象限所圍的區域，繞  $y$  軸旋轉形成的體積。

## 課程內容

大致而言，微積分先修課程 A 以多項式函數為例，學習微分與積分的概念、技巧和典型應用。而微積分先修課程 B 則以「選修數學甲 II」為基礎，延伸至代數函數、指數與對數函數，並初步認識機率密度函數與微分方程式。

具體的課程內容，請看授課計畫表。

| 週次 | 微積分先修 A                                                                                             | 微積分先修 B                                                                                                        |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 每週線上學習 5 小時，面授與驗收測驗 1 小時，共 6 小時；六週共 36 小時，合 2 學分之學習內容<br>課程介紹，系統導入，微積分簡介。複習多項式、多項式函數局部圖形特徵、多項式的泰勒形式 | 每週線上學習 5 小時，面授與驗收測驗 1 小時，共 6 小時；六週共 36 小時，合 2 學分之學習內容<br>課程介紹，系統導入，微積分簡介，導數的極限定義，極限的逼近意涵，微分的基本公式和線性性質，微分的運算規律。 |
| 2  | 多項式的切線、冪函數的微分公式、導數的極限定義、微分的線性性質、微分的運算規律                                                             | 反導函數、自由落體、定積分、定積分的運動意涵、微積分基本定理，定積分的面積意涵，積分的基                                                                   |

|   |                                                    |                              |
|---|----------------------------------------------------|------------------------------|
|   |                                                    | 本代換技巧。                       |
| 3 | 推廣的微分基本公式、高階導數、泰勒多項式、相對極值、基本微分技巧、多項式函數圖形的描繪、典型應用問題 | 指數的標準底，自然對數函數，指數與對數函數的微分與積分。 |
| 4 | 反導函數、自由落體、定積分、定積分的運動意涵、微積分基本定理，定積分的面積意涵，積分的基本代換技巧  | 牽涉無窮大的計算問題，有理函數的漸近線與其微分和積分。  |
| 5 | 切片積分求體積，旋轉體體積的薄片與薄殼法，定積分的統計意涵，廣義積分，典型應用問題          | 定積分的統計意涵，認識微分方程，廣義積分。        |
| 6 | 極限的逼近意涵，微積分的應用雜例。期末考                               | 微積分的應用雜例。期末考。                |