

柒、結論與建議

一、整體建議

確立語文與數學為中小學教育的核心科目，並訂出最低授課時數：

聯合國教科文組織出版的報告書《Learning: The Treasure Within》指出在資訊爆炸與知識經濟的時代，未來的學習型態是『終身學習』；學校的教育應該提供結實的核心知識與技能，使得能夠成為支持終身學習的共同基礎；而在中小學階段，此所謂共同基礎的核心知識與能力，咸認為是語文（包括本國語言和現代外語），數學和資訊工具。數學是科學的語言，亦是理性思維的基礎。數學抽象思維的建立有賴於學校教育的輔導，自修或晚學均格外辛苦。準此，我們建議應將語文與數學訂為中小學教育的核心科目，並訂定最低授課時數。目前中小學語文與數學之課時均不足，我們建議可仿照美國(加州)、英國與新加坡，在1~10年級數學教學節數改為每天一節，11年級以後改為選修。

數學課程綱要應把握她作為核心科目的角色：

數學是科學的語言，原本在基礎教育中便是核心科目；而近半世紀計算機的快速發展，已使所有經驗科學的學門在進行數量化的革命，也使傳統的科學與工程學門都邁向數學深化的潮流，這更凸顯了數學在未來科學發展的核心地位。為因應各學科發展的新趨勢，並把握數學的共通性與核心性，數學科在教材安排上，要注重效率，在12年課程中抓住幾個主軸課題一貫性地鋪陳與發展，避免數學逐漸變成技巧的堆積。目前綱要還可以作調整，注意數學與其他學科的結合並增加一些數學建模的題材，以彰顯重要的主題；刪除部分內容或作適當規範，以導正過去因考試所造成太多人為技巧化的難題，而詆損學習效率。有關十二年一貫課綱設計的看法見下一節，相關綱要調整之建議見其附表。

設置常設委員會定期評估課程結構及相關實施問題：

長期監控數學教育實施狀況與問題、進行跨國比較、研究大學招生相關問題及師資培育，並提出前瞻性建議，以作為數學科教育政策制訂之依據。

建議廣泛實施選修制度：

1. 建議自高中起應將學校教育導向為以學生為本位的學習模式：學校應提供不同程度的課程、不同速度的學程供學生選修；學生可選擇適才適性的學習方式。教育單位也應大幅開放高中生到大學選修課程之管道，讓有能力學習的學生有機會往上學。針對學習落後的學生，在中小學階段，各學區也可在暑期辦理數學科輔導班，協助學生回到正常學習軌道；在高中職階段，則可規劃程度合適的數學補救課程，提供學生選修。
2. 建議自高二起，以選修代替分流：研究各國學制，其共同課程最多是到十年級(例如：新加坡到八年級，美國(加州)到九年級，大陸、日本及韓國則到十年級)，以後則以選修課程為主，提供學生適才適性且有效率、有彈性的學習。我們建議高一數學 I、II 為必修，自高二起，數學改為選修。我們建議設計下列核心選修課：數學 III、IV (微積分預備課程)、數學 V (機率與統計 II、線性代數)、數學 VI (簡易微積分)。數學 VI 可以到大學選修微積分課程替代。數學 I~VI 的學分數均為四學分。因應選修課的設計，大學入學方式應有相關配套措施。

訂定高中起使用科技工具的政策：

透過科學計算器的使用，除可增進學習效率外，若配合數學建模之學習，也可促進數學與科

學的整合，並改善目前數學學習與現實世界脫鉤的現象。

二、對十二年一貫課程架構的一些看法

92 綱要原訂五個主題，我們在研究過後認為第五個主題「連結」算是能力的一種，故將其放在能力主軸中，而在內容主題的部分則配合高中的綱要多增加兩項內容主題：「函數」及「數學分析」。另外在能力主軸中，除了演算、抽象化、推理、連結、解題及溝通能力以外，為因應資訊科技融入教學，亦增加了「使用科技工具的能力」。現分述如下：

(一)內容主題

數與量

人類透過「計數與測量」來量化客觀世界；發明抽象符號「數」來記錄計數與測量的結果；透過數據的分析並建立數學模型來表徵客觀世界、認識現實世界。數學教育便是教學生學習人類這項文明進化的經驗。

在小學階段，學生學習測量日常生活常用的基本量，包括時間、長度、角度、面積、體積、質量、容積等。在中學階段，在物質科學領域裡，學生學習速度、密度、濃度等引申的量；在社會科學領域裡，學生學習人口、生產成本等經濟的量；在生命科學領域裡，則有族群數等量。我們所度量的客觀世界，由生活的周遭發展到微小的奈米世界以及廣闊的天文世界。

在數學裡，我們常將測量的物件分類成離散量與連續量。自然數是表徵離散量的符號；十進位記數法是人類記錄自然數的通用方法。連續量的測量是透過一單位量作間接比較，這是引進「分」的概念的一個動機。「分數」是記錄「分」的結果的符號。十進位記數法也可以延伸為小數來表徵分數。

好的量感是一個人的重要資產。量感的培養在小學階段十分重要。學生應經過實測、步測、目測等方式建立公分、公尺、公里等單位長度的感覺。並可經由目測進行日常生活所常見長度的估測。同樣的，時間、角度、面積、體積、容積、重量、速度、頻率等，也應有相類似之量感的訓練。

好的數感亦是一個人的重要資產，這包括位值轉換的能力、數的估算的能力。位值轉換能力的培養應結合不同單位的量感經驗的培養，如感受一平方公尺與十平方公尺、一百平方公尺大小的差別。估算的訓練包括求取概數(有效位數的掌握)、個位數的心算等訓練。估算的能力使人能以最快的方式估計答案的合理性。

數與量主題的四個重點：

1. 計數
2. 測量
3. 數的運算
4. 立算術式、解算術題

此部分的說明已在 92 年綱要中詳述。

代數

代數是以文字、符號、函數等抽象的方式處理量與量的關係，代數也建立方程式(如代數方程式、不等式)、抽象體系(如數系、向量空間)等數學模型來了解現實世界，從而

解決現實世界的問題。小學的算術問題到中學時經由代數的處理，變得十分簡單，這顯示了抽象化的威力。高中所學的坐標幾何以代數方法處理平面幾何的問題，十分有效率、有系統；代數的學習亦要掌握具體實例，以堅實學生抽象化的基礎，避免流於形式。以下是我們認為代數主題的三個重點：

1. 能以文字、符號處理數及其運算。
2. 建立方程式或不等式等數學模型，並發展各種方程式化簡及求解技巧，以解決現實世界的問題。
3. 建立抽象體系或模型（數系、向量空間），並研究其結構，以表徵現實世界。數學模型與抽象體系的學習，要注意與現實世界結合，這樣才不會失去抽象化的目的。而學習了抽象體系的多方面的應用，才會體驗到數學的普遍性與本質性。

文字、符號的運算

1. 學習順序的建議：

乘法公式	8 年級
簡單多項式及多項式乘除	8~9 年級
簡單分式	8~9 年級
多項式(含三次以下因式分解)	10 年級
分式(含部分分式)	10 年級

方程式

1. 化簡的技巧包括：同項合併、展開法、提公因式法、化為標準式(如配方法)等。
2. 求解的代數方法有：移項法則、代入法、消去法
3. 求解的分析方法則有勘根定理及牛頓迭代法等。
4. 方程式學習順序的建議：

一元一次方程式	6~7 年級
一元一次不等式	7 年級
二元一次聯立方程式	7~8 年級
一元二次方程式	8~9 年級
簡單分式方程式(分母為一次)	8~9 年級
一元二次不等式	10 年級
多項式方程式及不等式(三次以下)	10 年級
三元一次聯立方程式	11~12 年級
二元一次聯立不等式	11~12 年級

抽象體系

1. 學習順序的建議：

數系(整數、有理數及實數)	10 年級
複數系(一元二次方程式及多項式方程式的根)	11 年級

二維向量空間(內積、直線)	11 年級
三維向量空間(內積、平面)	11 年級
線性代數(含二元二次式標準化)	12 年級

幾何

幾何課程的目的是認識空間與形體，並加以量化。幾何的基本形體有三角形、矩形、圓形、長方體、球體等，基本形體的構成要素為邊、角、面等。幾何量有長度、角度、面積、體積。幾何性質有：垂直、平行、全等、相似、對稱，以及基本形體(三角形、四邊形、圓形)的個別性質。

綜合 92 綱要與 95 暫綱，幾何課程可概分為操作幾何(1~8)、推理幾何(9)、坐標幾何(10~12)。

1. 操作幾何：是指分割、拼合、裁補、變形變換(平移、伸縮、旋轉、鏡射)，以及立體模型的展開、組合及等，操作方法有繪圖、剪紙、摺疊及電腦繪圖。在操作過程中，培養學生空間想像的能力及非形式之推理。
2. 推理幾何部分：我們節錄一些值得參考的部分於下：
 - (1)了解證明的含義
 - a. 理解證明的必要性。
 - b. 通過具體的例子，了解定義、命題、定理的含義，會區分命題的條件(假設)和結論。
 - c. 結合具體例子，了解逆命題的概念，能識別兩個互逆命題，並知道原命題成立其逆命題不一定成立。
 - d. 通過具體的例子理解反例的作用，知道利用反例可以說明一個命題是錯誤的。
 - e. 通過實例，體會反證法的含義。
 - f. 掌握用綜合法證明的格式，體會證明的過程要步步有據。
 - (2)掌握以下基本事實，作為證明的依據
 - a. 一條直線截兩條平行直線所得的同位角相等。
 - b. 兩條直線被第三條直線所截，若同位角相等，那麼這兩條直線平行。
 - c. 若兩個三角形的兩邊及其夾角(或兩角及其夾邊，或三邊)分別相等，則這兩個三角形全等。
 - d. 全等三角形的對應邊、對應角分別相等。
 - (3)利用(2)中的基本事實證明下列命題
 - a. 平行線的性質定理(內錯角相等、同旁內角互補)和判定定理(內錯角相等或同旁內角互補，則兩直線平行)。
 - b. 三角形的內角和定理及推論(三角形的外角等於不相鄰的兩內角的和，三角形的外角大於任何一個和它不相鄰的內角)。
 - c. 直角三角形全等的判定定理。
 - d. 垂直平分線性質定理及逆定理；三角形的三邊的垂直平分線交於一點(外心)。
 - e. 三角形中線定理：三角形三中線交於一點(重心)。
 - f. 等腰三角形、等邊三角形、直角三角形的性質和判定定理。
 - g. 平行線截比例線段性質及判定定理。

(4)通過對歐幾里得《原本》的介紹，感受幾何的演繹體系對數學發展和人類文明的價值。

3. 坐標幾何是建立平面空間的坐標系，以方程式表徵平面及空間中基本的幾何圖形，並進行推理與計算相關之幾何量。幾何的學習可與其他學科相呼應，比如物理科的拋物運動。
4. 平面上的基本幾何圖形為直線、三角形、圓與圓錐曲線，學生要學會直線、圓及圓錐曲線的代數表徵方式，其中圓錐曲線侷限在標準式，深入的二次曲線的學習放在線性代數，作為選修。
5. 三角形的學習內容為直角三角形的角邊關係及一般三角形的角邊關係，即正弦、餘弦定理。
6. 坐標幾何學習順序的建議：

坐標圖與方位圖(數對的描點及八方位的認識)	5~6 年級
直角坐標系	7 年級
線性函數圖形	7 年級
直線初步(含點斜式)	8 年級
勾股定理及距離公式	8 年級
直角三角形角邊關係(三角比)	9~10 年級
一般三角形的角邊關係(含正弦餘弦定律、面積公式、三角測量)	10 年級
直線(含參數式)	10 年級
圓(含標準式及參數式)與極坐標(含坐標轉換)	10 年級
圓錐曲線(標準式)	11 年級
平面向量、內積和角度	11 年級
空間中的直線與平面(法線式)	11~12 年級
平面線性變換及二次式標準化	12 年級

機率統計

生活上的機率語彙會出現，如樂透中獎的機率、下雨機率等等，學科裡如遺傳學、經濟學、物質科學都需要很多機率的觀念。又，在物質科學、生命科學、社會科學都有許多情境均可以量化，統計提供一套思想與方法，讓我們能讀出背後的數學規律。由於資料中常有雜訊或由於我們只採少許統計樣本，因此也需要機率的思想，提供我們統計量的機率意涵。

簡單的離散機率(古典機率)為別的學科的共同需求，應安排在 9~10 年級完成。所需要的排列組合也應在 10 年級學習。

簡單機率	9 年級
統計概念(平均數、四分位數)	9 年級
簡易排列組合含計數原理(加法、乘法、排容)、排列(直線、不盡相異物、重複)、組合(不含重複組合)、二項式定理	10 年級

機率 I (樣本空間、事件、集合、機率的性質、數學期望值)	10 年級
統計 I (抽樣調查、標準差、信賴區間、信心水準)	10 年級
機率 II (獨立事件、條件機率、貝氏定理、隨機變數、數學期望值、變異數、二項分配)	12 年級
統計 II (交叉分析、分析二維數據)	12 年級

函數

數學探索樣式的規律性，簡單的規律性常以數列的方式呈現，而一般兩量的關係常以函數方式表徵。

數列

1. 數列視為一種離散型函數，舉例來說：表徵離散的時間序列，逼近未知的物件(極限)，密碼或編碼序列等。
2. 數列學習順序的建議

數列樣式的規律性	5~6 年級
等差數列與級數	8~9 年級
等比數列	10 年級
指數、對數	10 年級
等比級數及無窮等比級數	11 年級
數學歸納法	11 年級

函數：以抽象方式表徵量與量的關係，並以關係、數列、公式、函數等方式呈現；函數是表徵兩量關係的基本語言。

1. 函數概念的建立需要較長的時間鋪陳，一種可能的鋪陳步驟為：
 - 觀察樣式規律性
 - 列表記錄測量所得之兩量，這是建立自變量與應變量的前置經驗。
 - 以繪圖方式呈現兩量關係的規律性
 - 未知量的推測
 - 公式與函數模型的建立
 - 以方程式呈現兩量關係
2. 基本函數的學習，應掌握函數作為表徵現實世界中量與量的關係的根本動機：
 - 線性函數是表徵兩量成正比的關係
 - 二次函數是用來表徵長度與面積、落體運動中時間與距離的關係
 - 指數函數可用來表徵細胞分裂、考古中所用的碳-14 的衰減、藥物在人體內殘留量的變化等。
 - 對數函數可以用來表徵量的等級（地震強度、星星亮度）與簡化運算
 - 三角函數可以用來表徵聲波、光波的現象。
 - 有理函數可以用來表徵反比現象，如重力與距離的關係。

3. 基本函數可透過簡單的變數變換，將一般基本函數化為標準式。比如二次函數可經過平移消去一次項(配方法)。
4. 函數的操作包括四則運算、合成、反函數等。由此可延伸出多樣的函數來表徵具體世界。這部分之學習應落實到具體之應用，避免流於形式。
5. 函數圖形的繪製是培養學生「關係感」、「函數感」的重要歷程。首先要經過手繪，其次可學習操作電腦繪圖，再來是要由圖形的特徵(如極值、函數的增減)讀出函數在現實世界中之特別意涵。
6. 函數學習順序的建議

一次函數鋪陳	5~6 年級
一次函數	7~8 年級
二次函數鋪陳	6~7 年級
二次函數	9~10 年級
多項式函數	11 年級
簡單有理函數	11 年級
絕對值函數	11 年級
根式函數	11 年級
指數與對數函數	11 年級
三角函數	11 年級
函數的四則運算	11 年級
函數的定義、合成函數、反函數	11 年級

數學分析

我們認為微積分涵蓋的範圍很廣，高中只能涵蓋一部份，比如說單變量微積分，但這部分仍須審慎規劃。同時我們建議應廣泛開放高中到大學選修微積分。

(二)能力主軸

演算能力

演算並非機械式的操作，而是為解決問題所進行必要的操作。演算的進行須建立在概念的理解上。演算的精進也深化我們對概念的理解。演算能力需要長時間、漸近且持續的練習才能精熟，過度或純機械式的操作只能有暫時的效果，或甚至有反效果，因此應該避免。文字、符號以及函數的代數操作應注意其演算的目的，需有具體的實例，並注意與現實世界是否連結，否則會演變成形式、機械式的操作。

抽象化能力

抽象化能力有下面幾個內涵

1. 能將具體世界中的概念以數學式子、文字、符號、函數、方程式或抽象體系的型等來表徵。
2. 能在抽象世界進行思考與形式操作
3. 建立抽象體系的能力
4. 能將抽象世界的推論回歸到具體世界

推理能力

從國小開始，推理就必須視為是數學活動的一部分。例如，能觀察並了解一個類型、說明一個結果的正確性，或決定一個答案是否正確都是需要邏輯推理的活動。特別是當推理成為數學活動的一部分時，學生比較不會認為數學只是一些規則的集合而已，可以讓學生了解數學是可以了解且有意義的學習活動。具體而言，這個能力的內涵包含：

1. 能了解推理與證明是數學學習的基礎
2. 面對問題能做數學的猜測並能以此猜測進行探究
3. 能發展與評鑑數學的推論與證明
4. 能選用不同的推理與證明方法

學生若具有推理的能力，則他們會表現出：

1. 由觀察資料及辨識類型中作數學的猜測（歸納推理）
2. 由邏輯的推理或反例的佐證驗證的有效性：建構有效的理論（演繹推理）

推理幾何提供證明的訓練，但範圍應規範在實用價值高的題材，證明步驟不需太多，但學生必須學會嚴謹的數學推理。

連結能力

泛指建立知識體系過程中的連結，在這裡我們將其侷限在數學知識的內部連結與數學與具體世界的外部連結。連結必須要輔之以實例，同時要引導學生去嘗試將新學的東西與舊經驗作連結，並鼓勵學生舉實例。更深入的連結是數學建模的能力。

解題能力

在此解題意思不只是解決問題而已，問題解決能力的培養一直是數學課程與教學的一項重要目標，學生要能從學習與做數學中探索並了解問題。在這個過程中，學生形成問題、判斷結果，最後要能具有解決問題的信心。簡單說，解題能力是指學生在學數學與做數學時所用以思考及推理的方式。具體而言，這個能力的內涵包含：

1. 能解決數學學科及其他情境所引發的問題
2. 能應用與採取不同的策略解題
3. 能監控與反思數學的解題過程

學生若具有解題的能力，則面對問題時他們會進行：

1. 了解一個問題的特性（了解一個問題，能用自己的話說明問題）
2. 探究（畫圖、建立模型、表格、記錄資料、觀察類型）
3. 選用一個適當的策略（嘗試錯誤，試著用簡單或類似的問題來做，往回推測，猜測並檢驗，估計答案）
4. 解題（運用正確的解題策略解題）
5. 回顧、修正及擴散（檢驗答案的合理性，探索共分析答案，形成規則）

溝通能力

近來教育界開始重視教與學中的語言過程(linguistic processes)，即重視語言在教學內容與情境中所扮演的角色，Cazden(1988)甚至認為熟練學習內容即熟練語言。另外，溝通能力也應包括數學語文的表達，學生要能寫出邏輯清楚的數學敘述與文句。

學生若具有數學的溝通能力，則面對問題時他們會表現出：

1. 能使用適當的數學符號各名詞
2. 能提出質的說明
3. 能清楚地溝通概念、想法及反思

4. 能使用多重數學表徵（模型、圖片、表格、圖形）
5. 能寫出邏輯清楚的數學文句

使用科技工具能力

1. 使用數字計算器：這是在初中以後，學生熟練數的運算並建立估算能力之後，可以使用數字計算器，以節省計算時間。
2. 在高中階段，應練習使用科學計算器減少繁瑣計算與解決較困難的數學問題，如數學建模或其他學科上的數學問題。

附表一：綱要調整之建議

*為時數足夠下（每天一節課）綱要調整之建議

（一）小學階段：

建議	說明
*負數：可考慮將負數作為相反數的意涵挪到小學處理，配合數線及坐標圖的學習，但在小學應避免負數的運算	由於7年級要完成負數以及負指數的學習，負擔太重，可以將部分負數的鋪陳移到小學
長方體之立體展開圖：改在6年級學習	8-s-33之立體展開圖部分目前放在8年級，並不合適，長方體之展開圖及表面積可以放在6年級
*坐標圖：坐標圖數對定點可在小學先作鋪陳	這在社會科、自然科以及6年級數學的統計折線圖均需要
平均數：應安排在小學介紹	9-d-04、9-d-05中之平均數在小學階段就會用到。
*變數、函數概念的鋪陳：可在小學高年級時先作鋪陳	透過發現樣式的規律性、以列表方式紀錄兩量關係並在坐標圖上標示，可以將函數觀念用較長時間鋪陳，避免7年級學得太快

（二）國中階段：

二元一次方程式：可分在7~8年級兩年學習	目前7年級的學習要從一元一次方程式、不等式到二元一次方程式及其圖形意涵，份量太重，其他國家都是以兩年完成
直線的點斜式：可在8年級介紹	8年級介紹直線是作為線性函數的圖形，斜率則為兩量的正比例。美國加州在7年級介紹點斜式；新加坡在9年級；韓國在8年級
*分式：可增加簡單分式及分式方程式，分母規範在一次	分式是反比關係的延伸，亦有廣泛的應用，在我國過去及各國的課綱裡均有。簡單分式可以配合簡單多項式之學習
推理幾何：內容與範圍可再縮小，如兩圓關係、弦切角、三角形內心可考慮刪除	兩圓關係及弦切角在各國綱要中均無提及，內心則只有在日本及大陸談及，這一部分刪除並不影響高中的學習

（三）高中階段：

課程內容的建議與說明：

建議	說明
因式分解：規範到三次以下。重點放在平方差、立方差、求根與有理式的化簡	仿照各國作法，對因式分解的次數及重點有所規範
多項式的輾轉相除法：多項式的輾轉相除法可以考慮刪除	各國均未提及

因式與餘式定理：因式定理應侷限在一次因式，以和三次以下的多項式因式分解相呼應	新加坡有談因式、餘式定理；韓國有餘式定理；其餘國家均沒有。如果目標在求多項式的根時，只需要一次因式定理檢定
*分式：應增加簡單分式、部分分式法及有理函數，分母規範在二次以下	分式應配合多項式的學習，在各國綱要中均有
指數對數和指數函數、對數函數可分兩階段學習	對文科的學生不見得需要學習指數對數函數，但需要瞭解指數和對數的概念
三角比和三角函數放在同一學期學習，鋪陳的節奏太快，可分在不同年級學習	其他國家都把三角比和三角函數分在不同的年級學習，
*函數操作：建議應加入四則運算、合成函數、反函數	各國皆安排於11或12年級學習函數操作，目前放在附錄中顯得重要性不足，但合成函數及變數變換概念在微積分裡很重要
*函數的應用：應將函數學習與具體世界連結寫入綱要的說明項目中	綱要中應舉實例指出基本函數在具體世界之應用，以強調函數的應用性，這是模仿大陸及美國加州的作法
遞迴關係：可以刪除，或限制在二次以下的線性差分方程	除大陸外各國都沒有提到數列的遞迴關係，大陸亦放在選修科目(演算法)
*隨機變數：應引進隨機變數的概念	機率與統計II作為選修時，可以介紹隨機變數的基本概念
機率與統計I及其所需之排列組合為許多學科的共同需求，應為必修，可放在10年級學習	

附表二：試擬之高中課綱架構

1. 必修選修：為配合「以選修代替分流」我們建議10年級為必修，以後均為選修
2. 機率與統計 I 為各科所必需，應放在10年級
3. 三角比與三角函數可分兩階段學習
4. 指數對數與指數函數對數函數可分兩階段學習
5. 目前缺乏分式相關的學習

依照上面的原則，我們試擬一份高中必修選修的課程架構：數學 I~VI，每科均為4學分。這是我們初步的看法，因此仍需經過週詳研究與廣泛討論，並經過試教程序才能定奪。

畫底線的部分為新增內容

數學 I (四學分)

主題	主要內容	說明
一、 數系	1. 整數 2. 有理數與實數	1-1 含因數、倍數與輾轉相除法。 2-1 介紹無理數如 \sqrt{n} 和 π ，其中 n 為非完全平方的正整數。含 $\sqrt{2}$ 是無理數的證明。 2-2 介紹基本的根式運算如 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 等。含分母為 $\sqrt{n} \pm \sqrt{m}$ 時的有理化，其中 n, m 為正整數。
二、 * 多項式與分式	1. 多項式的四則運算 2. 餘式定理、因式定理 3. 一次、二次多項式函數 4. 多項式不等式 5. <u>分式</u>	1-1 含綜合除法。 2-1 含整係數多項式的一次因式檢驗法。 3-1 含一次、二次多項式函數的圖形。 4-1 瞭解已分解為一次因式乘積的多項式在實數線上恆正、恆負的區間。 5-1 含部分分式法
三、 * 三角形的基本性質	1. 直角三角形角邊關係 (三角比) 2. 簡易測量與三角函數值表 3. 銳角三角形角邊關係 4. 基本三角測量	1-1 先處理有一個銳角為 30° ，或 45° 的直角三角形邊角性質。 2-1 可用電算器求出三角函數值。 3-1 限制在銳角三角形中的正弦定理與餘弦定理

四、坐標系	1. 平面坐標系與直線*	3-1 複習平面坐標系、斜率，直線方程式，並介紹直線參數式。 3-2 以兩直線的關係說明二元一次方程組求解的幾何意義。
	2. <u>圓與極坐標</u>	2-1 廣義角 2-2 極座標與平面座標系轉換 2-3 圓的標準式與參數式
附錄	認識證明	以到目前為止學過的數學，介紹如何進行推論與證明。 <u>學習兩欄式的證明寫法。一欄為推論過程，另一欄為推論所依據的理由。</u>

數學 II (四學分)

主題	主要內容	說明
五、 與級數 數列	1. 等差數列與等比數列 2. 等差級數與等比級數	1-1 含數列與級數的基本概念。
六、 數 指數與對	1. 指數 2. 對數 3. 查表、內插法	3-1 可用電算器求出指數函數與對數函數的值。
七、 排列、 組合	1. 集合元素的計數	1-1 含排容原理。
	2. 加法原理、乘法原理	
	3. 排列	3-1 排列組合應配合機率與統計 I 的學習不宜過深
	4. 組合	4-1 排列組合應配合機率與統計 I 的學習不宜過深
	5. 二項式定理	5-1 以組合概念導出。
八、 計 (I) 機率與統	1. 事件與集合	1-1 集合簡介。 1-2 樣本空間與事件。
	2. 機率的性質	
	3. 數學期望值	

	4. 統計資料的來源	4-1 觀測研究、抽樣調查、實驗。需介紹及使用亂數表，抽樣調查法需含簡單隨機抽樣法。
	5. 分析一維數據	5-1 圖表編製，數據集中趨勢，數據離散趨勢，整合集中與離散趨勢，以瞭解數據的全貌。
	6. 信賴區間與信心水準的解讀	6-1 常態分配及 68-95-99.7 規律。僅需處理二元資料，不必引進機率模型，以教學活動瞭解信賴區間與信心水準的解讀。

數學 III (四學分)

主題	主要內容	說明
一、 向量	1. 有向線段與向量 2. 向量的基本應用* 3. 平面向量的坐標表示法* 4. 平面向量的內積*	1-1 含向量的加法、減法、係數積與內積等運算。 2-1 含向量在平面幾何證明題上的應用，如三角形兩邊中點連線定理、平行四邊形定理。 3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算以及分點坐標、直線的參數式。 4-1 含柯西不等式、正射影、兩直線的夾角、點到直線的距離。
二、 空間中的直線與平面	1. 空間概念 2. 空間坐標系* 3. 空間向量的坐標表示法 4. 平面方程式 5. 空間直線方程式	1-1 空間中直線與直線、直線與平面、和平面與平面的位置關係。 3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算，柯西不等式，正射影。 4-1 含法向量、平面的夾角、點到平面的距離。 5-1 含直線的參數式、點到直線的距離、平行線的距離、歪斜線的公垂線段長。

主題	主要內容	說明
	6. 一次方程組	6-1 限二元、三元。 6-2 含高斯消去法。 6-3 以解文字為係數的二元一次方程組介紹克拉瑪公式和二階行列式。 6-4 以二階行列式求平面上平行四邊形的面積。
三、圓與球面的方程式	1. 圓的方程式* 2. 圓與直線的關係 3. 球面方程式 4. 球面與平面的關係	
四、圓錐曲線	1. 圓錐曲線名詞的由來 2. 拋物線（標準式） 3. 橢圓（標準式） 4. 雙曲線（標準式） 5. 圓錐曲線的光學性質	4-1 含漸近線。

數學 IV (四學分)

五、多項式函數	1. 複數與複數平面 2. 多項式方程式	4-1 介紹 i 的由來，含一元二次方程式根的討論，特別是判別式小於 0 之情形。 4-2 介紹複數平面和複數的四則運算。複數平面只是強調一一對應關係。 5-1 含代數基本定理的介紹，勘根定理和實係數多項式方程式虛根成對定理。
六、指數與對數函數	1. 指數函數及其圖形	
	2. 對數函數及其圖形	2-1 指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，但要在坐標平面上同時呈現這兩個函數的圖形。
七、三角函數	1. 三角函數的基本關係	1-1 倒數關係、平方關係、商數關係、餘角關係。
	2. 廣義角的三角函數	

	3. 三角函數的圖形*	3-1 含弧度。三角函數的圖形只談正弦、餘弦和正切。
	4. 和角公式*、倍角*、半角公式	
	5. 正餘弦函數之疊合	5-1 以實例說明疊合的意義。
	6. 複數的極式	6-1 介紹向徑、輻角與極坐標之概念，含棧美弗定理，1 的 n 次方根。
八、 函數操作	1. <u>函數的定義域與值域</u>	1-1 談根式函數、有理函數之定義域 1-2 三角函數的值域
	2. <u>合成函數</u>	2-1 含一個變數的平移、伸縮
	3. <u>反函數</u>	3-1 含反三角函數
九、 級數	1. 數學歸納法*	1-1 介紹數學歸納法並應用於證明。
	2. 一般級數	2-1 形如 $\sum k^2, \sum k^3, \sum \frac{1}{k(k+1)}, \sum \omega^k$ 的實部與虛部，其中 $\omega^n = 1$
	3. 無窮等比級數	3-1 介紹最基本的極限概念。

數學 V (四學分)

主題	主要內容	說明
一、 機率與統計 (II)	1. 獨立事件、條件機率與貝氏定理	
	2. <u>隨機變數</u>	
	3. 數學期望值與二項分配	3-1 需與信賴區間與信心水準的解讀結合。
	4. 交叉分析	4-1 僅談兩個變數的情況，需與條件機率相結合。
	5. 分析二維數據	5-1 散佈圖、相關係數、迴歸直線與最小平方法。
二、 線性代數	1. 矩陣的加法與係數積	1-1 強調矩陣的意義，多用實例說明。
	2. 矩陣的乘法及意義	2-1 含乘法的代數性質，轉移矩陣 (transition matrix) 多用實例說明。

主題	主要內容	說明
	3. 矩陣的列運算及增廣矩陣的應用	
	4. 行列式	4-1 限二階與三階，含行列式的基本性質及用行列式表示面積與體積。
	5. 克拉瑪公式	5-1 限二元，三元。
	6. 反方陣	6-1 含以列運算求反方陣及二階反方陣之行列式求法。 6-2 以二階反方陣之行列式求法解釋克拉瑪公式。
三、線性代數的應用	1. 線性規劃	1-1 解二元一次不等式並在坐標平面上標示解區域。 1-2 只限二元。
	2. <u>平移、旋轉、伸縮</u>	
	3. <u>二次式的標準化</u>	3-1 只限二元

數學 VI (四學分)

主題	主要內容	說明
一、多項式與有理函數的極限與導數	1. 函數及其圖形	1-1 複習一次函數與直線方程式。 1-2 複習二次函數與拋物線方程式。
	2. 極限概念	2-1 引入 Δx 並以直觀說明極限的意義。
	3. 割線與切線	3-1 引入 Δy 及 $\Delta y/\Delta x$ 討論函數割線的斜率，並說明在運動學上的意義。 3-2 以二次函數說明割線斜率的極限是切線的斜率。 3-3 複習拋物線的光學性質。

主題	主要內容	說明
	4. 導數與切線的斜率	4-1 定義導數及切線方程式。 4-2 說明導數在運動學上的意義。 4-3 以二項式定理或分解因式求極限 得出多項式的導函數，並介紹導 函數常用的符號。 4-4 <u>有理函數的微分</u>
二、 導函數 的應用	1. 函數圖形的描繪 2. 函數的極值 3. 三次函數的圖形 4. <u>有理函數的圖形</u> 5. 極值的應用	1-1 函數圖形的遞增、遞減和臨界點。 1-2 函數圖形的凹性和反曲點。 2-1 函數極值的一階二階檢定。 3-1 含對三次多項式實根個數的瞭 解。 4-1 分母為二次以下多項式
三、 多項式 函數的 積分	1. 黎曼和與面積 2. 求多項式函數圖形與直線 $x = a$ ， $x = b$ ，和 $y = 0$ 圍 出的面積 3. 定積分及其應用	1-1 直觀說明黎曼和對一再細分的分 割所取的極限是面積。 1-2 在等分割時，對 $y = x^2$ 求出黎曼 和的極限。 2-1 介紹定積分符號，反導函數（反 微分）符號。 3-1 以求圓面積、球體體積、角錐體 積、自由落體運動方程式為主。
附錄 一	微積分基本定理	
附錄 二	以牛頓法求整數開平方根的 近似值。	