

數學領域素養導向教材開發之經驗分享

單維彰¹、鄭章華²

民國 106 年 10 月 6 日³

國家教育研究院「課程及教學研究中心」在民國 103 年核定的《十二年國民基本教育數學領域教材與教學模式研發編輯計畫》，意以實踐與理論並行的方式，一面著手開發素養導向的數學教材，一面以這些近距離觀察或親身參與的經驗，印證或修飾十二年國教課程綱要的理論架構。該計畫後來轉變為國教院與國教署的共同支持，以類似的名稱保持前述理念，持續執行至民國 106 年。

四年以來的研究方法與操作程序，基本上維持了一致性：包括跨階段共備發想、分組研討、寫作教材教案、內部審議修訂、觀課與論課、自我修訂之後再送外部審議、編輯排版與校對、以至於最後的發行與傳播。此系列計畫產生 20 幾份精緻的教學模組，已經在數學教育現場發揮影響，更可貴的是在完整的流程中，研究者與教師同仁獲得由課綱轉化為教材的第一手經驗，並且在過程中映證與探索對於「素養」之為何物，而又該如何落實於教材教法之中的見解。

除了本文共同作者以外，尚有國教院的陳淑娟研究員、以及均一平台的朱安強博士，全程陪同教師伙伴，參與教材的研發工作。而四年來共計有王統新、古欣怡、吳汀菱、吳鈴蓉、林美曲、林信安、姚志鴻、洪瑞英、馬雅筠、高健雄、施羿如、晏向田、陳淑娟、陳彥霖、陳吳煜、陳為民、曾明德、曾俊雄、蔡佩旻、鄧家駿、歐志昌、謝涓婷等 21 位國小、國中、普通高中與技術型高中的教師同仁，參與此計畫而完成一份、兩份、三份或甚至四份教學模組。

藉著本次《分科教材教法專書撰寫計畫》辦理 106 年工作坊的機會，本文意圖將前述計畫四年來的工作經驗，做一次簡短的回顧，就教於與會之各界賢達。

壹、素養

「素養」一辭，中文本有，而且已經用在教育文件裡。然而，「素養」作為教育的特定觀念而產生探究其專門化定義的需求，應該是在 21 世紀受西方（特別是歐洲）影響而逐漸發展成形的。本文作者（2015）將素養、核心素養、乃至於數學素養在國內的發展脈絡，做過一次整理。而其中一名作者（單維彰，2016）將西方的素養觀念發展詮釋為「教育的實用主義」，而將我國的素養觀念發展，詮釋為「在文化與價值的驅動之下，對『能力』的回應」。

至於「數學素養」在國內外的發展脈絡，除了前述文獻之闡述以外，作者（單維彰，2017）並根據四年來的實作經驗，以及國教院所謂「三面九項」的核心素養示意圖，做了精簡的一句話詮釋：「為支持終身學習所需的數學知識、能

¹ 國立中央大學

² 國家教育研究院

³ 《分科教材教法專書撰寫計畫》工作坊

力與態度」。在同一篇文件裡，另外在兩方面為「數學素養」做了實用性的闡述，其中一方面就是十二年國教數學領域課程綱要（草案）（教育部，2016）呼應數學素養所敘的基本理念，即以下五點。

1. 數學是一種語言，宜由自然語言的題材導入學習
2. 數學是一種實用的規律科學，其教學宜重視跨領域的統整
3. 數學是一種人文素養，有素質和修養的意涵，宜培養學生的文化美感
4. 數學應提供每位學生有感的學習機會
5. 數學教學應培養學生正確使用工具

這五點已經試圖作為素養導向之教材教法的指引。然而，讀者不易看出上述五點和十二年國教課程發展指引所定義的「素養」：知識、能力與態度（國家教育研究院，2014），下一節先探討此問題。

貳、態度

心理學者對「態度」有大致達成共識的定義，而且它是社會心理學的核心議題。美國心理學會（APA）將態度定義為⁴「對人、事、觀念做出評價式回應之習得的、相對穩定的傾向」，查詢其他的定義皆可謂大同小異。對於態度的內涵、改變與量表，有很多研究文獻。態度的經典架構之一是所謂的 ABC 模型，它認為態度由情感的（Affective）、行為的（Behavioural）、認知的（Cognitive）成分所組成；其他模型則牽涉動機、機會、價值觀與意識形態等。另有學者主張認知和行為的表象全受到情感成分的影響，是為態度的情感單元論（相對於 ABC 等模型的多元論）。社會心理學者做實驗研究時，多採用單元論的情感評價向度，但是在編製態度量表時，則多採用 ABC 的三種成分的觀點。

教育心理學者似乎沒有給「態度」一個專屬於教育的定義，所以本文沿用心理學的「態度」定義。不論我們採用哪一種心理學的「態度」架構模型，它都難以和「知識」與「能力」肯定地放在同一個認知層次上。以 ABC 模型為例，態度已經蘊含了知識（認知）和能力（行為）向度。因此，如果將「知識、能力、態度」視為三位式，作者難以理解此三者之間的結構關係，而這個三位式，也難以類比於前面提過的其他三位式。如果以亞里士多德的三維度觀念來檢視「知識、能力、態度」，則這一組三位式之中的「態度」應該偏重於情感成分的解讀。但是如此一來，「知識、能力、態度」似乎又回到了「知識、情意、技能」，或許並非十二年國教總綱委員們的心意。

考察教育領域中的「態度」教育，主要偏重於品格或道德的教育，而鮮有各領域之態度教育的設計和實施典範。在教育研究中常見的「態度」主題，看來通常是態度如何影響了教學或學習的成效，或是在特定學習活動前後，以量表探測態度的變化。總之，雖然在心理學領域知道態度是可習得的（甚至是可偽裝的），

⁴ 原文：The learned, relatively stable tendency to respond to people, concepts, and events in an evaluative way.

而且對「態度改變」也有一定的科學知識，但是教育領域對於學校課程如何擬定各領域的態度教學目標？如何規劃態度教學的教材、教法與評量？看來並沒有明白的論述，也沒有大致共識的結論。反而「態度無關於特定學科」之觀點，似乎有一定程度的共識。作者（單維彰，2017）將在另一個研討會裡，闡述「態度」可以置於教育成效的願景位階上，成為十二年國教的總體目標，但是若將「態度」放在課程設計、特別是領域課程設計的指引位階上，則恐難發揮預期的「指引」功能。

因應「態度」難以發揮教材教法設計之指引功能的困難，數學領域回歸領綱前導研究提出的「知、行、識」課程架構。此架構「應該容易讓教科書編著者、教學者、評量者，都能了解課程設計的方向，使課程整體與實際執行之間能夠順利銜接。」（林福來、單維彰、李源順、鄭章華，2013）

參、知行識

「知」和「行」的意思比較單純，就是「知道」和「能做」兩個向度，分別對應英文 to know 和 can do 的意思。在教學層面上，知當然是指學習內容，而行是操作技能。可是，雖然知是大家熟悉的陳列知識，即「是什麼」的敘寫，但是行則不僅是操作程序的示範，更應該包括「做什麼」的敘寫；以數學課程而言，就是一個內容主題的典型應用；學習任何一個數學主題，都應該搭配著典型應用，而且越接近學生的經驗範圍越好。

「識」的意思則比較微妙，它是關於理解和連結的後設認知、以及對數學價值的賞識態度。它對應英文的最基本意思是 to understand（理解），但是這個字還有 make sense of（使產生意義）、be aware of（意識到）和 have an insight（洞察）的意思。「識」是指對於數學的內在認知與情意涵養，包括「為什麼要這樣」、「為什麼是這樣」等問題的理解。

我們期許「素養導向」的數學教材，能帶給學生和教師容易有「識」的學習材料或活動。

當然它仍然是個概念而不是一個方法。根據客觀條件的支持或限制，教師有許多熟知的方法，都有濟於「識」。編故事讓學生覺得數學有趣、設計例題讓學生相信數學有用、讓學生互助合作討論數學的真相、在探索活動中引導學生自行發現數學、甚至動用五色聲光讓學生受到數學之美的感召，都是可選用的方法。而且，我們認為這些教法，當它們有效的時候，都是因為它讓學生有「識」於數學了。當然，如果老師能憑一張嘴一支筆就讓學生「識」，效果也是一樣。

所以我們認為素養之導向與否，並不限於教法，而在是否在知道與能做之外，還能識。而識的媒介與深度，仍然以前面所說的實用為依歸，同時要在學生能知的範圍裡面進行。例如對小學生講故事，最好能在兒童的生活經驗或者童話故事的範圍裡，但是對中學生，歷史故事、暢銷小說、電玩情景、可解釋清楚的專業環境，應該都能作為題材。

肆、素養導向數學教材設計指導原則

累積兩年以上的實作經驗，其中一名作者（鄭章華，2016）以演繹和歸納兩種思考方法，將教學模組研發的經驗整理為概念，形成以下六項指導原則。

1. 透過現實情境、寓言故事或數學史引入教材，營造數學學習需求；
2. 以任務鋪陳數學學習脈絡，引導學生進行探索與發展概念；
3. 讓學生運用相關數學知識與能力解決問題，提出合理的觀點與他人溝通；
4. 教材安排從具體到抽象，提供學生有感的學習機會；
5. 教材設計具備多重表徵；
6. 學習任務具備形成性評量的功能，以評估與促進數學學習。

作者根據前兩年的十份教學模組的研發過程，獲得上述指導原則。以第三年的六份模組做事後檢驗，發現可謂每一份模組都滿足全部的原則。第四年的模組則是先驗地採用這些原則而編制，研究者將在教材完成之後，檢驗它們的滿足程度。至於是否滿足這些原則就被教師同仁與教育學者認為是「素養導向」，則有待進一步的探索與研究。

伍、研究過程與方法

教學模組研發計畫由國小、國中、普高、技高數學教師二人一組，搭配四位研究人員，組成教材研修團隊，運用「設計研究法」(design-based research) 的四個階段，開發教學模組（翁穎哲、譚克平，2008）。每個模組包括學習材料（學生手冊、學習單、教材的原型）與教師手冊。

在準備階段，全體團隊每個月固定召開一至二次的研究會議，各自提出自己的想選的課題，自由開放而且相當有深度地彼此交叉討論，融合大家的想法，找到各階段團隊都認為有需要的課題，並設計大家都認同符合「素養」導向的教材教法。達成共識之後，每組擬定自己的主題，然後在會議中確認研究進度、討論教材內容，解決研製過程遭遇到的問題與困難。

各組團隊須完成一份教學模組，其份量以一週授課時間內可完成的單一主題為原則。各組確定主題之後，研製工作就進入了細節，為求效率就改由鄭章華主持國小、國中組的會議，而單維彰主持普高、技高組的會議，陳淑娟研究員與朱安強博士則視情形協作。在內部討論之後，做成教材的初稿，隨即進行外審。

為能從理論與實務兩方面給予教學模組意見，研修團隊每組皆延聘內審委員兩人，一位為教授，另外一位為教師。他們對於教學模組首先進行書面審查，給予回饋與修改意見。各組教師根據書面意見修改教材之後，接著進行會議審查。在會議審查中，各組教師說明教學模組撰寫的理念、想法與架構，和審查委員面對面討論、說明或論辯教學模組的設計與內容，最後根據會議決議修正教學模組。

審查修訂之後，進入執行階段。研製團隊採取課堂教學研究中「說課」、「觀課」、「議課」的程序在學校進行課堂教學實驗。研究資料蒐集包括教學實驗錄

影檔、學生的學習單與觀課紀錄表。在評鑑階段，召開教學實驗的教師、觀課教師與研究者的討論會議，根據觀課紀錄修正教學模組的相關內容，再進行一次匿名外審，根據書面審查意見修正後定稿。

最後，在推廣階段，研修團隊將把教學模組提供給教科書出版商、中小學數學輔導團、高中數學學科中心與十二年國教前導研究學校，做為課程轉化的參考。

陸、完成的教學模組

因為教材研發的嚴謹過程，每一年度的教學模組，總要到次年年底才能完成最後程序。第一年（民國 103 年）的四份模組，以及第二年的六份模組，已經完整地公布於國教院的「協力同行」網站：

http://12cur.naer.edu.tw/category/Instructional_Materials_and_Modules

第三年的六份模組目前都進入排版階段，即將完成。第四年（今年）的六份模組則正在研發中，大約陸續進入內審階段。

前兩年的工作，除了產生教學模組之外，並邀請參與的教師同仁總結自己的經驗，發表其設計理念與心得分享，集結成一冊專書《素養導向數學教材》，已經由國家教育研究院在民國 105 年 12 月出版。

我們認為教材與教學模組的研製，是價值很高的工作。十二年國教數學領綱做了許多細節的修訂或調整，在教學的目標上也有微妙的修訂建議。凡此種種的改變，在課綱條文中無法說得非常精確，而且，不論在原則層次做再多的說明，也比不上一份教學模組來得具體。事實上，相對而言，技高和普高的數學領綱在內涵上的改變是相當巨大的，本文限於篇幅並沒有深入探討。希望這份研究的經驗，可以流傳到教科書的作者、編輯與出版界同仁，以便擴大參與的人力資源（對於這些人的特質需求，可以用 Competences 來描述），並且讓各版本教科書在本身的特色之外，適度地調整到素養的大方向上。

柒、參考文獻

林福來、單維彰、李源順、鄭章華 (2013)。十二年國民基本教育領域綱要內容前導研究「整合型研究子計畫三：十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究研究報告。新北市：國家教育研究院。

翁穎哲、譚克平 (2008)。設計研究法簡介及其在教育研究的應用範例。科學教育月刊，307，15-30。

教育部 (2016)。十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要（草案）。臺北市：作者。

國家教育研究院 (2014)。十二年國民基本教育課程發展指引。新北市：作者。

單維彰 (2016)。素養、課程與教材—以數學為例。教育脈動電子期刊，5。新北市：國家教育研究院。

單維彰 (2017)。素養評量芻議。高中數學學科中心電子報，2017 年 8 月。台北市：建國中學。

單維彰 (2017)。以知行識作為數學素養培育架構的課程綱要內涵。第十九屆兩岸三地課程理論研討會研討會，臺北教育大學，2017 年 10 月。

鄭章華 (2016)。十二年國教數學導向教學模組之研修。收錄於單維彰、鄭章華主編《素養導向數學教材》。新北市：國家教育研究院。

鄭章華、單維彰 (2015)。素養導向之數學教材初探。邁向十二年國教新課綱的第一哩路：從課綱轉化到學校教育的系統性變革學術研討會，國家教育研究院，2015 年 12 月。