

國立中央大學

數學研究所
碩士論文

國中生胚騰推理與數學能力
之相關性研究

研究生：謝秀宏
指導教授：單維彰

中華民國九十四年六月



國立中央大學圖書館

碩博士論文電子檔授權書

(93年5月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)
()同意 (一年後開放)，原因是： _____
()同意 (二年後開放)，原因是： _____
()不同意，原因是： _____

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 謝秀宏

論文名稱： 國中生胚騰推理與數學能力之相關性研究

指導教授姓名： 單維彰

系所： 數學系 所 博士 碩士班

學號： 91221019

日期：民國 94 年 6 月 20 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

國立中央大學碩士班研究生
論文指導教授推薦書

數學 學系/研究所 謝秀宏 研究生所提之
論文
(題 目)
國中生胚騰推理與數學能力之相關性研究
係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 單維章 (簽章)

94年6月8日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

數學 學系/研究所 謝彥宏 研究生所提
之論文 (題 目)
國中生胥脛推理與數學能力之相關性研究
經本委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人 王紹益

委 員 王 榮 一

葉 謙 榮

(簽 章)

中華民國 94 年 6 月 8 日

摘要

近年來，數學已從「一門研究數、量、形的學問」轉變成為「一門胚騰的科學」；數學家從數字中、空間中、電腦裡甚至是從想像中尋找胚騰。國內教育也順應著世界的潮流，在九年一貫課程暫行綱要中首度加入了昔日所沒有的胚騰課題。然而國內對於學生胚騰推理能力的研究報告卻寥寥無幾，尚屬待研究的階段。

本研究採相關研究法，目的在探討國中生的胚騰推理能力與其數學能力的相關程度，並了解各年級學生在不同類型胚騰的答對率是否有差異。本研究探討的胚騰類型有：序數增長型、遞迴增長型、屬性、平移、旋轉、對稱六大類。

本研究採取線上測驗的方式，在研究者的任教學校桃園縣立平鎮國中施測。共施測了 15 個班級，有效資料人數共 516 人。學生的作答資料會在受測之後立即傳回資料庫作為研究資料，再由研究者進行資料分析處理的工作，並利用 SPSS 統計軟體對收集的有效資料做統計量的分析且加以檢定考驗。

本研究的主要結果有下列幾點：

- 1、整體而言，本研究設計的胚騰推理在各年級的施測結果呈現出三年級的察覺率普遍高於一、二年級。也就是說，三年級的胚騰推理能力大致上明顯優於一、二年級。
- 2、研究者採成對樣本 t 檢定法考驗三個年級在胚騰推理題庫 50 題的平均答對率差異，結果顯示三年級表現顯著優於一、二年級，但一年級的表現竟顯著優於二年級。研究者從二年級的平均作答時間比一、三年級約少了 20 秒考慮，猜測有此意料之外的結果應該是作答態度草率的影響。但這並不影響二年級本身胚騰推理能力與數學能力的相關性。
- 3、從統計數據得知各班的胚騰推理測驗分數與學期數學成績在統計考驗上皆達到顯著相關。其中二個班級達高度相關，十二個班級達中度相關。這樣的研究結果已印證了國中階段學生的胚騰推理能力與數學能力應該有顯著的相關。教師甚至可將胚騰推理測驗成績做為判斷學生數學天份的參考。

誌謝

三年的研究生生涯在此畫上句點。首先感謝我所任教的學校（桃園縣立平鎮國中），讓我在職進修的方式完成我的論文及碩士學位。進修期間同事們的鼓勵與幫忙令我倍感溫馨，真是太謝謝大家了。再者，感謝我的指導教授單維彰老師，不厭其煩的陪著我修正我的論文，辛苦您了！老師總是能輕易的看出關鍵，給我很多的建言和點子，激發我很多的想法，讓我在學習研究上獲益良多。能跟隨在老師的門下學習實在太幸運了。

還有，感謝口試委員王惠中教授與左台益教授，在百忙之中能抽空指導，並對我的論文提出許多寶貴的意見與建議。其中王惠中老師提出了【116班】散佈圖中的特例，替我找到了116班的相關係數為何只有0.19的主要原因，老師的細心與敏銳的觀察力實在令我佩服。左台益老師也提出在二年級作答時間少了一、三年級約20秒的情況下，可能嚴重影響一、二年級和二、三年級在各題答對率差異的比較結果，希望我能提醒讀者這部份的研究結果僅供參考。老師對研究的犀利見解，讓我見識到做研究的人應該有的風範。

最後感謝恩冉、易霖幫我處理電腦上的問題，還要感謝志遠、婉珣陪我一起口試，還有許多關心我的朋友們，在此一併致謝。千言萬語，道不盡我內心的感謝。僅遞上我誠摯的祝福，願所有幫助過我的人安康快樂。

目錄

第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 研究目的	3
1.3 名詞定義	3
1.4 研究範圍	4
第二章 文獻探討	5
2.1 胚騰推理	5
2.1.1 胚騰的定義	5
2.1.2 推理的界定	6
2.1.3 數學到底要學什麼	6
2.2 幾何思維的相關理論	8
2.2.1 智力理論	8
2.2.2 幾何思維發展的理論	10
2.3 數學思維	12
2.3.1 思維的定義	12
2.3.2 思維與數學思維	13
2.3.3 數學思維能力的培養	15
第三章 研究方法	17
3.1 研究對象	17
3.2 研究設計	18
3.3 研究工具	20
3.4 研究限制	25
3.5 資料處理	26

第四章 研究結果與討論-----27

- 4.1 結果分析的程序說明-----27
- 4.2 各題答對率百分比結果分析-----28
- 4.3 平均答對題數與數學成績的相關結果分析-----79

第五章 結論與建議-----94

- 5.1 結論-----94
 - 5.1.1 各年級在不同類型胚騰的察覺率差異-----94
 - 5.1.2 胚騰推理能力與數學能力的相關程度-----96
- 5.2 建議-----97

參考文獻-----99

附錄-----101

- 附錄一 測驗設計總題庫與選項-----101
- 附錄二 各年級在 50 題的平均答對率一覽表-----118
- 附錄三 各年級在 50 題的差異顯著檢定-----118
- 附錄四 各題在各年級間的答對率顯著差異檢定-----118
- 附錄五 各班平均答對題數與數學成績的相關檢定-----118
- 附錄六 最新消息：94 年第一次學力測驗數學滿分同學一覽表-----119

附表目次

表 2-1 學習理論與思維界定一覽表-----	13
表 3-1 樣本人數一覽表-----	18
表 3-2 題目類型一覽表-----	20
表 4-1-1【題 1】答對率一覽表-----	28
表 4-1-2【題 1】檢定結果-----	28
表 4-2-1【題 2】答對率一覽表-----	29
表 4-2-2【題 2】檢定結果 -----	29
表 4-2-3 事後比較-----	29
表 4-3-1【題 3】答對率一覽表-----	30
表 4-3-2【題 3】檢定結果-----	30
表 4-3-3 事後比較-----	30
表 4-4-1【題 4】答對率一覽表-----	31
表 4-4-2【題 4】檢定結果-----	31
表 4-4-3 事後比較-----	31
表 4-5-1【題 5】答對率一覽表-----	32
表 4-5-2【題 5】檢定結果-----	32
表 4-5-3 事後比較-----	32
表 4-6-1【題 6】答對率一覽表-----	33
表 4-6-2【題 6】檢定結果-----	33
表 4-7-1【題 13】答對率一覽表-----	34
表 4-7-2【題 13】檢定結果-----	34
表 4-7-3 事後比較-----	34
表 4-8-1【題 14】答對率一覽表-----	35
表 4-8-2【題 14】檢定結果-----	35
表 4-8-3 事後比較-----	35

表 4-9-1【題 16】答對率一覽表-----	36
表 4-9-2【題 16】檢定結果-----	36
表 4-10-1【題 18】答對率一覽表-----	37
表 4-10-2【題 18】檢定結果-----	37
表 4-11-1【題 19】答對率一覽表-----	38
表 4-11-2【題 19】檢定結果-----	38
表 4-11-3 事後比較-----	38
表 4-12-1【題 30】答對率一覽表-----	39
表 4-12-2【題 30】檢定結果-----	39
表 4-12-3 事後比較-----	39
表 4-13-1【題 7】答對率一覽表-----	40
表 4-13-2【題 7】檢定結果-----	40
表 4-13-3 事後比較-----	40
表 4-14-1【題 9】答對率一覽表-----	41
表 4-14-2【題 9】檢定結果-----	41
表 4-15-1【題 11】答對率一覽表-----	42
表 4-15-2【題 11】檢定結果-----	42
表 4-15-3 事後比較-----	42
表 4-16-1【題 12】答對率一覽表-----	43
表 4-16-2【題 12】檢定結果-----	43
表 4-16-3 事後比較-----	43
表 4-17-1【題 15】答對率一覽表-----	44
表 4-17-2【題 15】檢定結果-----	44
表 4-18-1【題 21】答對率一覽表-----	45
表 4-18-2【題 21】檢定結果-----	45
表 4-18-3 事後比較-----	45
表 4-19-1【題 24】答對率一覽表-----	46

表 4-19-2【題 24】檢定結果-----	46
表 4-19-3 事後比較-----	46
表 4-20-1【題 8】答對率一覽表-----	47
表 4-20-2【題 8】檢定結果-----	47
表 4-20-3 事後比較-----	47
表 4-21-1【題 27】答對率一覽表-----	49
表 4-21-2【題 27】檢定結果-----	49
表 4-22-1【題 29】答對率一覽表-----	50
表 4-22-2【題 29】檢定結果-----	50
表 4-22-3 事後比較-----	50
表 4-23-1【題 34】答對率一覽表-----	51
表 4-23-2【題 34】檢定結果-----	51
表 4-23-3 事後比較-----	51
表 4-24-1【題 48】答對率一覽表-----	52
表 4-24-2【題 48】檢定結果-----	52
表 4-24-3 事後比較-----	52
表 4-25-1【題 31】答對率一覽表-----	53
表 4-25-2【題 31】檢定結果-----	53
表 4-26-1【題 25】答對率一覽表-----	54
表 4-26-2【題 25】檢定結果-----	54
表 4-26-3 事後比較-----	54
表 4-27-1【題 10】答對率一覽表-----	55
表 4-27-2【題 10】檢定結果-----	55
表 4-27-3 事後比較-----	55
表 4-28-1【題 28】答對率一覽表-----	56
表 4-28-2【題 28】檢定結果-----	56
表 4-28-3 事後比較-----	56

表 4-29-1【題 47】答對率一覽表-----	57
表 4-29-2【題 47】檢定結果-----	57
表 4-30-1【題 33】答對率一覽表-----	58
表 4-30-2【題 33】檢定結果-----	58
表 4-30-3 事後比較-----	58
表 4-31-1【題 41】答對率一覽表-----	59
表 4-31-2【題 41】檢定結果-----	59
表 4-31-3 事後比較-----	59
表 4-32-1【題 42】答對率一覽表-----	60
表 4-32-2【題 42】檢定結果-----	60
表 4-32-3 事後比較-----	60
表 4-33-1【題 43】答對率一覽表-----	61
表 4-33-2【題 43】檢定結果-----	61
表 4-34-1【題 44】答對率一覽表-----	62
表 4-34-2【題 44】檢定結果-----	62
表 4-34-3 事後比較-----	62
表 4-35-1【題 45】答對率一覽表-----	63
表 4-35-2【題 45】檢定結果-----	63
表 4-35-3 事後比較-----	63
表 4-36-1【題 46】答對率一覽表-----	64
表 4-36-2【題 46】檢定結果-----	64
表 4-36-3 事後比較-----	64
表 4-37-1【題 49】答對率一覽表-----	65
表 4-37-2【題 49】檢定結果-----	65
表 4-37-3 事後比較-----	65
表 4-38-1【題 50】答對率一覽表-----	66
表 4-38-2【題 50】檢定結果-----	66

表 4-38-3 事後比較-----	66
表 4-39-1【題 20】答對率一覽表-----	67
表 4-39-2【題 20】檢定結果-----	67
表 4-39-3 事後比較-----	67
表 4-40-1【題 22】答對率一覽表-----	68
表 4-40-2【題 22】檢定結果-----	68
表 4-40-3 事後比較-----	68
表 4-41-1【題 23】答對率一覽表-----	69
表 4-41-2【題 23】檢定結果-----	69
表 4-41-3 事後比較-----	69
表 4-42-1【題 26】答對率一覽表-----	70
表 4-42-2【題 26】檢定結果-----	70
表 4-42-3 事後比較-----	70
表 4-43-1【題 32】答對率一覽表-----	71
表 4-43-2【題 32】檢定結果-----	71
表 4-43-3 事後比較-----	71
表 4-44-1【題 37】答對率一覽表-----	72
表 4-44-2【題 37】檢定結果-----	72
表 4-44-3 事後比較-----	72
表 4-45-1【題 17】答對率一覽表-----	73
表 4-45-2【題 17】檢定結果-----	73
表 4-45-3 事後比較-----	73
表 4-46-1【題 35】答對率一覽表-----	74
表 4-46-2【題 35】檢定結果-----	74
表 4-46-3 事後比較-----	74
表 4-47-1【題 36】答對率一覽表-----	75
表 4-47-2【題 36】檢定結果-----	75

表 4-47-3 事後比較-----	75
表 4-48-1【題 38】答對率一覽表-----	76
表 4-48-2【題 38】檢定結果-----	76
表 4-49-1【題 39】答對率一覽表-----	77
表 4-49-2【題 39】檢定結果-----	77
表 4-49-3 事後比較-----	77
表 4-50-1【題 40】答對率一覽表-----	78
表 4-50-2【題 40】檢定結果-----	78
表 4-50-3 事後比較-----	78
表 4-51-1【班 105】相關係數一覽表-----	79
表 4-51-2【班 105】檢定結果-----	79
表 4-52-1【班 114】相關係數一覽表-----	80
表 4-52-2【班 114】檢定結果-----	80
表 4-53-1【班 116】相關係數一覽表-----	81
表 4-53-2【班 116】檢定結果-----	81
表 4-54-1【班 207】相關係數一覽表-----	82
表 4-54-2【班 207】檢定結果-----	82
表 4-55-1【班 209】相關係數一覽表-----	83
表 4-55-2【班 209】檢定結果-----	83
表 4-56-1【班 217】相關係數一覽表-----	84
表 4-56-2【班 217】檢定結果-----	84
表 4-57-1【班 218】相關係數一覽表-----	85
表 4-57-2【班 218】檢定結果-----	85
表 4-58-1【班 219】相關係數一覽表-----	86
表 4-58-2【班 219】檢定結果-----	86
表 4-59-1【班 220】相關係數一覽表-----	87
表 4-59-2【班 220】檢定結果-----	87

表 4-60-1【班 303】相關係數一覽表-----	88
表 4-60-2【班 303】檢定結果-----	88
表 4-61-1【班 309】相關係數一覽表-----	89
表 4-61-2【班 309】檢定結果-----	89
表 4-62-1【班 310】相關係數一覽表-----	90
表 4-62-2【班 310】檢定結果-----	90
表 4-63-1【班 313】相關係數一覽表-----	91
表 4-63-2【班 313】檢定結果-----	91
表 4-64-1【班 314】相關係數一覽表-----	92
表 4-64-2【班 314】檢定結果-----	92
表 4-65-1【班 318】相關係數一覽表-----	93
表 4-65-2【班 318】檢定結果-----	93
表 5-1 胚騰推理測驗分數與學期數學成績的相關係數一覽表-----	96

附圖目次

圖 4-1【班 105】散佈圖-----	79
圖 4-2【班 114】散佈圖-----	80
圖 4-3【班 116】散佈圖-----	81
圖 4-4【班 207】散佈圖-----	82
圖 4-5【班 209】散佈圖-----	83
圖 4-6【班 217】散佈圖-----	84
圖 4-7【班 218】散佈圖-----	85
圖 4-8【班 218】散佈圖-----	86
圖 4-9【班 220】散佈圖-----	87
圖 4-10【班 303】散佈圖-----	88
圖 4-11【班 309】散佈圖-----	89
圖 4-12【班 310】散佈圖-----	90
圖 4-13【班 313】散佈圖-----	91
圖 4-14【班 314】散佈圖-----	92
圖 4-15【班 318】散佈圖-----	93

第一章 緒論

本章將介紹研究者的研究動機、研究目的，並說明整個研究的時空背景及其研究的範圍，且對本研究所涉及的專有名詞加以定義，藉此確認本研究的價值。

1.1 研究動機

全球知名數學家史都華 Ian Stewart (1996) 說：「我們生活在一個充滿 *pattern* 的宇宙中、...自然界每一個 *pattern* 是一個謎而且幾乎總是很深的謎。數學的哪手好戲就是幫我們解謎，能將藏在某些 *pattern* 底下的法則與結構發覺出來。」

Steen 認為數學已從「一門研究數、量、形的學問」轉變成為「一門 *pattern* 的科學」；數學家從數字中、空間中、電腦裡甚至是從想像中尋找 *pattern*，而數學定理便是研究 *pattern* 裡與 *pattern* 間的關係(洪明賢，2003；引自 Zimmermann & Cunningham，1991)。

Mathematics is often defined as the science of space and number , as the discipline rooted in geometry and arithmetic. Although the diversity of modern mathematics has always exceeded this definition, it was not until the recent resonance of computers and mathematics that a more apt definition became fully apparent. Mathematics is the science of patterns. The mathematician seeks patterns in number, in space, in science, in computers, and in imagination. Mathematical theories explain the relations among patterns; functions and maps, operators and morphisms bind one type of pattern to another to yield lasting mathematical structures. Applications of mathematics use these patterns to ‘explain’ and predict natural phenomena that fit the patterns. Patterns suggest other patterns, often yielding patterns of patterns (A. Lynn, Steen, 1988).

隨著教育改革及新觀念的注入，國內教育也順著世界潮流，於民國 87 年起開始一連串的教育改革。從公布九年一貫新課程的總綱，到 89 年審查各科教科書，以至 90 年推出新課程，一步一步地希望藉由教育改革來提升國民的素質及國家競爭力。其中在數學教育課程方面，於七年級（國一）課程加入了昔日所沒有的線對稱和 *pattern* 等議題，讓數學內容延伸到更廣闊的一個領域，相信這在未來的數學教育及數學能力的提升上都有助益。本研究探討國中生的 *pattern* 推

理能力與其數學思維能力的相關程度，爲了方便閱讀及避免混淆，將均以「**胚騰**」一詞翻譯 pattern。

本研究以一個教學者的立場，考慮到數學這個科目長久以來因爲困難的計算和難懂的公式，總是被學生所懼怕與排斥。因爲尋找規律的胚騰推理能力是數學能力的精髓，本研究爲了跳脫傳統繁複計算及公式套用的數學窠臼，又想探討國中生的胚騰推理能力，所以選擇以幾何圖形爲內容的胚騰推理作爲測驗的題型。這些題型都無關計算、無關公式，且盡量不出現數字，給同學們耳目一新的感覺，能輕鬆作答。且一反傳統紙筆測驗形式，將題目製作在網頁上，讓學生集體線上測驗，並將所有作答紀錄包含每題的作答時間傳回資料庫，作爲研究的原始資料。或許這樣另類的測驗題目與測驗方式在此教育改革之際，能爲國內數學教育多開闢一個新的研究方向。

研究者在國中階段的數學科實際教學經驗已有九年，每一年級的課程皆任教過數次，而且帶過三屆的畢業生。在研究者多年的數學教學經驗中，發現有些學生在數學課程的學習有很好的天份，同時也能有很好的數學成績表現。但也有些同學雖然很認真聽課，還是無法表現出好的數學成績，原因之一應該是這些同學的數學天份較差。

研究者希望能發展一套與數學先備知識無關的測驗來測量學生的數學天分。這樣一來，教學者就多一份客觀的參考數據，可以幫助其判斷哪些同學的數學成績表現不好是因爲天份的不足，不是不努力。對這些因爲數學天份不足，而致使數學成績表現不好的同學，教學者應該不要再過度指責他爲何不能有好的數學成績，需了解到有些學生對數學是心有餘而力不足已。但是對那些數學天份不差，卻在數學成績表現不好的同學，教學者更必須深入了解其中原因，找出解決的辦法，提升學生的數學成績。

1.2 研究目的

本研究旨在探討國中生的胚騰推理能力，並分析胚騰推理能力與數學能力的相關程度，提供教師一個作為判斷學生數學天份的參考測驗。其具體目的如下：

1. 了解學生在不同類型胚騰的察覺率；
2. 探討各年級的胚騰推理能力差異；
3. 分析胚騰推理能力與數學能力的相關性；
4. 提供教師一個判斷學生數學天份的參考測驗。

1.3 名詞定義

本研究所使用的一些重要變項或概念，先採用概念性定義界定，再以操作性定義界定，以使這些概念有更明確清楚的意義。

1. **胚騰推理能力**：胚騰推理能力是指學生尋找規律、察覺胚騰並做出正確推理的能力。本研究是以筆者所設計的 50 題胚騰推理測驗題目，讓學生線上測驗，每次測試六題，測驗數次後，將受測學生每次所答對的平均題數做為胚騰推理能力分數。
2. **數學能力**：數學思維能力是指學生在關於數學對象的理性認識過程的思考能力。廣義的說，包括應用數學工具解決各種實際問題的思考能力。由於數學思維能力觸及的範圍太廣，在國中階段似乎只能談及數學能力。且在沒有更有效的測驗能顯示學生數學能力時，相對而言，本研究以受測學生最近一學期的數學學期成績做為數學能力分數應該是最合適的，也最接近其數學思維能力。
3. **察覺率**：察覺率是指學生點選的選項為題目預設之規律察覺的正確答案時，視其察覺到此規律，據此計算答對率做為察覺率。

1.4 研究範圍

本研究的胚騰推理測驗施測時間在 2004.12.28~2005.1.7 之上課期間，也就是上學期第三次段考之前。在筆者任教的桃園縣立平鎮國中的電腦教室裡線上測驗，每一節課施測一個班級，總共施測了 15 個班級，包含一年級 105、114、116 三個班級，二年級 207、209、217、218、219、220 六個班級，三年級 303、309、310、313、314、318 六個班級。而在本研究的數學能力方面，則是以第三次段考完後學生的整個上學期的數學成績做為其數學能力的分數。

其中，因為一年級的同学沒有電腦課，所以無法情商電腦老師幫忙施測，只有在筆者任課的 114、116 兩個班級和同事的數學任課班級 105 施測。而且因為很多一年級的同学還不會操作上網，造成一些施測困擾，不好麻煩別人施測，所以只測了三個班級。再者，三年級中除了 303、318 也是筆者的任課班級由筆者施測外，其餘的班級皆情商兩位學校的電腦老師於學生上電腦課時，正課之餘利用 20 分鐘的時間施測。

施測結束後，研究者發現二年級的每筆作答時間相對短了一、三年級約 20 秒，且在各題的平均答對率上有很多題的表現比一年級差，很有可能是因為其草率作答所造成。由於研究者未事先想到受測者的作答態度對測驗結果會有如此大的影響，實在是來不及預防因為學生草率作答所造成的測驗結果誤差。這樣的誤差影響了一、二年級和二、三年級在各題的答對率百分比差異之比較結果的可信度，但並不影響二年級本身由測驗結果所統計出的胚騰推理能力與數學能力之相關程度。

當然，平鎮國中有 77 個班級，而筆者以方便取樣方式只施測了 15 個班級，難免有遺珠之憾。但是因為本校是採 S 形常態編班，所以就以每一年級的受測學生代表本校每一年級的学生，雖有誤差但應該還不失其代表性。

第二章 文獻探討

本研究的目的是在探討國中生的胚騰推理能力和其數學能力的相關程度，並分析胚騰推理能力與數學能力之間的關聯情形。因此，先說明胚騰推理的基本內涵，再對幾何思維的相關理論進行探討。最後，藉由介紹數學思維及如何培養學生的數學思維能力，以確定本研究的價值。

2.1 胚騰推理

研究者將在此節中介紹胚騰這個名稱的來源，並由心理學的層面解釋何謂推理，讓讀者明白為何研究者要以「胚騰推理」命名本研究測驗。

2.1.1 胚騰的定義

「騰」原意是馬在奔馳，也可引申為興起突現之意，「胚」是胚胎，引申為事之發端，與騰字合起來，就變成其來有自的突現。也就是說任何一個看似突然或特別的現象，其實背後一定都有其發生的依據及規律。規律是規則與定律，是嚴格的，無例外的。然而通性、風格、式樣、花樣、大要、樣式、形態、圖樣、結構、特色、模式等等，多多少少有規律可尋可視為廣義的規律，其實也可以是學數學所要學的，我們稱之為胚騰（pattern 的音譯與意譯）（曹亮吉，2003）。

在這個大千世界，我們很容易發現，自然界的現象都一再反覆出現，其背後似乎存在著某種規律。日升日落的循環、流行服飾的樣式、植物葉脈的紋理、以及宇宙運作的自然律，都是隨處可見的規律。這些無所不在的規律或模式，科學家便稱之為胚騰。規律是科學的基本成分，如何在自然界中尋找規律更是科學的主要工作，西方科學家對胚騰（也稱為模式）一直很感興趣，胚騰的辨識也確實可以視為科學的基礎（Wade, 2004）。

李國維在大自然的數學遊戲（Ian Stewart, 1996）一書中的序文中說：「胚騰與

規律性是密不可分的，它強調的是形式上的規律，而非實質上的規律。我們需要把心理的認知向更高抽象的層次提升，胚騰標示了物件之間隱藏的規律關係，而這些物件並不必然是圖畫式的，也可以是數字、抽象的關係，甚至思維的方式」。

本研究所探討的胚騰指的就是物件之間隱藏的規律關係，可視為廣義的規律。但本研究測驗的內容希望達到盡量與數學先備知識無關的理想，只設計了圖畫式的胚騰推理。

2.1.2 推理的界定

推理是以某種原則為基礎，由已知之事象，推求未知之結果；其間經過的心理活動，就是思考（張春興，1991）。推理亦指根據一個或數個判斷，推演出另一個新的判斷的思維歷程。以下介紹三種推理類型：

1. **演繹推理** (*deductive reasoning*)：指根據一個普遍公認的原則或定理為前提，從而推論到特定事例的思維方式。例如：一切動物都會呼吸，魚是動物，魚必會呼吸。此即典型的三段論法式的演繹推理。
2. **歸納推理** (*inductive reasoning*)：指根據多數個別事例為前提，從而推論到一個普遍原則的思維方式。例如：秋風初起，見第一片樹葉落在地面；繼之再見第二片也落在地面；即可據以推知，第三片樹葉脫離樹枝時，也會落在地面。
3. **捷思推理** (*heuristic reasoning*)：在問題情境中，個人根據以往解決類似問題所累積經驗去推理思考的方法。其最大特徵是不按邏輯程序去思考，不按常理去看問題。

2.1.3 數學到底要學什麼？

人是尋求規律的動物。觀察了天象，知道天體運行的規律，還進一步建立了曆法來規範作息。歷史學家尋求朝代改變的規律，想借此做為殷鑑。地理學家注意到，在地球上，無論南半球還是北半球，只要在緯度 30 度與 40 度之間靠海的部分，

夏天氣候一定是炎熱乾燥，冬天都是溫和潮濕，因此都有類似的植物生態。所以地中海型氣候的規律就不限於地中海一個地方了。數學裡有許許多多不很複雜的規律可讓學生去尋求。尋求規律很有趣，而且可以累積許多經驗，以使用於其他領域中規律之尋求（黃敏晃，2000）。

學習數學最好的方法，莫過於培養解題能力，而學會如何在題目中找到規律，就是培養解題能力之良好策略。想辦法找規律是數學處理問題時的特質，找到規律，問題方能逢刃而解；找不到規律，就束手無策。因此找規律是所有解題的關鍵。法國數學家何密得（Charles Hermite, 1822~1901）曾寫道：在一團亂糟糟的事物中，一條小小規律的覺察，宛如黑暗中摸索時的一線光明，常引導我們到達新的數學天地。這份經過柳暗花明又一村帶來的喜悅，就是許多學者窮畢生之力，研究純粹科學的內在動機。對中小學學生而言，這個境界也許太高。但無疑的每條小小規律的覺察，都帶來「我找到了」的成就感。這種成就感就是鼓勵學生學習數學最好的原動力（黃敏晃，2000）。

數學所追求的目標之一，與其他自然科學一樣，是想在千變萬化的事物中，找出一些規律，使我們能探討事物變化的一些模式，進而預測將來的變化。當然，各門學科所研究的素材不同，研究的方式與方向就很不一樣。化學討論的素材是物質之化學變化的現象，物理討論的素材是物質之物理變化的現象，數學討論的素材是數量與圖形。各學科所討論的現象（即素材）也許不盡相同，但追求的目標則是一致的，即變化的規律（黃敏晃，2000）。

一般人學數學到底要學什麼呢？從實用的觀點來看，答案是學會算術計算，及一點點的幾何與代數。在考試至上的氣氛薰陶之下，答案是背誦及套用公式，做各種（複雜）的計算。近年來，想法漸有改變，認為學會尋求數與形的規律及過程，是學習數學的主要目的（曹亮吉，2003）。

的確，數學是最能訓練學生推理思考和尋找規律能力的素材，透過學習數學可以讓學生認識胚胎之美，欣賞漂亮的定理、定律，甚至激發其尋求規律的興趣。反之，學生透過培養尋找規律的習慣和提升對規律的敏感度，也有助於提高日後學習數學的能力。

2.2 幾何思維的相關理論

本節主要是介紹與思維、思考息息相關的智力理論，和專門研究幾何思維發展的一些理論。其中研究者將列舉幾個提及數學思維能力的智力發展理論，並探討和本研究密切相關的幾何思維發展理論。

2.2.1 智力理論

智力的核心是思維。人的中樞神經系統的結構與功能是智力的生理基礎，這是先天的因素。在生理基礎上，人通過後天的學習，發展了思維，智力隨之得到提高。思維能力的發展程度，是整個智力發展的標誌（孫名符，1996）。

1904年，英國心理學家斯皮爾曼（E. Spearman）提出真因子分析方法。他用這一典型的因素分析方法研究智力結構，提出智力由普遍因素和特殊因素這兩種因素組成。1958年，瑞典心理學家魏林德（Willinder）發表《數學能力》一書，證實推理因素在數學能力結構中起決定作用，推理因素與智力的普遍因素之間存在著較高的相關，說明一般智力與數學能力之間有密切的聯繫。

美國心理學家吉爾福特認為智力的結構應從內容（contents）操作（operations）和成果（products）三個維度去考慮。其中內容的項目有：圖形、符號、語義和行爲；操作的項目有：評價、求同、求異、記憶及認識；成果的項目有：單位、分類、關係、體系、變換及含義。從其思維結構的三個維度來看，吉爾福特的三維智力結構論對於數學思維的結構探析既有實踐意義又有理論價值（孫名符，1996）。

總而言之，智力與數學能力有密切的關聯是無庸置疑的。雖然數學天份是傳統智力測驗的主要內涵之一，但 Gardner & Sternberg 都認為傳統智力測驗所評估的智能，充其量只是與學業成就有關的能力罷了，並不能預測未來事業的成就或生活上的圓滿。Gardner 的多元智力理論（multiple intelligences theory）甚至提出了八大智力，顯示學生的智能是多元化的。教師宜採取適才適性的教學，才

能讓學生的各種潛在能力都有發展的機會。

瑞士心理學家皮亞傑提出智力發展的階段性理論。皮亞傑以運算為標準，把兒童從出生到青年初期的智力發展分為四階段：

1. **感覺運動階段** (*sensorimotor stage*) (0~2 歲)：主要指語言出現以前的時期，這一階段兒童的特點是只有動作活動而缺乏思維活動。兒童主要通過感覺運動圖式來和外界取得平衡。只是在這一階段的後期，才開始有簡單的語言，動作開始帶有一定的思維特點。

2. **前運算階段** (*preoperational stage*) (2~7 歲)：這一階段的特點，是在前一階段發展的基礎上，各種感覺運動圖式開始內化為表象或形象圖式。由於出現了語言，兒童開始用符號描述外部世界，重視外部活動。這一時期兒童的自我中心感比較突出，不能將自己作為主體從客體中分離出來。

3. **具體運算階段** (*concrete operational stage*) (7~12 歲)：具體運算思維是在前一階段很多表象圖式的基礎上協調融合而形成的。它的特點是出現了具體運算的圖式，兒童能在與具體事物相聯繫的情況下，進行邏輯運算。同時開始出現了守恒概念，比如數量守恒，處於前運算階段的兒童僅有物質守恒概念。這一階段的兒童的思維活動只能把邏輯運算應用到具體的或觀察所及的事物上，還不能把邏輯結合為各種變換形式。

4. **形式運算階段** (*formal operational stage*) (12~15 歲)：這一階段兒童能夠對抽象的問題運用邏輯法則進行推理，即具有根據假設進行推理的能力，能進行演繹推理，對問題的解答能做出論證，並同時記住許多變量。

在個體的發展中，這四個階段的順序是不變的，儘管文化的因素可能加速、延緩或停止其發展，但它們並不能改變其順序。各階段的年齡界限只是一個粗略估計的平均年齡。不同的個人經歷，不同的家庭教育，不同的社會環境會加速或延遲甚至阻礙一個階段的出現，從而使個體之間表現出一定的差異性。再者，每一階段有其獨特的認知結構，標誌著一定階段的年齡特徵能說明該階段的主要行為模式。整個認知階段是一個連續的過程，前一階段是後一階段的準備，後一階段是前一階段的發展（孫名符，1996）。

從皮亞傑的智力發展階段性理論看來，本研究的受測學生皆已進入形式運算的階段，大部分學生應該都具有根據假設進行推理的能力，足以回答本研究的測驗題目。

2.2.2 幾何思維發展的理論

皮亞傑認為兒童幾何認知概念的形成，隨著年齡的成長可分為拓樸性 (topological)、投影性 (projective)、歐幾里得性 (Euclidean) 三個階段：

1. **拓樸性概念階段**：此一階段的兒童相當於前運思期（前運算階段）認知發展階段，僅能掌握拓樸性的圖形概念，即只能注意到圖形的內或外，及封閉的曲線而已，而忽略其正確的形狀。例如：要求兒童仿畫正方形或長方形，往往會畫成渾圓的形狀或線條凹凸不直，甚至畫成近乎圓的形狀。
2. **投影性概念階段**：此一階段的兒童相當於前運思期到具體運思期（具體運算階段）的認知發展階段，此階段兒童對於外界的認知，自己所在觀點的視覺比其他條件占更優越的地位，凡經由視覺所承認的事物，他們才認為是真實的存在。例如：正方形紙張一但拿開，放在相隔一段距離的遠處，在兒童的心目中則認為變成了菱形，且變小了，但如果在把它拿回原來位置，兒童卻又認為形狀及大小都會回復到原來的大小。
3. **歐幾里得性概念階段**：此一階段的兒童具有長度及距離保留能力，特別是長度保留能力之後，自然能發展出測量的概念，以最靠近自己的、最熟悉的工具（自己的手或軀體）來測量，皮亞傑將此種策略稱為「手的遷移」及「軀幹遷移」。以後隨著認知發展，兒童漸會使用量尺工具來輔助測量，面積保留概念大約也在此階段發展。

根據皮亞傑的說法，在小學低年級時，兒童的圖形概念大部分都已發展到歐幾里得幾何概念階段。故對本研究的國中生而言，應都已具備線段長短、角度大小及面積大小的概念（洪明賢，2003）。

實際從事教育工作的 van Hiele 提出了幾何思考的發展模式理論，主張幾何

思考的發展模式包含五個層次。下列就各層次要點概略敘述：

1. **視覺化** (*visualization*)：這個層次的學生根據外形來判斷圖形，也就是依據輪廓來掌握圖形，而不考慮圖形的部分。例如：學生在辨認方形與三角形等形狀時，是將它們看成一個完整的個體，此階段學生的思考推理深受視覺外觀與感覺所影響，對於圖形的特質與圖形各部分的關係不是很清楚。
2. **分析** (*analysis*)：這個層次的學生除了根據外形，也依賴其構成的要素 (*properties*) 來掌握圖形，能分析圖形的性質與組成要素，但不能解釋性質間的關係。例如：學生知道菱形是一種四邊形，它的四邊都相等，但是仍無法了解正方形是四角為直角的菱形。
3. **非形式演繹** (*informal deduction*)：這個層次的學生能建立圖形屬性的內在關係（例如：一個四邊形如果相對的邊均平行，必為平行四邊形），能根據圖形的屬性辨認圖形的分類（例如：正方形是長方形的一種）；也就是說圖形的構成要素被秩序化 (*ordered*)，能從一個構成要素推論到另一個構成要素，但尚不明白推論的本質意義 (*intrinsic meaning*)；能運用非正式邏輯思考去推論並認識圖形特徵，將圖形以最少的特徵加以定義、分類。
4. **形式演繹** (*formal deduction*)：這個層次的學生開始思考推論的意義、理論的相對性、必要與充要條件。對於幾何圖形不只是視覺觀察、分析屬性或是記憶圖形性質，而是能夠以邏輯推理的方法加以證明，並了解兩個不同的邏輯敘述對同樣的定理是有效的，同時也發展自己一系列的演繹性邏輯敘述與證明定理。
5. **嚴密性** (*rigor*)：這個層次的學習者清楚並深刻了解數學的結構，能比較各種不同公設系統，並在公設系統中建立理論，宛如一位數學家，所以並非一般人容易達成的。

Van Hiele 夫婦主張學習者經由適當的教導與經驗，能從最基本的視覺層次（此層次只是經由視覺觀察而不介紹圖形屬性）最後達到最高的嚴密性層次（此層次包含抽象的思考與歸納）。不過，很少人可以到達最高的嚴密性層次 (Clements 和 Battista, 1992)，而且雖然每一個層次間是有順序性的，但與年齡並無直接相關，也就是說，學習者必須將每一個層次的技能與策略充分發展後，才

有晉升下一個層次的可能（洪明賢，2003）。

這五個層次已經被減為三個，其中層次三、四和五被概括結合為一個層次 (van Hiele, 1986)。然而，由於在學習心理學模式中需要精確性，因此有人建議：「有必要保留原來較細的分類方式。」結果 Clements 和 Battista (1992) 不只提出原來的五個層次，並且增加了第六個層次。他們將這個層次稱為「層次 0」。最初，他們將其稱為前認知期 (pre-recognition)，後來被 Clements 稱作前表徵期 (pre-representational)，見 (Clements et al. 1997)。

因為本研究的測驗題目內容與數學的幾何內容關係不大，且皆以簡單幾何圖形呈現，只需掌握圖形的變化，所以學生發展到層次二就應該足以作答。

2.3 數學思維

本節將從心理學的層面說明思維的定義，且由此引出何謂數學思維？探討數學思維與思維的關係和數學思維的基本形式，最後再介紹中小學生如何表現數學思維能力，並列出幾點可以幫助學生培養數學思維能力的方法。

2.3.1 思維的定義

歷來心理學家對思維（或思考）(thinking) 一詞給予不同的定義。我們採用一般心理學家所下的定義如下：思維是內在認知活動歷程，在此歷程中，個人運用貯存在長期記憶中的訊息，重新予以組織整合，從縱橫交錯的複雜關係中，獲得新的理解與意義。由以上定義看，思維一詞至少含有以下多重意義(張春興，1996)：

- 1、思維是內在的心理活動。
- 2、思維是記憶中訊息的靈活運用。
- 3、思維是從舊訊息（經驗知識）中產生新意義。
- 4、思維主要是既有認知結構重組而後檢索並輸出的歷程，而非輸入的歷程。
- 5、思維的產生必有原因，其原因可能是外在的（如實現困難），也可能是內在的（如記憶中留存的疑惑）。

Mayer (1983) 曾對各個學習理論中的思維界定做如下整理。

表 2-1 學習理論與思維界定一覽表 (洪明賢, 2003)

理論	對思維的界定
聯結主義 (Associationism)	將思維視為刺激-反應之間的強化學習
完形學派 (Gestalt)	將思維視為對腦中問題的再結構
意義學習理論 (Meanful Learning)	將思維視為對問題的重新闡述
原則學習 (Rule learning)	將思維視為假設的測試
演繹推論 (Deductive Reasoning)	將思維視為邏輯地導出結論
電腦模擬 (Computer Simulation)	將思維視為解題路徑的尋找
心靈測試 (Mental Chronometry)	將思維視為心靈運作的序列
基模理論 (Schema Theory)	將思維視為努力追求意義
問題解答 (Question Answering)	將思維視為語意記憶的追求
認知發展理論 (Cognitive Development)	思維受年齡的影響
智力 (Intelligence)	將思維視為一種可測的能力
創造力訓練 (Creativity Training)	將思維視為可學的技藝
數學解題 (Mathematical Problem Solving)	將思維視為可奠基在個別的領域知識

但筆者參照原文著作，發現尚有歸納推論 (Inductive Reasoning)、專家解題 (Expert Problem Solving)、類推法 (Analogical Reasoning)、日常經驗思考 (Everyday Thinking) 等學習理論也都對思維作了不同的界定。

總之，思維就是人腦對於客觀事物的本質，相互關係及其內在規律性的概括與反映。人的思維能力是固有的，差別不大。但是，思維作為一種潛能，必須通過刻苦的訓練方能顯現出來，轉化為一種認識能力。

2.3.2 思維與數學思維

在培養人的思維方面，數學具有其他學科無法替代的作用。一個人學習一些數學知識，掌握一些數學技能、技巧，從訓練他的思維角度來看，對培養其組織才能、

概括能力、靈活性、客觀性、敏捷性和洞察力來說，是很有意義的。

數學思維是指人關於數學對象的理性認識過程，亦是人腦和數學對象交互作用並按照一般思維規律認識數學內容的理性活動。廣義的，可理解為包括應用數學工具解決各種實際問題的思考過程（孫名符，1996）。

思維與數學思維是整體與部分，一般與具體的關係，它們之間相互聯繫，相互影響。數學思維對人的思維發展的作用，首先表現在思維邏輯性的訓練上。一個人的邏輯思維能力很大程度上是靠數學訓練培養出來的。其次表現於思維的創新性的培養上，也體現於對問題的整體性和概括性的思考上（孫名符，1996）。總之，利用數學思維可以從多方面培養人的思維，它對人的思維的發展起著積極的作用，所以培養並發展學生的數學思維能力，是數學教育的智育目標中最根本的任務。

從學生的答案發現有許多人並非憑藉分析或邏輯的方式回答問題，而是以直覺思維的形式來決定其答案，故以下針對數學思維的基本形式作探討（孫名符，1996）。

1. **數學形象思維**：數學形象思維的過程是以具體可感的表象材料，作為數學思維材料的加工創造過程，通過對原有的數學表象有意識的、有指向性的選擇和重新排列組合，形成新的意象，從而提出數學問題或解決數學問題。
2. **數學邏輯思維**：數學邏輯思維以反映客觀事物數學本質屬性的概念為思維材料。在數學概念的基礎上，通過一定的邏輯法則進行推理，形成新的概念、定理、原理。
3. **數學直覺思維**：直覺思維是人腦對客觀世界及其關係的一種非常直接的識別或猜想的心理狀態。它是一種非邏輯思維的跳躍式的思維，數學直覺思維往往是受視覺觸發，根據對事物的知覺印象，直接把握事物的本質和規律。

在胚騰推理的測驗中，學生作答的思考方式有時是以邏輯、形象推理，有時甚至以非邏輯的直覺推理。教學者應該多方了解學生之不同的思考模式，並加以引導。

2.3.3 數學思維能力的培養

1968年，前蘇聯心理學家克魯捷茨基(B.A.Kpyteckhh)出版了《中小學生數學能力心理學》一書，指出數學思維能力表現在三個階段(孫名符，1996)：

1. **在信息收集階段**：數學能力不同的學生從相同的數學材料感知的信息不同。有能力的學生能主動從題目給定的條件中，最大限度地抽取出對解題有用的信息。
2. **在信息加工階段**：有能力的學生具有以下幾方面的特點：①概括各種數學對象、關係和運算的能力；②簡縮數學推理過程和相應的運算系統的能力；③數學思維靈活；④追求數學美感；⑤在數學推理中迅速而自由地從正向思維序列轉到逆向思維序列的能力。
3. **在保持信息階段**：有能力的學生對題目類型的標誌、解題概括方法、推理的概要、證明的基本線索以及邏輯模式等都能立即記住，並長久保持。

既然數學知識是數學思維活動昇華的結果，那麼，整個數學教學過程就是數學思維活動的過程。因此，如何透過數學教學培養學生的數學思維就成為重要的課題。以下列出幾點可以幫助學生培養數學思維能力的方法：

1. 使學生對數學思維本身的內容有明確的認識。

長期以來，在數學教學中過分地強調邏輯思維，特別是演繹邏輯，導致了數學教育僅賦予學生「再現性的思維」、「總結性的思維」，因此，為了發展學生的創造性思維，必須打破傳統數學教學中把數學思維單純地理解成邏輯思維的舊觀念，把直覺、想像、頓悟等非邏輯思維也作為數學思維的組成部分。只有這樣，數學教育才能不僅賦予學生再現性思維，更賦予學生再造性思維，且應明確地指出不只是大的發明或創造才需要創造性思維，只要在用數學解決實際問題及證明數學定理時使用簡捷的過程或巧妙的方法等，都屬於創造性思維的範疇。

2. 透過概念教學培養數學思維。

數學概念的教學，首先要將概念的來龍去脈和歷史背景講清楚。比如，為什麼要將實數域擴充到複數域，擴充的辦法為什麼是這樣，這樣做的合理性在什麼

地方，又是如何想出來的等等。也就是說，數學概念教學的任務不僅要解決「是什麼」的問題，更重要的是解決「是怎樣想到的」的問題；以及有了這個概念之後，在此基礎上又如何建立和發展理論的問題。其次，就是對概念的理解過程，理解概念是更高層次的認識，是對新知識的加工，也是舊的思維系統的運用，同時又是使新的思維系統建立和調整的過程。為了使學生正確而有效的理解數學概念，教師在創設思維情境、激發學生學習動機和興趣以後，還要進一步引導學生對概念的定義結構進行分析。總之，要從概念的形成的過程中，既培養學生創造性的思維能力，又使他們學到科學的研究方法。

3. 在數學定理的證明過程中培養學生的數學思維。

數學定理的證明過程就是尋求、發現和作出證明的思維過程。數學定理、公式反應了數學對象的屬性之間的關係，關於這些關係的認識，要盡量創造條件，從感性認識和學生的已有知識入手，以促發學生學習定理、公式的積極性，讓學生了解定理、公式的形成過程，並要設法使學生體會到尋求真理的興趣和喜悅。另一方面，定理一般是在觀察的基礎上，通過分析、比較、歸納、類比、想像、概括成抽象的命題，這是一個思考、估計、猜想的思維過程。因此，定理結論的「發現」，最好由教師引導讓學生獨立完成，這樣有利於學生創造性思維的訓練。

由於數學思維能力觸及的範圍太廣，在國中階段似乎只能談及數學能力。且在沒有更有效的測驗能顯示學生數學能力時，相對而言，本研究以受測學生最近一學期的數學學期成績做為數學能力分數應該是最接近其數學思維能力。

第三章 研究方法

本章將介紹本研究的研究對象、研究設計、研究工具、研究限制及本研究測驗的資料處理方法，使讀者可以了解研究者的整個研究過程，並讓後續的研究者更清楚的知道本研究的來龍去脈，以掌握未來的研究。

3.1 研究對象

研究的對象為桃園縣立平鎮國中的一年、二、三年級國中學生。施測對象中的國一學生是九年一貫課程暫行綱要（89年9月公布）的第三屆學習者，在國小五年級的數學課程中（南一版、康軒版）就已陸陸續續出現數形規律與對稱圖形等課題。但在國中一年級的數學課程（康軒版）中，因為數形關係與線對稱兩個單元安排在下學期的正式課程，所以在其國中一年級上學期的數學課程中並未接觸過型與樣式或規律察覺等有關胚騰議題的教材，也未提及線對稱之內容；也就是說，學生在受測前對有關胚騰議題的印象只有國小五、六年級時學過的數形規律與對稱圖形等記憶。而國三與國二的學生則分別為九年一貫課程暫行綱要的第一、二屆學生，在他們一年級的數學正式教材中（皆為南一版）已經學過型與規律、線對稱和圖形變換（平移、旋轉、對稱）等單元。但本研究的測驗題目是以「只要學生的心智成熟度足以令其具備一定的認知能力就能作答，即與先備知識應無關。」做為設計的考量。所以學生不用學過型與規律的類似概念也能受測。

本研究原先設計為每個年級至少施測三個班級，但因一年級沒有電腦課，學生在操作上網方面又有困難，所以就只施測了三個班級。而二、三年級就各測了六個班級。

在資料可信度及代表性考慮下，研究者將出現下述情形的資料列為無效資料：1. 每個班級在受測時，當節課正好缺席的同學；2. 輸入無法判讀的學號而成為資料中的失蹤人口；3. 每筆資料（一筆六題）的作答時間不足 18 秒的受測者。在忽略無效資料的數據下，研究者只對有效資料作統計，並在下頁表中列出

樣本人數與有效資料筆數一覽表。

表 3-1 樣本人數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	每筆平均作答時間(秒)
105	38	34	209	112
114	37	33	295	110
116	36	27	268	111
207	39	26	113	99
209	37	33	256	64
217	38	35	222	92
218	37	34	220	87
219	39	34	284	81
220	38	35	321	86
303	40	38	352	104
309	41	36	248	134
310	40	39	306	96
313	40	36	250	117
314	40	37	292	98
318	41	39	353	111
總計	581	516	3989	

3.2 研究設計

按照本研究的研究目的，首先希望了解學生在不同類型胚騰的察覺率，並針對各題與各年級問答對率的百分比進行比較分析，其次探討國中生的胚騰推理能力與數學能力的相關程度。本研究定位為基本研究 (basic research)，目的在發現事實及解釋現象。本研究方法為相關研究 (correlational research)，應用統計方法分析國中生的胚騰推理能力與數學能力之間的相關性以作為預測的基礎。

本研究採用的測驗題目，乃根據文獻探討收集到的胚騰型態，再由研究者與指導教授和多位共同領域的研究者討論、延伸、修訂而成。題目錯誤選項的設計是先使用問卷調查法（每個年級約 120 份），同樣的題目以問卷填答方式讓學生以紙筆作答，畫出他自己所想的答案圖形。再以人工閱卷方式統計出每一題前四名最多人畫出的相同錯誤圖形，做為題目的四個錯誤選項。

本研究題目的設計特色為由題目的前三個圖形就可以觀察出規律，並以此規律歸納出第四個圖案（正確答案）。研究者可不必設計錯誤選項，也可不用提示正確選項即能施測，這使得本測驗可發展成填充題型。而且，若改由同學自行畫出答案，似乎可以增加同學作答的想像空間。

本研究的測驗題目採複本信度 (equivalent-forms reliability)，取一年十四班每位同學的前六筆資料，發現前三筆和後三筆的答對題數之相關係數達 0.72 的信度係數 (coefficient of reliability)，而且同一個年級之不同班級的平均答對題數接近，故確定本研究的測驗題目信度應該在可接受範圍。本研究的測驗效度為效標關聯效度，以學生的學期數學成績與本測驗的平均答對題數取相關係數，其中有兩個班級達高相關，十二個班級達中度相關。

研究資料的獲得是採自我編製測驗，並以線上測驗方式收集資料（一年級 3 個班、二年級 6 個班、三年級 6 個班）。線上測驗的資料傳回資料庫後，以量的方法予以分類統計，先分析各個班級的每位同學的平均答對題數與其數學學期成績的相關程度，並利用 SPSS 統計軟體中的相關係數的統計顯著性考驗程式，來檢驗胚騰推理能力與數學能力是否成正相關。再應用 SPSS 統計軟體中的兩個百分比的差異顯著性考驗程式，來檢查各題與各年級間答對率的百分比是否具有顯著的差異。

如果有任何學校的老師想要以此測驗題目測試學生的胚騰推理能力，可以直接上到網址 <http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/> 做測驗。當然詳細的作答資料也會傳回資料庫，所以施測的老師最後若要索取學生的作答資料，就必須和國立中央大學的單維彰教授 (email: shann@math.ncu.edu.tw) 聯絡，而研究者也將秉持研究服務教學的理念來為各位老師服務。

3.3 研究工具

本研究測驗的題庫共有 50 題，測驗题目的設計架構是將所有題目分為六個主要類型：1. 序數增長型：共 12 題。2. 遞迴增長型：共 11 題。3. 屬性胚騰型：共 6 題。4. 平移胚騰型：共 9 題。5. 旋轉胚騰型：共 6 題。6. 對稱胚騰型：共 6 題。題目架構如下表：

表 3-2 題目類型一覽表

原始題號	題目類型	原始題號	題目類型	原始題號	題目類型
1	序數增長	18	序數增長	35	對稱胚騰
2	序數增長	19	序數增長	36	對稱胚騰
3	序數增長	20	旋轉胚騰	37	旋轉胚騰
4	序數增長	21	遞迴增長	38	對稱胚騰
5	序數增長	22	旋轉胚騰	39	對稱胚騰
6	序數增長	23	旋轉胚騰	40	對稱胚騰
7	遞迴增長	24	遞迴增長	41	平移胚騰
8	遞迴增長	25	屬性胚騰	42	平移胚騰
9	遞迴增長	26	旋轉胚騰	43	平移胚騰
10	屬性胚騰	27	遞迴增長	44	平移胚騰
11	遞迴增長	28	屬性胚騰	45	平移胚騰
12	遞迴增長	29	遞迴增長	46	平移胚騰
13	序數增長	30	序數增長	47	屬性胚騰
14	序數增長	31	屬性胚騰	48	屬性胚騰
15	遞迴增長	32	旋轉胚騰	49	平移胚騰
16	序數增長	33	平移胚騰	50	平移胚騰
17	對稱胚騰	34	遞迴增長		

在題目選項編排原則上，研究者為了減少同學因為重複做到相同題目時記憶選項的影響，各題的正確答案選項安排是以亂數出現，同一個題目在不同的時候

出現，所有選項順序都是以亂數重排，因此正確答案的編號每次不同。

在每一筆題目的選擇上，本研究爲了要配合研究者的指導教授單維彰老師所研究的物件導向數學概念評量工具的評量模式，將測驗的題目設計好，以每次只測驗六個題目的形式擺在同一個網頁 (<http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/>) 上，所以施測的結果每一筆只有六題，又爲了讓每種類型的題目可以均勻出現，因此以六大主要類型之每類型各出現一題作爲每一筆題目的選擇原則。但是，雖然每一筆題目即能測到六個類型的題目，不過也導致了題數較少之類型，有較多出現的機會。

在測驗的施測程序上，本研究的胚騰推理測驗施測時間在 2004.12.28~2005.1.7 之上課期間，也就是上學期第三次段考之前。地點是在筆者任教的桃園縣立平鎮國中的電腦教室裡。每一節課施測一個班級，總共施測了 15 個班級，包含一年級 105、114、116 三個班級，二年級 207、209、217、218、219、220 六個班級，三年級 303、309、310、313、314、318 六個班級。

研究者親自施測的班級有 114、116、303、318 等四個班級。都是把全班學生帶到電腦教室，告知測驗的目的只是要了解同學們圖形推理的能力，測驗的結果不計分，但作答的結果和時間會被電腦紀錄下來，傳回資料庫，我會去資料庫看結果，請他們要認真作答。每人至少要做六筆題目（共 36 題），不限時間，自己作答，不要看別人的答案，也不要告訴別人答案。有興趣的同學可不斷的做下去，不想繼續做的同學可上別的網站。研究者發現大部分同學的作答時間約 20 分鐘。其中一年級的同學有很多不會以瀏覽器指定網址 (<http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/>)，並用滑鼠拉選「胚騰推理」選項，需要到旁邊個別指導。但三年級就只有少數的同學不會操作。

其餘的班級 207、209、217、218、219 由同一位電腦老師，利用當節電腦課的課餘 20 分鐘施測；309、310、313、314 由另一位電腦老師，利用當節電腦課的課餘 20 分鐘施測；而 105、220 則是情商學校兩位同事，個別利用一堂課的時間施測。研究者在委託其他施測者施測時，已事先聲明施測的結果要作爲研究者研究之用，必須每位學生至少都完成六筆測驗題目且不限時間。

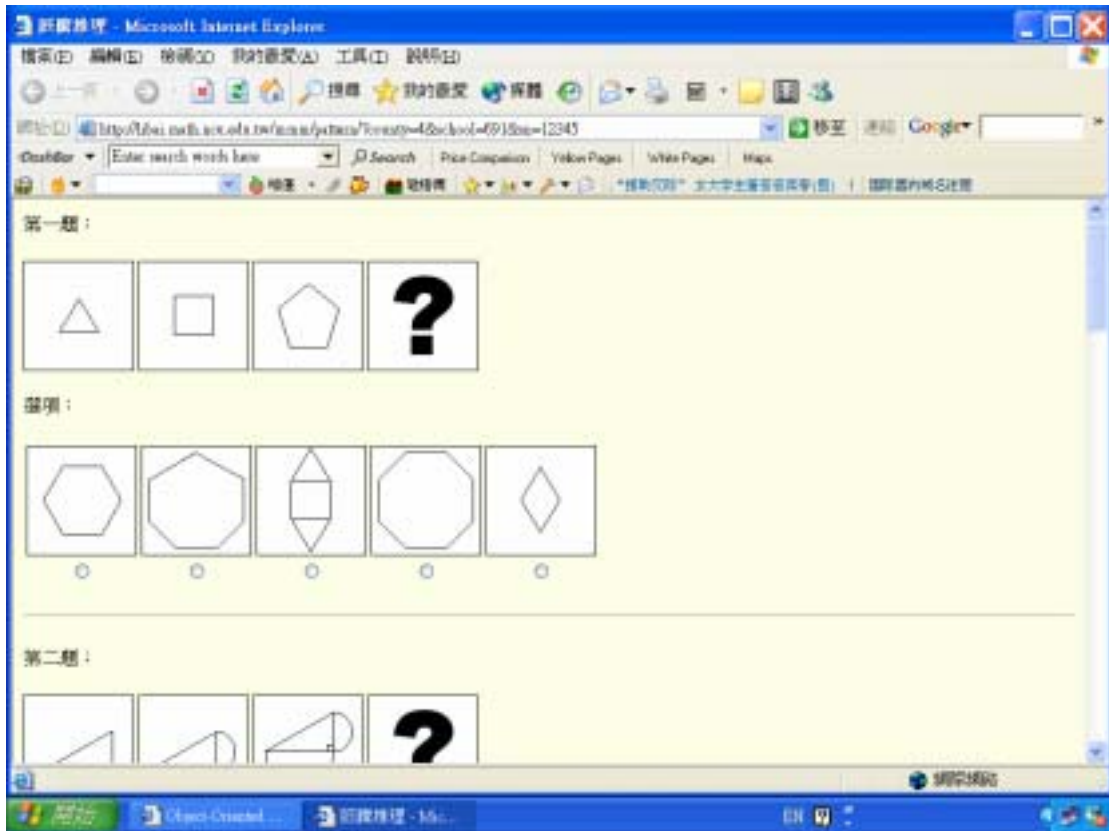
本研究爲了要配合研究者的指導教授單維彰老師所研究的物件導向數學概

念評量工具的評量模式，將測驗的題目設計好，以每次只測驗六個題目的形式擺在同一個網頁 (<http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/>) 上，使得本測驗每次只能測驗六個題目，而且沒有計算分數。研究者為了讓測驗方式可以更多元化且基於網路資源分享的理念，國立中央大學的單維彰教授 (email: shann@math.ncu.edu.tw) 提供了另外一個網址，若有任何老師、學生及社會人士有興趣做這份測驗的所有題目或想知道自己在這份胚騰推理測驗能得幾分，都可以不受限制且免費的進到以下網址 <http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/pattern50/> 做線上測驗。

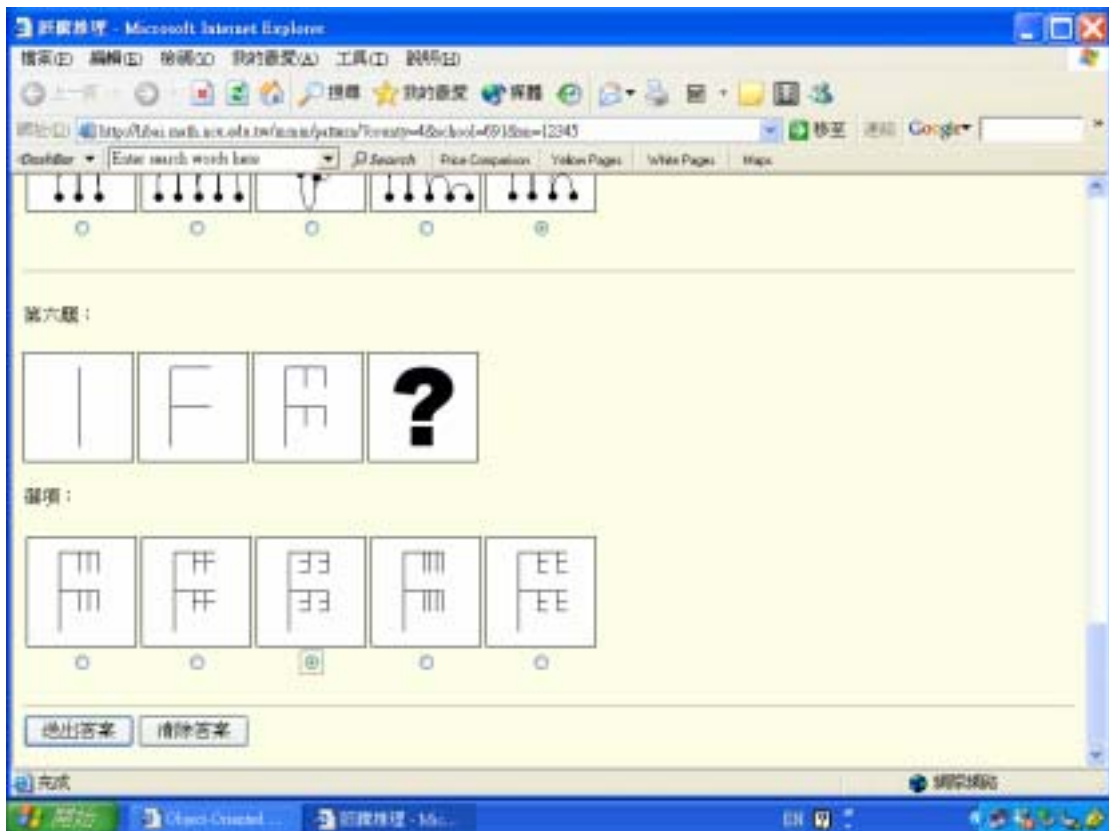
以下將用視窗簡介本研究所做之胚騰推理線上測驗的操作步驟：首先，打開電腦並連上線後，開啓網頁瀏覽器即出現電腦預設的首頁。如下所示在網址 (D) 的右方輸入新的網址 <http://libai.math.ncu.edu.tw/mmm/>。點一下「移至」，就應該出現如下所示之視窗。受測學生必須在基本資料與選題表內各欄位拉選自己所屬縣市、學校和題目分類，並輸入所屬班級代號及學號。例如：確定輸入自己一年23班，班級代號 123...等資料無誤後，點「送出」。



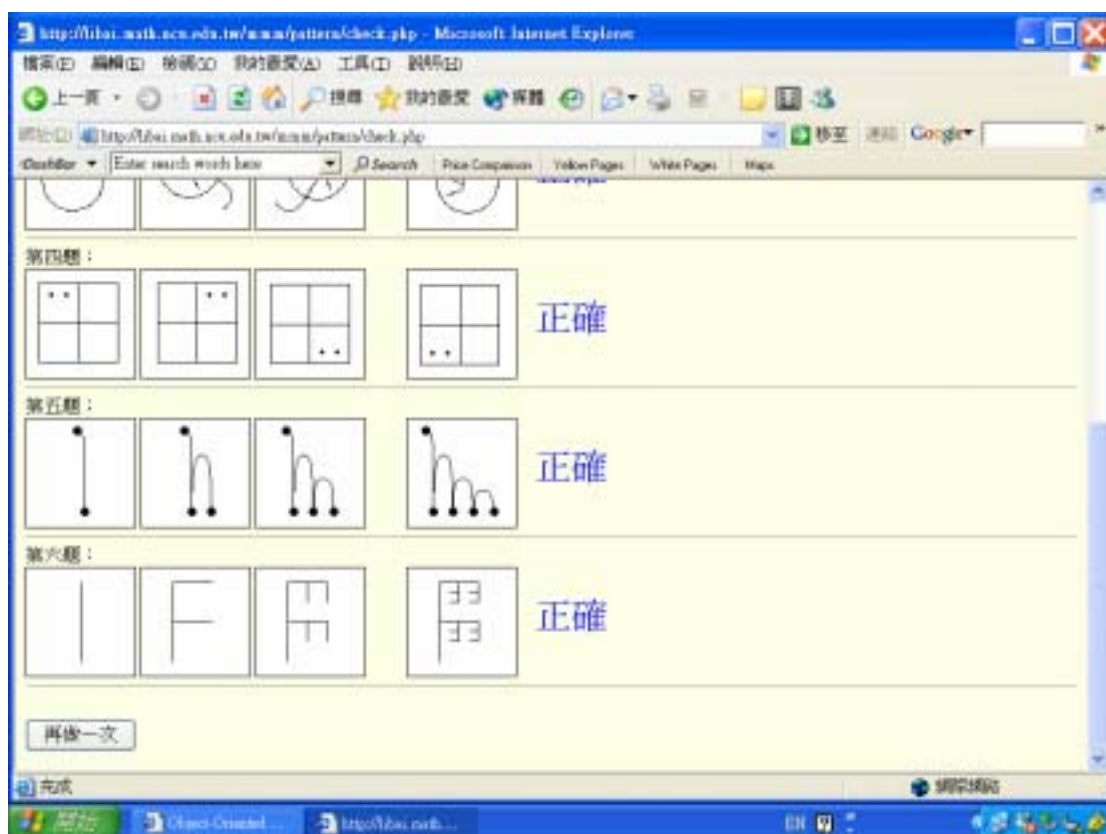
送出後視窗就會出現六個題目，每題五個選項，點選選項下方的圓鈕作答。



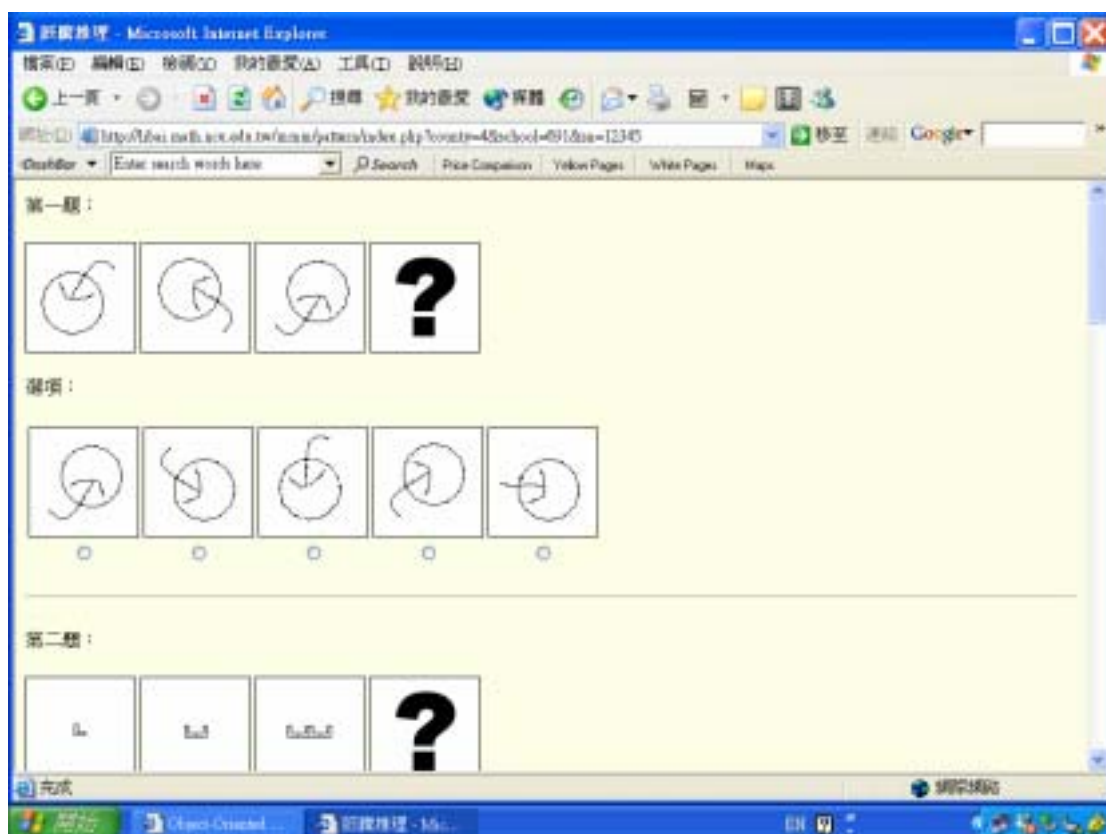
在作答完畢後即可點「送出答案」。



送出答案後，可以看見剛剛所做的題目，以及自己所選的答案。



點「再做一次」，就可繼續下一筆（新的六個題目）的測驗，如以下視窗所示：



3.4 研究限制

- 1、本研究爲了要配合物件導向數學概念評量工具的評量模式，以每次只測驗六個題目的形式施測。雖然題目的挑選以亂數安排，但還是有很大的機會在幾筆測驗中就做到重複出現的題目，這難免會影響施測結果。
- 2、本研究所設計的胚騰推理總題庫共 50 題，在測驗模式與時間的限制下，很少學生能夠完全做過這 50 個題目，也無法在測驗的同時就給學生一個回饋分數。學生只能在每一筆測驗完成後知道每一題的對錯，甚至可能沒有機會知道自己答錯的題目的正確答案。
- 3、本研究以量的方法分析學生的測驗結果，並以此結果代表學生的胚騰推理能力。然而不可能以此總題庫才 50 題的測驗成績就完全代表學生的胚騰推理能力，研究者僅能以自身的想法盡量去設計符合胚騰推理的題目作爲研究工具，這之間難免會有落差。
- 4、雖然在施測前已告知學生要自己做答，還是有部分學生會參考左右同學的答案，甚至和同學討論題目的答案。這些現象在非正式的考試情形下實難避免。
- 5、協助施測的教師對學生作答的認真度、積極度會有影響。若此教師平日班級管理嚴格，則可看出學生較認真思考作答，使用的作答時間較久；反之，則可看出學生的馬虎心態，不甚盡力。研究者施測的班級因爲受到較多的正向說明與鼓勵作答，他們作答的筆數會較其它同年級的班級多，且平均答對題數也較多。
- 6、因爲基本資料需要學生輸入學號作爲辨識，而學生常使用的是座號，所以有很多學生輸入座號，還有不知道自己學號的同學輸入無法辨識的號碼成爲無效資料。這都造成資料收集的困擾。
- 7、本研究的測驗並無限制作答時間，導致每個人在每筆題目的作答時間上有很大的差異。如果只是受到思考速度快慢的影響，不應該有如此大的差異，研究者認爲作答態度也是重要的影響因素。爲了避免態度因素的影響過甚，研究者只好將作答時間不足 18 秒的資料視爲無效資料。

- 8、本研究工具設計原先預估要一節課的施測時間，但迫於學生作答意願或課程進度壓力的考量，只要求學生至少要做完六筆題目，這樣的讓步使得測驗的時間減為約 20 分鐘。
- 9、本研究受限於時間與財力因素，樣本的選取採便利取樣，以研究者任教的學校學生為主，無法擴及更大的範圍。若因此致使研究結果有所差異，實為本研究無法克服的限制。
- 10、施測結束後，研究者發現二年級的每筆作答時間相對短了一、三年級約 20 秒，且在各題的平均答對率上有很多題的表現比一年級差，很有可能是因為其草率作答所造成。研究者應事先想到受測者的作答態度對測驗結果的影響，限於時間因素實在來不及預防學生草率作答所造成誤差。這樣的誤差影響了一、二年級和二、三年級在各題的答對率百分比差異之比較結果的可信度，所以在這一部分的比較結果僅供讀者參考。但此情況並不影響二年級本身從測驗結果所統計出的胚騰推理能力與數學能力之相關程度。

3.5 資料處理

作答紀錄傳回資料庫後，先將資料轉換成 EXCEL 檔，將學生按照班級、學號依序列出，逐一審查並刪去無效資料，再進行統計處理。

首先，將所有資料按照題號順序重新排列，統計各題在各年級的答對率，再應用 SPSS 統計軟體中的兩個百分比的差異顯著性考驗程式 (χ^2 考驗) 來檢查每一題之各年級答對率的百分比，在顯著水準 $\alpha=0.05$ 的雙側考驗下是否具有顯著的差異。如果某一題 χ^2 的值達到顯著水準，便表示三個年級在這一題的答對率百分比有顯著差異存在。本研究將接著進行「事後比較」(a posteriori comparisons)，找出哪些年級的答對率百分比之間在 $\alpha=0.05$ 顯著水準時有顯著差異存在。

其次，統計每個班級中個人的平均答對題數，並利用 SPSS 統計軟體中的相關係數統計顯著性考驗程式，計算個人的平均答對題數與個人的上學期數學成績在 $\alpha=0.05$ 顯著水準時是否達顯著相關。

第四章 研究結果與討論

本章將先說明分析的程序，再對各研究結果分別討論。本研究的各項詳細統計數據僅是提供判斷之參佐，並非研究之重心，故詳細的統計資料與檢定數據均編排於附錄中。於結果分析之內文中，將僅就檢定結果以簡表呈現。

4.1 結果分析的程序說明

為求方便做比較並顧慮閱讀的流暢性，本研究對於每一題在各年級間答對率的百分比是否具有顯著差異的結果分析，以原先設計之六大類型為分析順序：(一) 序數增長型、(二) 遞迴增長型、(三) 屬性胚騰型、(四) 平移胚騰型、(五) 旋轉胚騰型、(六) 對稱胚騰型等，且各題的分析項目依序為：

- 1、**題目展示**：展示原設計題目與其正確答案（第 1 個）和錯誤選項（後 4 個）。
- 2、**結果呈現**：以表格展示各年級的受測人數與答對率。
- 3、**統計檢定**：利用 SPSS 統計軟體檢定各年級答對率是否達顯著差異，若整體達顯著差異則接著進行事後比較，找出哪些年級間有顯著差異。
- 4、**現象詮釋**：說明檢定結果並對研究所顯示之現象作更進一步的分析與詮釋。

其次，本研究在胚騰推理與數學能力之相關性的結果分析是以年級：

(一) 一年級、(二) 二年級、(三) 三年級，等為分析順序，按照班級個別說明此班之個人的平均答對題數與個人的上學期數學成績是否成正相關。每個班級的分析項目依序為：

- 1、**結果呈現**：以表格展示各班人數、有效資料人數、有效資料筆數和個人的平均答對題數與上學期數學成績之相關係數。
- 2、**統計檢定**：利用 SPSS 統計軟體檢定個人的平均答對題數與個人的上學期數學成績是否達顯著相關，並展示胚騰推理與數學能力二個變項所構成的散佈圖。
- 3、**現象詮釋**：對於研究所顯示之現象作更進一步的分析與詮釋。

4.2 各題答對率百分比結果分析

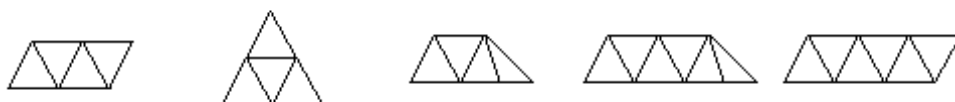
(一) 序數增長型：

第 1 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-1-1 【題 1】答對率一覽表

題目 1	受測次數	答對率
全部學生	319	0.81
一年級	58	0.81
二年級	105	0.76
三年級	156	0.85

3、統計檢定

表 4-1-2 【題 1】檢定結果

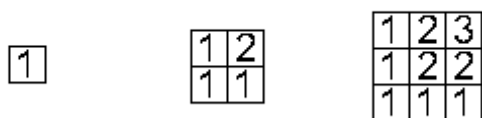
題號	受測總次數	有無顯著差異
1	319	無

4、現象詮釋

針對第 1 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-1-2 所示：各年級間『無』顯著差異。且從結果高達八成左右的答對率來看，可推測此題的規律，不論年齡差距或學習版本的差異，均能在進入國中階段之後自然察覺。

第 2 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-2-1 【題 2】答對率一覽表

題目 2	受測次數	答對率
全部學生	340	0.66
一年級	62	0.56
二年級	125	0.62
三年級	153	0.75

3、統計檢定

表 4-2-2 【題 2】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
2	340	有

表 4-2-3 事後比較

題目 2	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	無

4、現象詮釋

針對第 2 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-2-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-2-3 所示。本題顯示出各年級的答對率隨著年級的升高而提高。

第 3 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-3-1 【題 3】答對率一覽表

題目 3	受測次數	答對率
全部學生	354	0.74
一年級	71	0.72
二年級	133	0.65
三年級	150	0.83

3、統計檢定

表 4-3-2 【題 3】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
3	354	有

表 4-3-3 事後比較

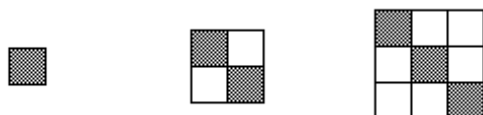
題目 3	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

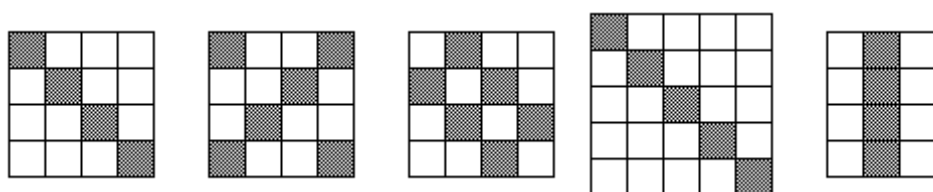
針對第 3 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-3-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-3-3 所示。本題與題 1 類似，但三角形數增加，這因素干擾了一、二年級的作答，使其答對率各降了一成，但三年級似乎不受影響。

第 4 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-4-1 【題 4】答對率一覽表

題目 4	受測次數	答對率
全部學生	347	0.84
一年級	72	0.83
二年級	124	0.75
三年級	151	0.91

3、統計檢定

表 4-4-2 【題 4】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
4	347	有

表 4-4-3 事後比較

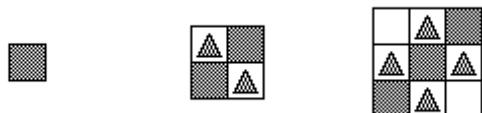
題目 4	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

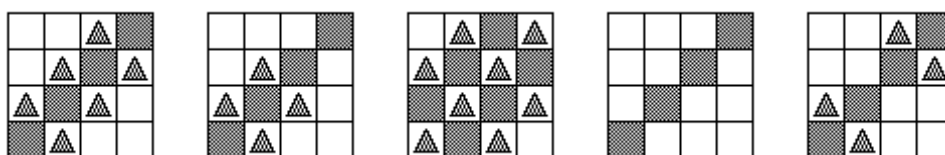
針對第 4 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-4-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-4-3 所示。本題的高答對率顯示此題對學生而言是容易察覺的。

第 5 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-5-1 【題 5】答對率一覽表

題目 5	受測次數	答對率
全部學生	332	0.75
一年級	70	0.74
二年級	119	0.66
三年級	143	0.83

3、統計檢定

表 4-5-2 【題 5】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
5	332	有

表 4-5-3 事後比較

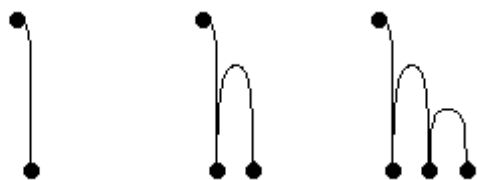
題目 5	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

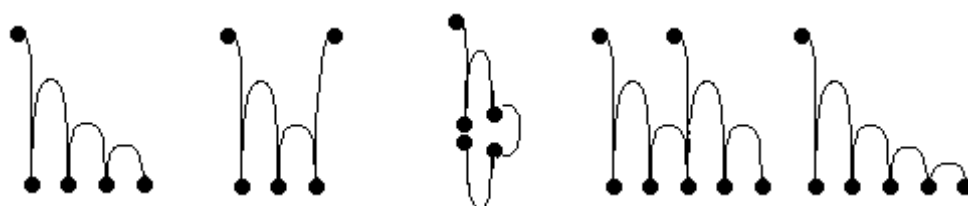
針對第 5 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-5-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-5-3 所示。本題類似題 4，但增添了些許干擾，使得各年級答對率皆降了一成。

第 6 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-6-1 【題 6】答對率一覽表

題目 6	受測次數	答對率
全部學生	321	0.86
一年級	63	0.84
二年級	126	0.83
三年級	132	0.9

3、統計檢定

表 4-6-2 【題 6】檢定結果

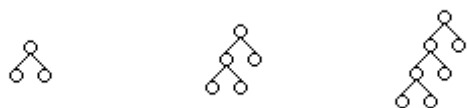
題號	受測總次數	有無顯著差異
6	321	無

4、現象詮釋

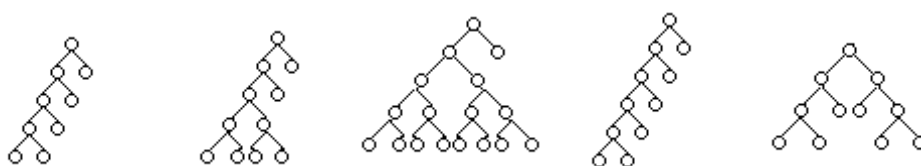
針對第 6 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-6-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題的超高答對率顯示學生進入國中階段後便可自然察覺此題的規律。

第 13 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-7-1 【題 13】答對率一覽表

題目 13	受測次數	答對率
全部學生	357	0.78
一年級	74	0.81
二年級	132	0.69
三年級	151	0.83

3、統計檢定

表 4-7-2 【題 13】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
13	357	有

表 4-7-3 事後比較

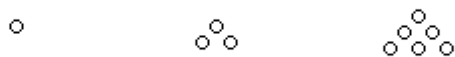
題目 13	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 13 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-7-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-7-3 所示。三年級在本題的答對率顯著高於二年級。

第 14 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-8-1 【題 14】答對率一覽表

題目 14	受測次數	答對率
全部學生	313	0.77
一年級	54	0.72
二年級	128	0.72
三年級	131	0.84

3、統計檢定

表 4-8-2 【題 14】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
14	313	有

表 4-8-3 事後比較

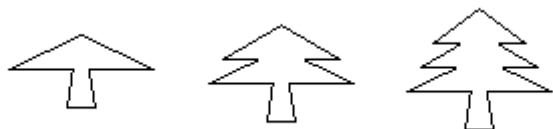
題目 14	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	無

4、現象詮釋

針對第 14 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-8-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-8-3 所示。本題三年級的答對率雖然高於一、二年級，但三個年級的答對率都算高。

第 16 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-9-1 【題 16】答對率一覽表

題目 16	受測次數	答對率
全部學生	330	0.67
一年級	57	0.68
二年級	115	0.6
三年級	158	0.72

3、統計檢定

表 4-9-2 【題 16】檢定結果

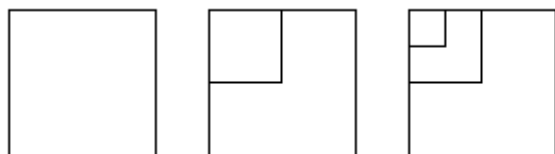
題號	受測總次數	有無顯著差異
16	330	無

4、現象詮釋

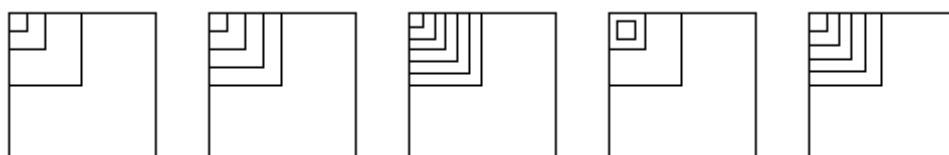
針對第 16 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-9-2 所示：各年級間『無』顯著差異。因為沒注意到小地方，將選項 3 誤視為正確答案，使得三個年級的答對率均下降了。

第 18 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-10-1 【題 18】答對率一覽表

題目 18	受測次數	答對率
全部學生	341	0.82
一年級	55	0.87
二年級	119	0.75
三年級	167	0.84

3、統計檢定

表 4-10-2 【題 18】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
18	341	無

4、現象詮釋

針對第 18 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-10-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題的高答對率顯示此題對學生而言是容易察覺的。

第 19 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-11-1 【題 19】答對率一覽表

題目 19	受測次數	答對率
全部學生	316	0.86
一年級	65	0.85
二年級	101	0.77
三年級	150	0.93

3、統計檢定

表 4-11-2 【題 19】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
19	316	有

表 4-11-3 事後比較

題目 19	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 19 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-11-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-11-3 所示。本題的超高答對率顯示學生可自然察覺此題的規律。

第 30 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-12-1 【題 30】答對率一覽表

題目 30	受測次數	答對率
全部學生	337	0.86
一年級	71	0.86
二年級	108	0.77
三年級	158	0.92

3、統計檢定

表 4-12-2 【題 30】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
30	337	有

表 4-12-3 事後比較

題目 30	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

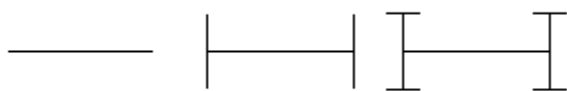
4、現象詮釋

針對第 30 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-12-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-12-3 所示。本題的超高答對率顯示學生可自然察覺此題的規律。

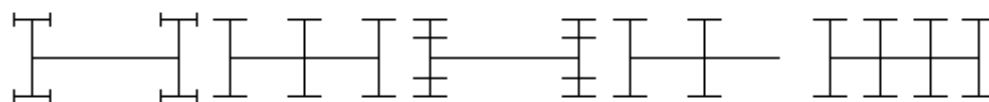
(二) 遞迴增長型：

第 7 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-13-1 【題 7】答對率一覽表

題目 7	受測次數	答對率
全部學生	307	0.62
一年級	74	0.57
二年級	98	0.54
三年級	135	0.71

3、統計檢定

表 4-13-2 【題 7】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
7	307	有

表 4-13-3 事後比較

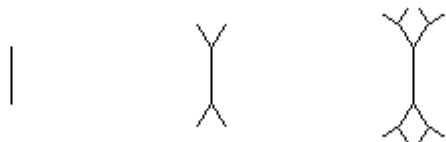
題目 7	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

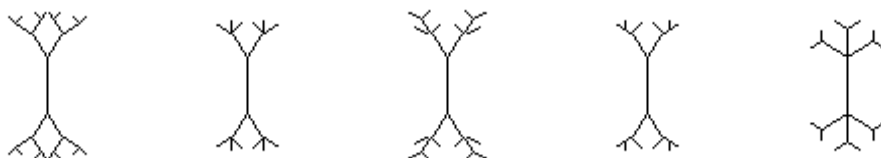
針對第 7 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-13-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-13-3 所示。從答對率來看，似乎三年級在此題的察覺程度上優於一、二年級。

第 9 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-14-1 【題 9】答對率一覽表

題目 9	受測次數	答對率
全部學生	334	0.58
一年級	63	0.56
二年級	113	0.51
三年級	158	0.63

3、統計檢定

表 4-14-2 【題 9】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
9	334	無

4、現象詮釋

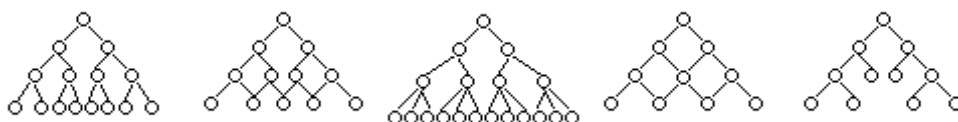
針對第 9 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-14-2 所示：各年級間『無』顯著差異。對於碎形一類的題目，三個年級的答對率均普遍下降。

第 11 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-15-1 【題 11】答對率一覽表

題目 11	受測次數	答對率
全部學生	353	0.4
一年級	67	0.45
二年級	125	0.3
三年級	161	0.45

3、統計檢定

表 4-15-2 【題 11】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
11	353	有

表 4-15-3 事後比較

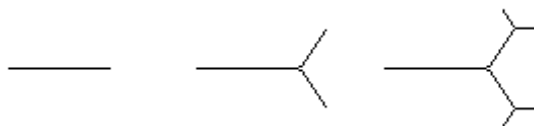
題目 11	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

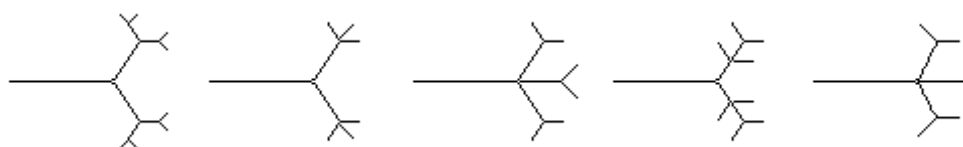
針對第 11 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-15-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-15-3 所示。可能因為學生未接觸過等比觀念的教材，導致此題的答對率偏低。

第 12 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-16-1 【題 12】答對率一覽表

題目 12	受測次數	答對率
全部學生	323	0.61
一年級	77	0.49
二年級	105	0.48
三年級	141	0.77

3、統計檢定

表 4-16-2 【題 12】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
12	323	有

表 4-16-3 事後比較

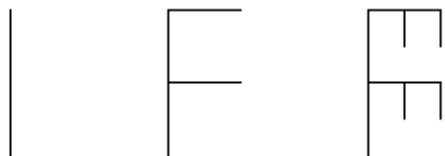
題目 12	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	有

4、現象詮釋

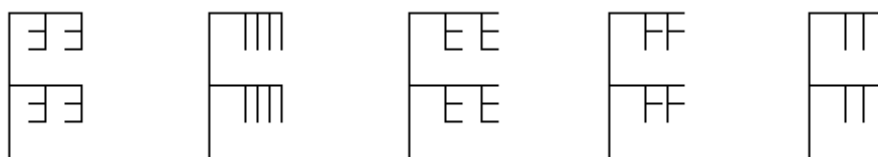
針對第 12 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-16-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-16-3 所示。本題三年級的答對率明顯高於一、二年級。

第 15 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-17-1 【題 15】答對率一覽表

題目 15	受測次數	答對率
全部學生	354	0.46
一年級	43	0.4
二年級	140	0.44
三年級	171	0.49

3、統計檢定

表 4-17-2 【題 15】檢定結果

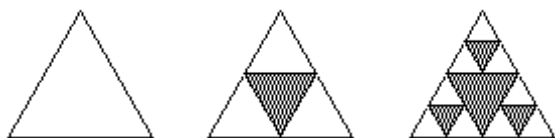
題號	受測總次數	有無顯著差異
15	354	無

4、現象詮釋

針對第 15 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-17-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-17-3 所示。學生對有方向性的遞迴增長型規律不易察覺，三個年級皆如此，且三個年級在此題的答對率上沒有顯著的年級差異。

第 21 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-18-1 【題 21】答對率一覽表

題目 21	受測次數	答對率
全部學生	303	0.43
一年級	66	0.32
二年級	116	0.3
三年級	121	0.6

3、統計檢定

表 4-18-2 【題 21】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
21	303	有

表 4-18-3 事後比較

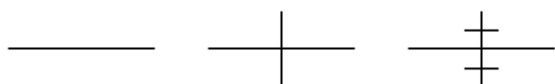
題目 21	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	有

4、現象詮釋

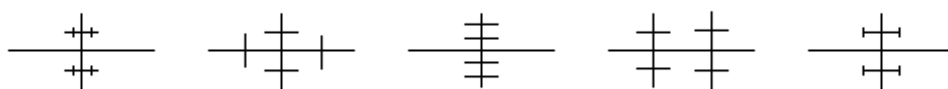
針對第 21 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-18-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-18-3 所示。本題再一次發現三年級對於碎形規律的察覺度明顯高於一、二年級。

第 24 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-19-1 【題 24】答對率一覽表

題目 24	受測次數	答對率
全部學生	344	0.39
一年級	56	0.25
二年級	131	0.29
三年級	157	0.53

3、統計檢定

表 4-19-2 【題 24】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
24	344	有

表 4-19-3 事後比較

題目 24	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 24 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-19-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-19-3 所示。對於碎形一類的題目，三年級的答對率顯著優於一、二年級。

第 8 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-20-1 【題 8】答對率一覽表

題目 8	受測次數	答對率
全部學生	789	0.37
一年級	141	0.26
二年級	293	0.33
三年級	355	0.45

3、統計檢定

表 4-20-2 【題 8】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
8	789	有

表 4-20-3 事後比較

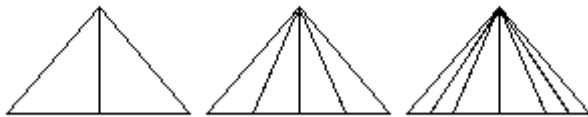
題目 8	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	有

4、現象詮釋

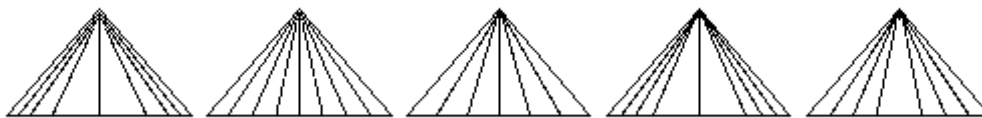
針對第 8 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-20-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-20-3 所示。本題屬於遞迴增長型的碎形題之一，此題的答對率隨著年級升高而提高，可是三個年級在此題的答對率皆不到五成，可見碎形規律的察覺對國中生而言有其困難度，但是，儘管如此，三年級的表現還是明顯優於一、二年級。

第 27 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-21-1 【題 27】答對率一覽表

題目 27	受測次數	答對率
全部學生	341	0.25
一年級	70	0.19
二年級	133	0.21
三年級	138	0.31

3、統計檢定

表 4-21-2 【題 27】檢定結果

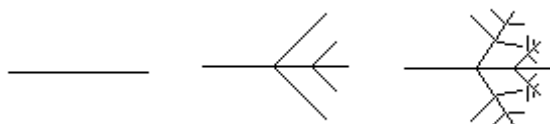
題號	受測總次數	有無顯著差異
27	341	無

4、現象詮釋

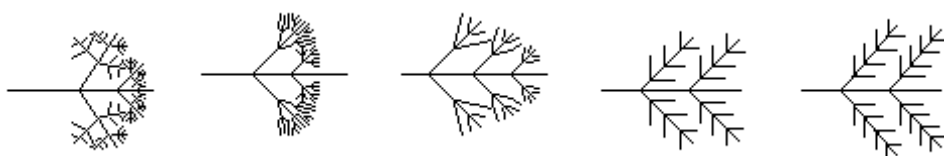
針對第 27 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-21-2 所示：各年級間『無』顯著差異。三個年級在此題的答對率都非常低，可見學生受到數量的干擾，使得在長度變化的規律上察覺度變差。

第 29 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-22-1 【題 29】答對率一覽表

題目 29	受測次數	答對率
全部學生	335	0.61
一年級	64	0.53
二年級	121	0.52
三年級	150	0.71

3、統計檢定

表 4-22-2 【題 29】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
29	335	有

表 4-22-3 事後比較

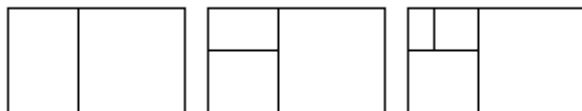
題目 29	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

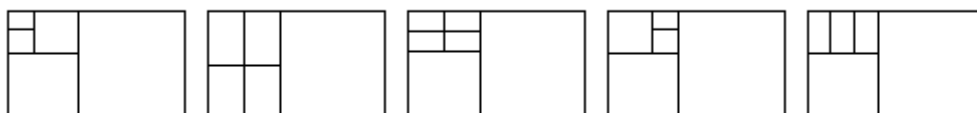
針對第 29 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-22-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-22-3 所示。本題又再一次發現三年級對於碎形規律的察覺度明顯高於一、二年級。

第 34 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-23-1 【題 34】答對率一覽表

題目 34	受測次數	答對率
全部學生	346	0.64
一年級	66	0.76
二年級	122	0.44
三年級	158	0.75

3、統計檢定

表 4-23-2 【題 34】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
34	346	有

表 4-23-3 事後比較

題目 34	有無差異
一、二年級	有
一、三年級	無
二、三年級	有

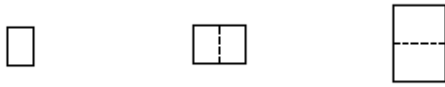
4、現象詮釋

針對第 34 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-23-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-23-3 所示。本題也是有方向性的遞迴增長型，且一、三年級表現明顯優於二年級。

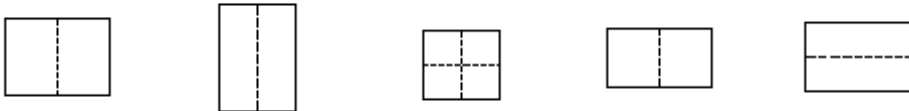
(三) 屬性胚騰型：

第 48 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-24-1 【題 48】答對率一覽表

題目 48	受測次數	答對率
全部學生	335	0.47
一年級	51	0.45
二年級	115	0.33
三年級	169	0.56

3、統計檢定

表 4-24-2 【題 48】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
48	335	有

表 4-24-3 事後比較

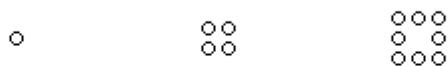
題目 48	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

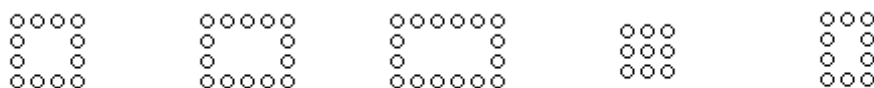
針對第 48 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-24-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-24-3 所示。

第 31 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-25-1 【題 31】答對率一覽表

題目 31	受測次數	答對率
全部學生	819	0.81
一年級	152	0.8
二年級	277	0.79
三年級	390	0.84

3、統計檢定

表 4-25-2 【題 31】檢定結果

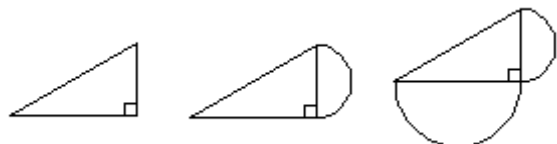
題號	受測總次數	有無顯著差異
31	819	無

4、現象詮釋

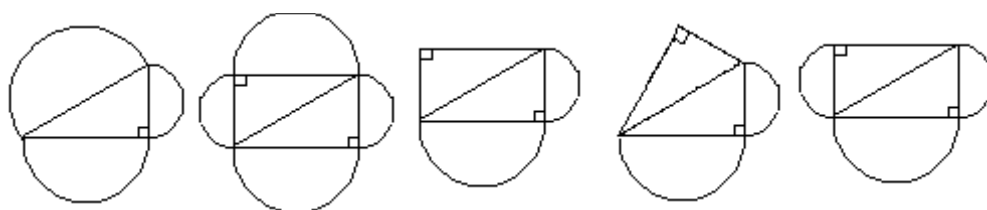
針對第 31 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-25-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題三個年級皆能達到八成左右的答對率，顯示大部分的學生可自然察覺此題的規律。

第 25 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-26-1 【題 25】答對率一覽表

題目 25	受測次數	答對率
全部學生	330	0.7
一年級	75	0.64
二年級	116	0.59
三年級	139	0.83

3、統計檢定

表 4-26-2 【題 25】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
25	330	有

表 4-26-3 事後比較

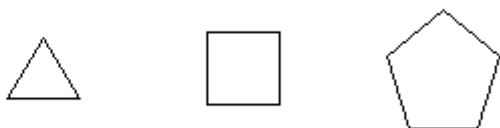
題目 25	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

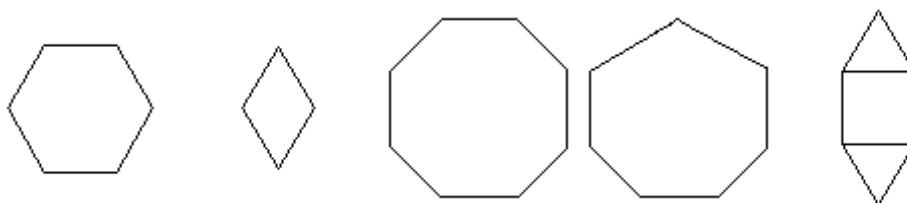
針對第 25 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-26-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-26-3 所示。

第 10 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-27-1 【題 10】答對率一覽表

題目 10	受測次數	答對率
全部學生	776	0.73
一年級	154	0.61
二年級	276	0.72
三年級	346	0.79

3、統計檢定

表 4-27-2 【題 10】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
10	776	有

表 4-27-3 事後比較

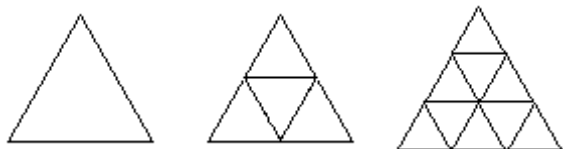
題目 10	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	無

4、現象詮釋

針對第 10 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-27-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-27-3 所示。此題的答對率隨著年級升高而提高，但只有一、三年級間在統計上達顯著差異。

第 28 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-28-1 【題 28】答對率一覽表

題目 28	受測次數	答對率
全部學生	797	0.71
一年級	167	0.73
二年級	281	0.65
三年級	349	0.74

3、統計檢定

表 4-28-2 【題 28】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
28	797	有

表 4-28-3 事後比較

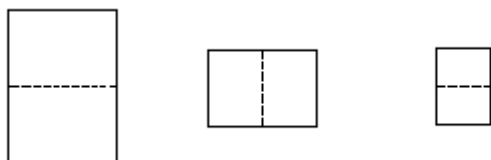
題目 28	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

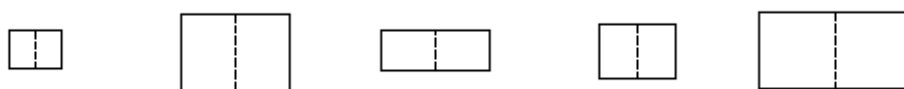
針對第 28 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-28-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-28-3 所示。三個年級皆有七成上下的答對率，顯示此題規律對學生而言並不難察覺。

第 47 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-29-1 【題 47】答對率一覽表

題目 47	受測次數	答對率
全部學生	827	0.81
一年級	158	0.82
二年級	308	0.77
三年級	361	0.84

3、統計檢定

表 4-29-2 【題 47】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
47	827	無

4、現象詮釋

針對第 47 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-29-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題三個年級的答對率皆在八成左右，顯示大部分學生在國中階段時能自然察覺此題的規律。

(四) 平移胚騰型：

第 33 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-30-1 【題 33】答對率一覽表

題目 33	受測次數	答對率
全部學生	437	0.52
一年級	77	0.47
二年級	153	0.44
三年級	207	0.59

3、統計檢定

表 4-30-2 【題 33】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
33	437	有

表 4-30-3 事後比較

題目 33	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 33 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-30-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-30-3 所示。對於圖形的平移胚騰，從答對率來看，三年級表現優於一、二年級。

第 41 題：

1、題目展示

#*@\$%#* @\$%#* @\$%#* @\$%#

選項：

@\$%# @ #*@\$%#* *@\$%#%# **@\$%# *#@\$%*#

2、結果呈現

表 4-31-1 【題 41】答對率一覽表

題目 41	受測次數	答對率
全部學生	462	0.47
一年級	90	0.4
二年級	161	0.37
三年級	211	0.58

3、統計檢定

表 4-31-2 【題 41】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
41	462	有

表 4-31-3 事後比較

題目 41	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 41 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-31-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-31-3 所示。一、二年級在符號平移的答對率比圖形平移皆下滑 0.07，但三年級不變。

第 42 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-32-1 【題 42】答對率一覽表

題目 42	受測次數	答對率
全部學生	447	0.56
一年級	83	0.65
二年級	171	0.47
三年級	193	0.59

3、統計檢定

表 4-32-2 【題 42】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
42	447	有

表 4-32-3 事後比較

題目 42	有無差異
一、二年級	有
一、三年級	無
二、三年級	無

4、現象詮釋

針對第 42 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-32-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-32-3 所示。一年級在不同長度線段平移的答對率上比圖形、符號的平移高出一至二成。

第 43 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-33-1 【題 43】答對率一覽表

題目 43	受測次數	答對率
全部學生	460	0.53
一年級	91	0.55
二年級	157	0.46
三年級	212	0.57

3、統計檢定

表 4-33-2 【題 43】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
43	460	無

4、現象詮釋

針對第 43 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-33-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題三個年級的答對率在統計上尚未達顯著差異。

第 44 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-34-1 【題 44】答對率一覽表

題目 44	受測次數	答對率
全部學生	426	0.58
一年級	85	0.53
二年級	153	0.45
三年級	188	0.71

3、統計檢定

表 4-34-2 【題 44】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
44	426	有

表 4-34-3 事後比較

題目 44	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 44 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-34-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-34-3 所示。一、二年級在顏色的平移上，對於一次移動一位或兩位並無太大影響。

第 45 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-35-1 【題 45】答對率一覽表

題目 45	受測次數	答對率
全部學生	406	0.49
一年級	80	0.59
二年級	145	0.28
三年級	181	0.61

3、統計檢定

表 4-35-2 【題 45】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
45	406	有

表 4-35-3 事後比較

題目 45	有無差異
一、二年級	有
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 45 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-35-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-35-3 所示。二年級在鉛垂平移的答對率比水平平移約降低了一成多。

第 46 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-36-1 【題 46】答對率一覽表

題目 46	受測次數	答對率
全部學生	449	0.41
一年級	88	0.41
二年級	163	0.33
三年級	198	0.48

3、統計檢定

表 4-36-2 【題 46】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
46	449	有

表 4-36-3 事後比較

題目 46	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 46 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-36-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-36-3 所示。

一、三年級在鉛垂平移一次兩位的答對率上低於一次一位一至二成。

第 49 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-37-1 【題 49】答對率一覽表

題目 49	受測次數	答對率
全部學生	441	0.59
一年級	86	0.74
二年級	161	0.5
三年級	194	0.6

3、統計檢定

表 4-37-2 【題 49】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
49	441	有

表 4-37-3 事後比較

題目 49	有無差異
一、二年級	有
一、三年級	無
二、三年級	無

4、現象詮釋

針對第 49 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-37-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-37-3 所示。本題一年級在答對率的表現優於二、三年級，其中一、二年級間達統計上顯著的差異，這是值得探討的結果

第 50 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-38-1 【題 50】答對率一覽表

題目 50	受測次數	答對率
全部學生	479	0.61
一年級	92	0.68
二年級	171	0.49
三年級	216	0.67

3、統計檢定

表 4-38-2 【題 50】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
50	479	有

表 4-38-3 事後比較

題目 50	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

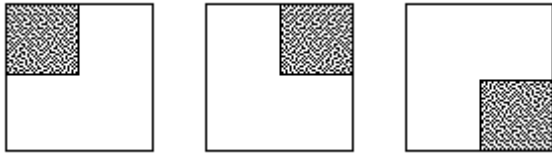
4、現象詮釋

針對第 50 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-38-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-38-3 所示。一年級在此題的表現仍優於二、三年級，但在統計上並未達顯著差異，不過三年級的表現在統計上已顯著優於二年級。

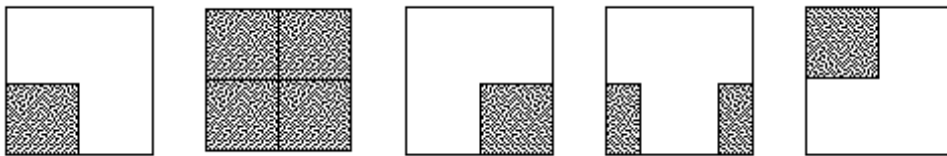
(五) 旋轉胚騰型：

第 20 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-39-1 【題 20】答對率一覽表

題目 20	受測次數	答對率
全部學生	618	0.9
一年級	117	0.91
二年級	211	0.84
三年級	290	0.93

3、統計檢定

表 4-39-2 【題 20】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
20	617	有

表 4-39-3 事後比較

題目 20	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

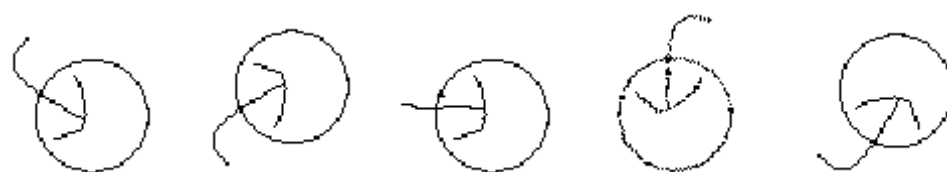
針對第 20 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-39-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-39-3 所示。此題約九成的答對率顯示各年級大部分學生皆可自然察覺本題規律。

第 22 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-40-1 【題 22】答對率一覽表

題目 22	受測次數	答對率
全部學生	633	0.8
一年級	139	0.78
二年級	217	0.74
三年級	277	0.86

3、統計檢定

表 4-40-2 【題 22】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
22	633	有

表 4-40-3 事後比較

題目 22	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 22 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-40-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-40-3 所示。本題八成左右的答對率顯示簡單圖形的旋轉對國中生而言並不困難。

第 23 題：

1、題目展示

月 四 自

選項：

四 四 月 四 四

2、結果呈現

表 4-41-1 【題 23】答對率一覽表

題目 23	受測次數	答對率
全部學生	679	0.78
一年級	125	0.81
二年級	238	0.68
三年級	316	0.84

3、統計檢定

表 4-41-2 【題 23】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
23	679	有

表 4-41-3 事後比較

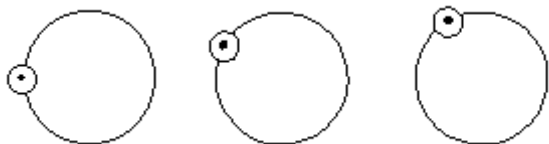
題目 23	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

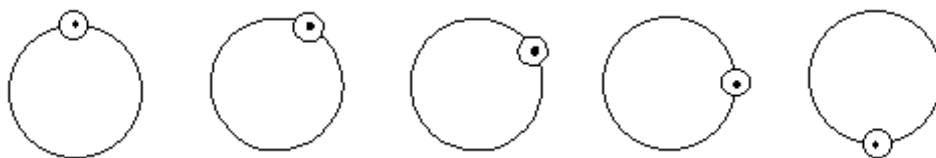
針對第 23 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-41-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-41-3 所示。三年級對簡單的文字或圖形旋轉規律的辨識均在統計上顯著優於二年級。

第 26 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-42-1 【題 26】答對率一覽表

題目 26	受測次數	答對率
全部學生	714	0.72
一年級	127	0.74
二年級	253	0.65
三年級	334	0.75

3、統計檢定

表 4-42-2 【題 26】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
26	714	有

表 4-42-3 事後比較

題目 26	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 26 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-42-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-42-3 所示。一、三年級在簡單的旋轉規律上的表現並無顯著差異。

第 32 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-43-1 【題 32】答對率一覽表

題目 32	受測次數	答對率
全部學生	679	0.91
一年級	129	0.97
二年級	256	0.86
三年級	294	0.94

3、統計檢定

表 4-43-2 【題 32】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
32	679	有

表 4-43-3 事後比較

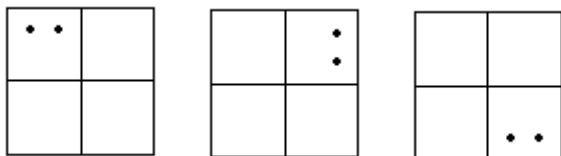
題目 32	有無差異
一、二年級	有
一、三年級	無
二、三年級	無

4、現象詮釋

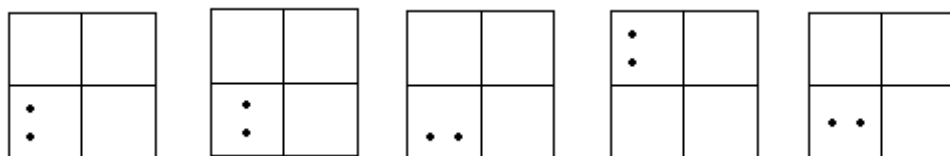
針對第 32 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-43-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-43-3 所示。本題的高答對率顯示大部分的國中生能自然察覺簡單的旋轉胚騰。

第 37 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-44-1 【題 37】答對率一覽表

題目 37	受測次數	答對率
全部學生	689	0.63
一年級	135	0.64
二年級	260	0.56
三年級	294	0.69

3、統計檢定

表 4-44-2 【題 37】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
37	689	有

表 4-44-3 事後比較

題目 37	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 37 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-44-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-44-3 所示。旋轉加上需判別點的相對位置似乎干擾了各年級學生的辨識能力。

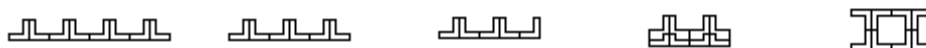
(六) 對稱胚騰型：

第 17 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-45-1 【題 17】答對率一覽表

題目 17	受測次數	答對率
全部學生	684	0.56
一年級	125	0.58
二年級	250	0.48
三年級	309	0.62

3、統計檢定

表 4-45-2 【題 17】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
17	684	有

表 4-45-3 事後比較

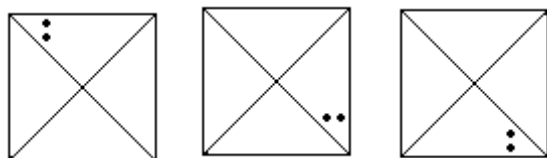
題目 17	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

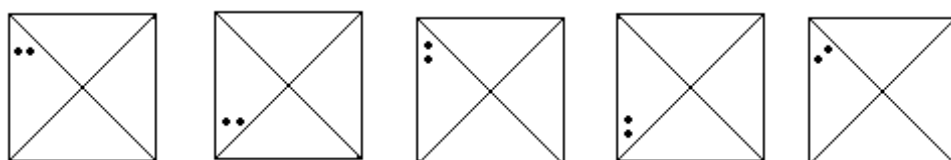
針對第 17 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-45-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-45-3 所示。學生容易將對稱型增長誤辨識成序數型增長。

第 35 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-46-1 【題 35】答對率一覽表

題目 35	受測次數	答對率
全部學生	710	0.51
一年級	130	0.56
二年級	257	0.37
三年級	323	0.6

3、統計檢定

表 4-46-2 【題 35】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
35	710	有

表 4-46-3 事後比較

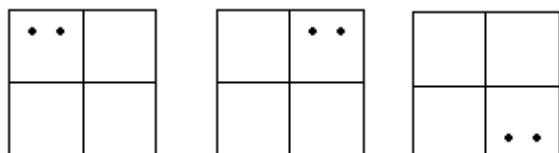
題目 35	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

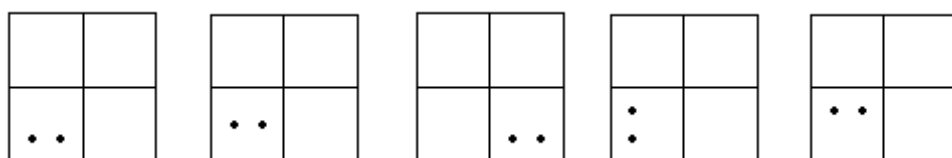
針對第 35 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-46-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-46-3 所示。對國中生而言斜線對稱的難度高於鉛垂與水平對稱。

第 36 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-47-1 【題 36】答對率一覽表

題目 36	受測次數	答對率
全部學生	688	0.72
一年級	137	0.72
二年級	239	0.61
三年級	312	0.8

3、統計檢定

表 4-47-2 【題 36】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
36	688	有

表 4-47-3 事後比較

題目 36	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 36 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-47-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-47-3 所示。由本題顯示出各年級在鉛垂與水平對稱的答對率高於在斜線對稱的答對率約一至二成。

第 38 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-48-1 【題 38】答對率一覽表

題目 38	受測次數	答對率
全部學生	655	0.53
一年級	132	0.58
二年級	240	0.47
三年級	283	0.55

3、統計檢定

表 4-48-2 【題 38】檢定結果

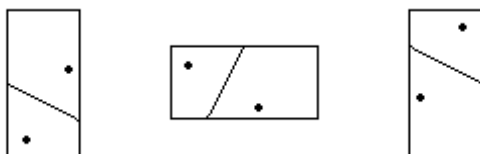
題號	受測總次數	有無顯著差異
38	655	無

4、現象詮釋

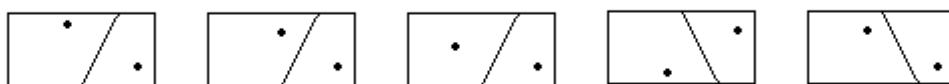
針對第 38 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-48-2 所示：各年級間『無』顯著差異。本題再次顯示出國中學生容易將對稱型增長誤辨識成序數型增長，原因可能是因為多數學生並非以圖形擴張的思維去辨識胚騰而是以算出圖形的個數去推得答案。

第 39 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-49-1 【題 39】答對率一覽表

題目 39	受測次數	答對率
全部學生	639	0.48
一年級	120	0.47
二年級	215	0.36
三年級	304	0.56

3、統計檢定

表 4-49-2 【題 39】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
39	639	有

表 4-49-3 事後比較

題目 39	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	無
二、三年級	有

4、現象詮釋

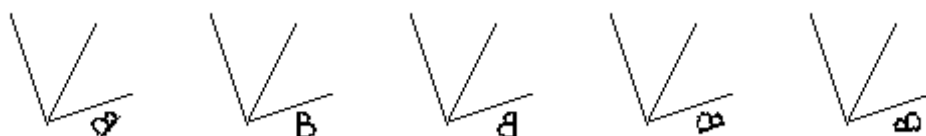
針對第 39 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-49-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-49-3 所示。對國中生而言，斜線對稱加上旋轉後需找相對位置的干擾因素似乎大大的增加了辨識的困難度，使得各年級的答對率皆偏低。

第 40 題：

1、題目展示



選項：



2、結果呈現

表 4-50-1 【題 40】答對率一覽表

題目 40	受測次數	答對率
全部學生	633	0.36
一年級	128	0.23
二年級	234	0.31
三年級	271	0.47

3、統計檢定

表 4-50-2 【題 40】檢定結果

題號	受測總次數	有無顯著差異
40	633	有

表 4-50-3 事後比較

題目 40	有無差異
一、二年級	無
一、三年級	有
二、三年級	有

4、現象詮釋

針對第 40 題進行各年級答對率是否有顯著差異之檢定，結果如表 4-50-2 所示：各年級間『有』顯著差異。因此，接著進行事後比較，結果如表 4-50-3 所示。由本題的答對率顯示出國中生對於將文字連續多次做斜線對稱後的辨識有困難，但三年級的表现還是明顯優於一、二年級的表现。

4.3 平均答對題數與數學成績的相關結果分析

(一) 一年級：

105：

1、結果呈現

表 4-51-1 【班 105】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
105	38	34	210	0.59

2、統計檢定

表 4-51-2 【班 105】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
105	34	有

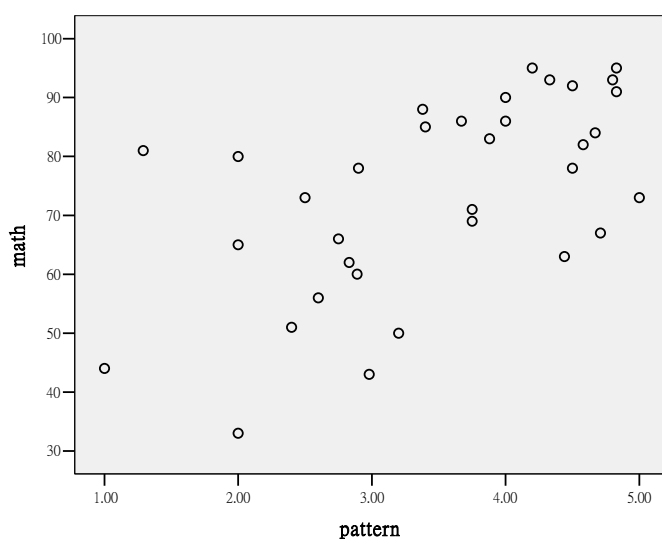


圖 4-1 【班 105】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.59 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.35，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 35%。

114：

1、結果呈現

表 4-52-1 【班 114】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
114	37	33	295	0.8

2、統計檢定

表 4-52-2 【班 114】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
114	33	有

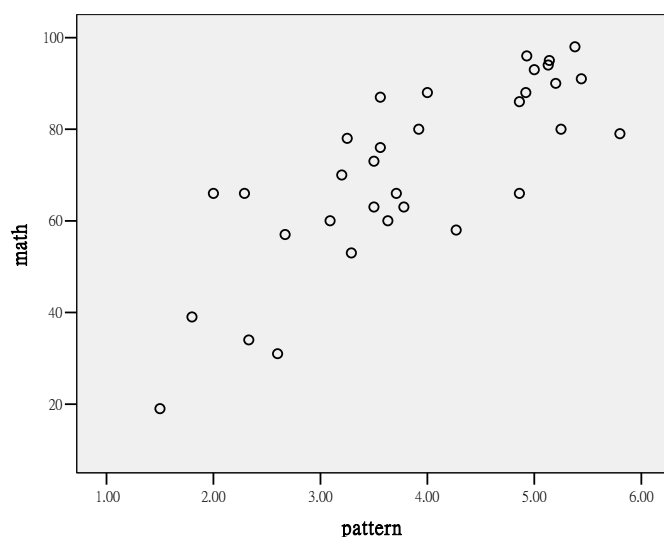


圖 4-2 【班 114】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.8 為高度正相關，決定係數（coefficient of determination）為 0.64，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 64%。

116：

1、結果呈現

表 4-53-1 【班 116】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
116	36	27	268	0.19

2、統計檢定

表 4-53-2 【班 116】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
116	27	無

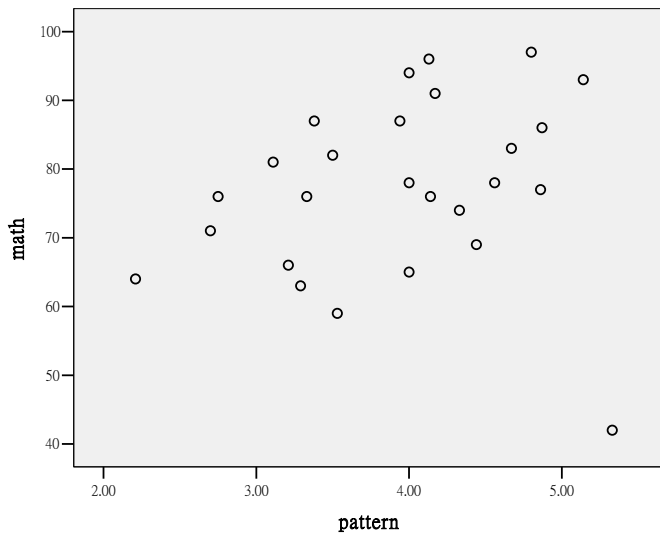


圖 4-3 【班 116】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.19 為低度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.03。換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 3%。造成低相關的原因是該班有一特例學生莊x憲。他在胚騰推理測驗的分數很高，但是數學成績表現卻未達相對水準，甚至差距極大，這在散佈圖中的右下方可以明顯看見。拿掉這個特例後重新統計，該班的相關係數馬上提升到 0.50 為中度正相關。

(二) 二年級

207 :

1、結果呈現

表 4-54-1 【班 207】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
207	39	26	113	0.52

2、統計檢定

表 4-54-2 【班 207】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
207	26	有

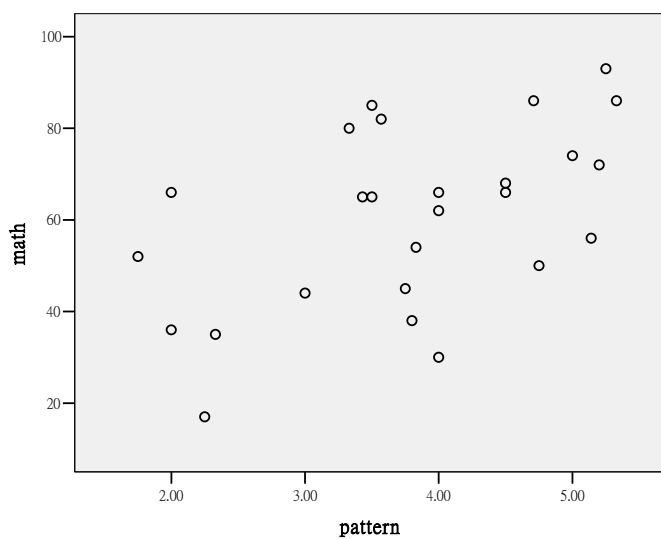


圖 4-4 【班 207】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.52 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.27，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 27%。

209：

1、結果呈現

表 4-55-1 【班 209】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
209	37	33	256	0.63

2、統計檢定

表 4-55-2 【班 209】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
209	33	有

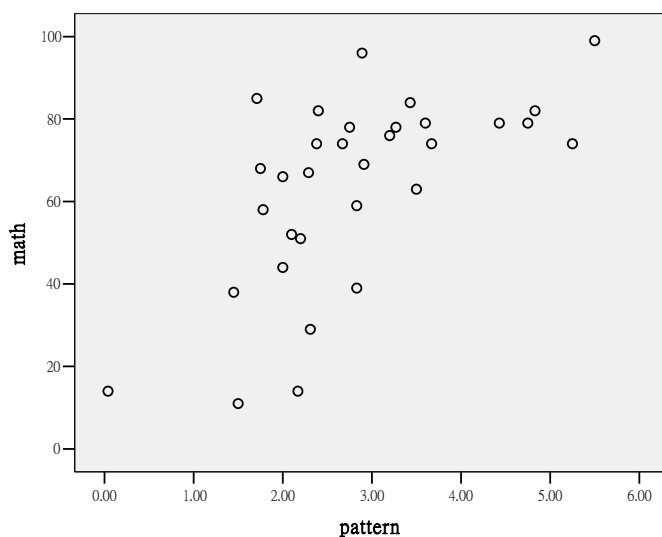


圖 4-5 【班 209】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.63 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.4，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 40%。

217：

1、結果呈現

表 4-56-1 【班 217】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
217	38	35	221	0.69

2、統計檢定

表 4-56-2 【班 217】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
217	35	有

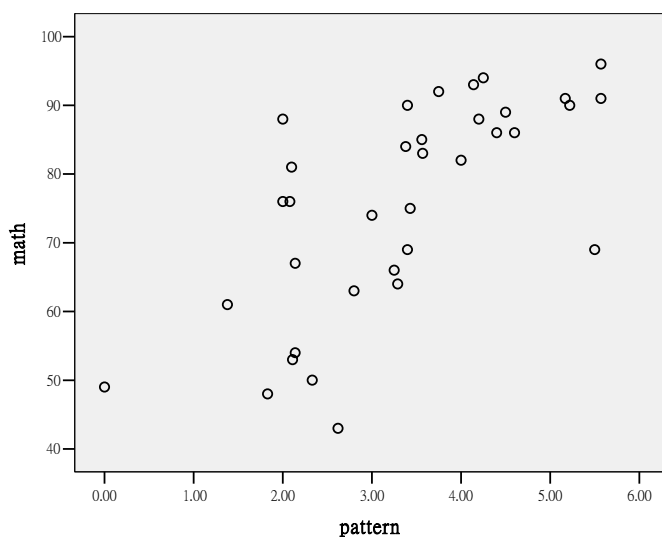


圖 4-6 【班 217】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.69 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.47，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 47%。

218 :

1、結果呈現

表 4-57-1 【班 218】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
218	37	34	220	0.6

2、統計檢定

表 4-57-2 【班 218】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
218	34	有

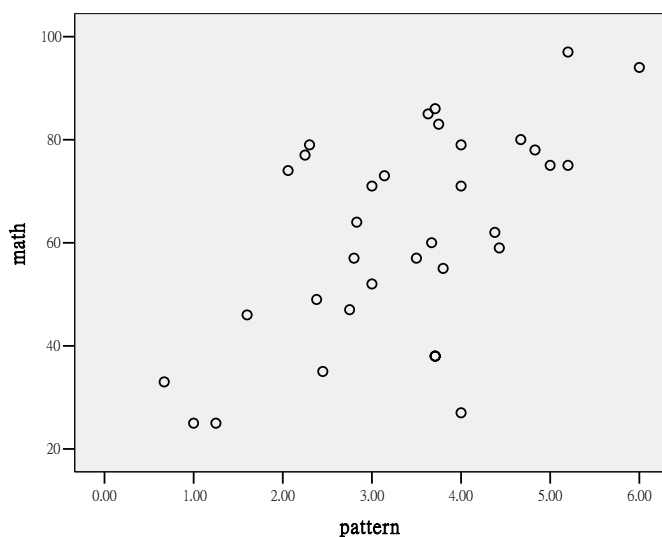


圖 4-7 【班 218】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.6 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.36，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 36%。

219：

1、結果呈現

表 4-58-1 【班 219】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
219	39	34	284	0.52

2、統計檢定

表 4-58-2 【班 219】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
219	34	有

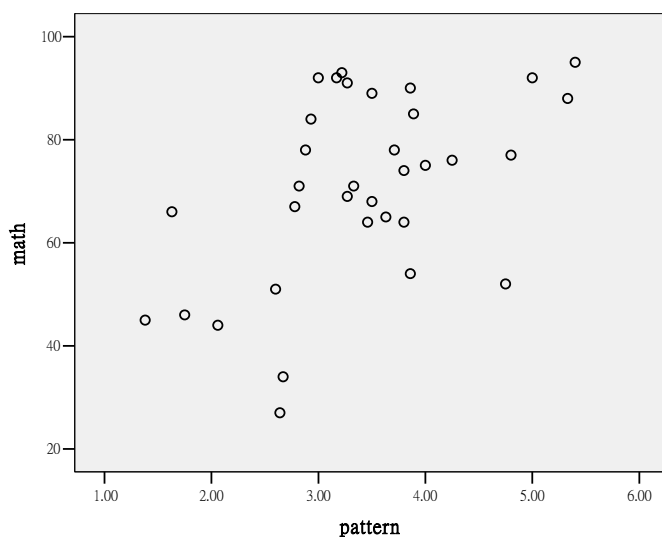


圖 4-8 【班 218】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.52 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.27，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 27%。

220 :

1、結果呈現

表 4-59-1 【班 220】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
220	38	35	321	0.7

2、統計檢定

表 4-59-2 【班 220】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
220	35	有

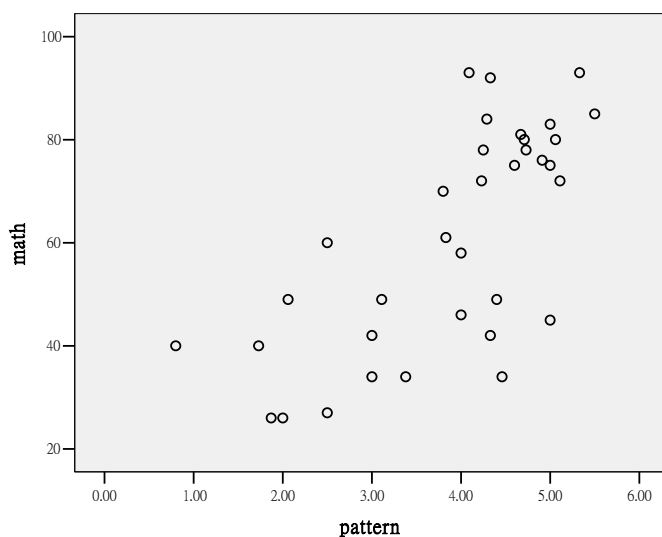


圖 4-9 【班 220】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.7 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.49，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 49%。

(三) 三年級

303 :

1、結果呈現

表 4-60-1 【班 303】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
303	40	38	352	0.73

2、統計檢定

表 4-60-2 【班 303】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
303	38	有

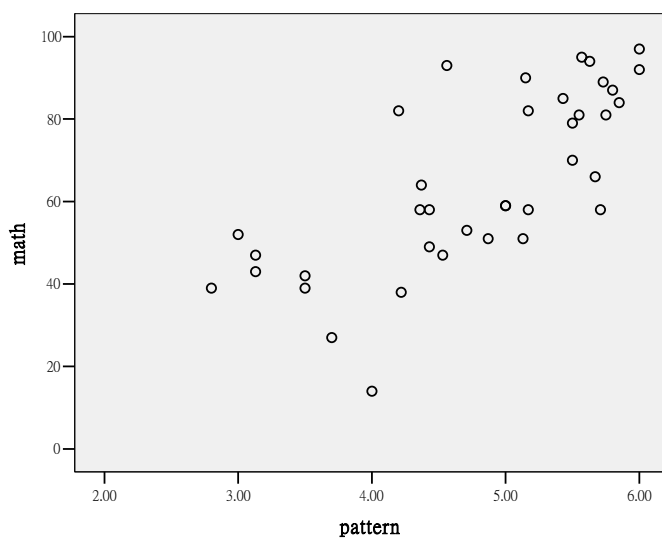


圖 4-10 【班 303】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.73 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.54，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 54%。

309：

1、結果呈現

表 4-61-1 【班 309】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
309	41	36	248	0.68

2、統計檢定

表 4-61-2 【班 309】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
309	36	有

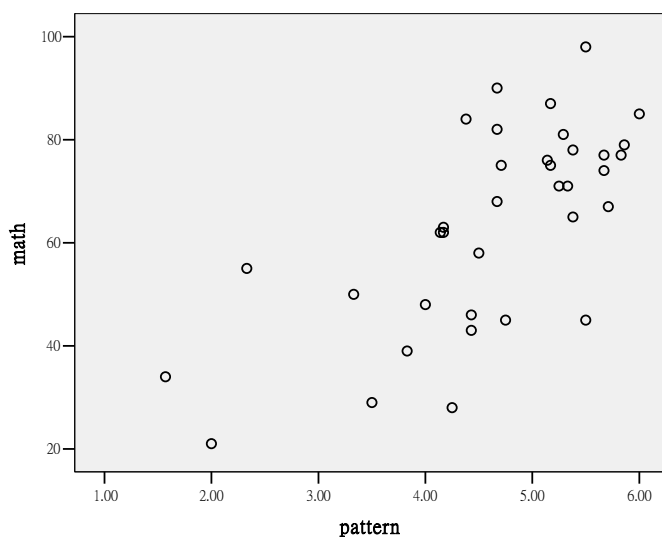


圖 4-11 【班 309】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.68 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.47，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 47%。

310：

1、結果呈現

表 4-62-1 【班 310】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
310	40	39	306	0.75

2、統計檢定

表 4-62-2 【班 310】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
310	39	有

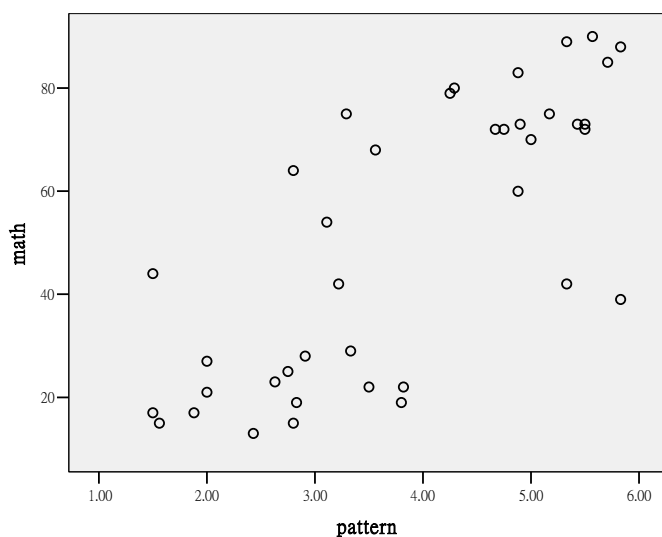


圖 4-12 【班 310】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.75 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.57，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 57%。

313 :

1、結果呈現

表 4-63-1 【班 313】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
313	40	36	250	0.65

2、統計檢定

表 4-63-2 【班 313】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
313	36	有

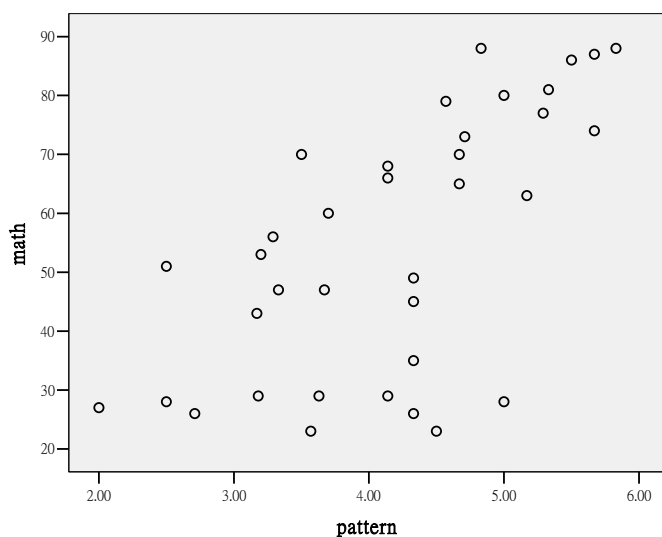


圖 4-13 【班 313】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.65 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.42，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 42%。

314：

1、結果呈現

表 4-64-1 【班 314】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
314	40	37	292	0.81

2、統計檢定

表 4-64-2 【班 314】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
314	37	有

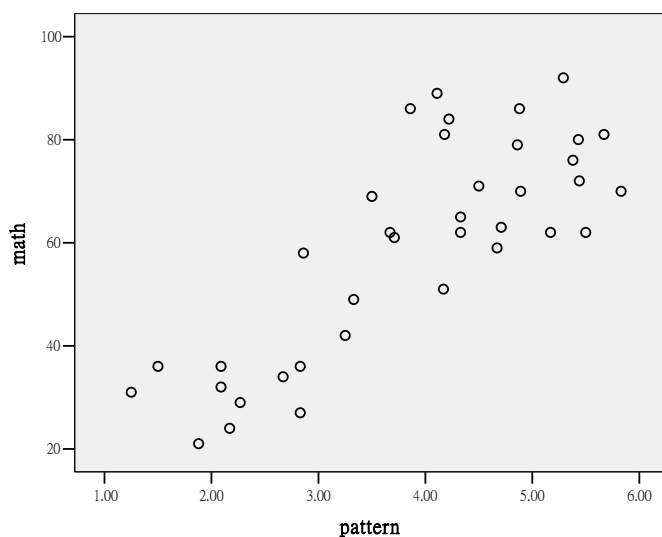


圖 4-14 【班 314】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.81 為高度正相關，決定係數（coefficient of determination）為 0.66，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 66%。

318：

1、結果呈現

表 4-65-1 【班 318】相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
318	41	39	353	0.65

2、統計檢定

表 4-65-2 【班 318】檢定結果

班級	有效資料人數	有無顯著相關
318	39	有

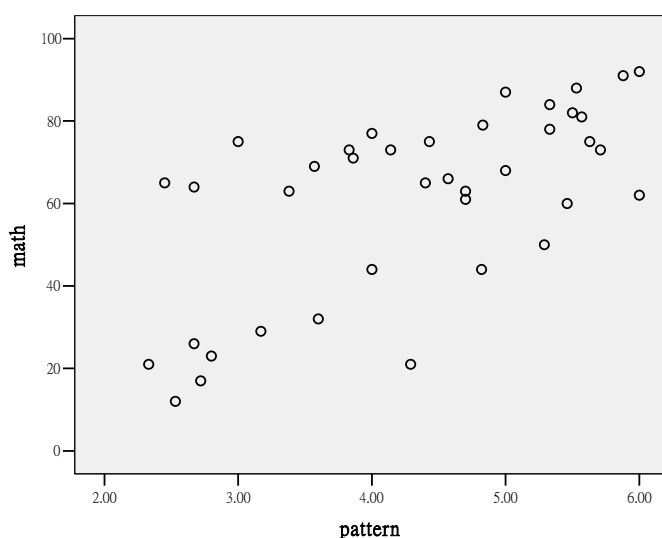


圖 4-15 【班 318】散佈圖

3、現象詮釋

學生胚騰推理測驗的平均答對題數與其上學期的數學成績之相關係數 0.65 為中度正相關，決定係數 (coefficient of determination) 為 0.42，換言之，胚騰推理能力能解釋數學思維能力之變異量的 42%。

第五章 結論與建議

本研究旨在了解各年級學生在不同類型胚騰的察覺率是否有差異，並探討國中生的胚騰推理能力與數學能力的相關性，提供教師一個作為預測學生數學能力的參考測驗。為達此研究目的，研究者與指導教授和多位共同領域的研究者討論、延伸、修訂出本研究所使用的胚騰推理測驗，以線上測驗的方式對研究者任教的桃園縣立平鎮國中學生施測（有效資料人數 516 人），經由統計與分析，獲致相關結論如下。

5.1 結論

本節將就各年級在不同類型胚騰的察覺率差異，和胚騰推理能力與數學能力的相關性兩方面，列舉各項研究結果的發現和結論。

5.1.1 各年級在不同類型胚騰的察覺率差異

- 1、整體而言，本研究設計的胚騰推理在各年級的施測結果呈現出三年級的察覺率普遍高於一、二年級。也就是說，三年級的胚騰推理能力大致上明顯優於一、二年級。
- 2、三個年級在序數增長類型題的答對率幾乎都能達八成左右，甚至有些題目的答對率可達九成上下，而且此題型出現最多在統計上三個年級並無顯著差異的結果，顯示大部分學生到國中階段皆能自然察覺此類型胚騰。但研究者發現多數學生並非以圖形外觀擴張的思維來辨識，而是以圖形組成個數來推理。
- 3、對國中生而言，等比的增長規律難度高於等差的增長規律。不論哪一個年級，這兩個類型的答對率均大約相差二成。
- 4、對國中生而言，斜直線的對稱難度高於水平或鉛垂直線的對稱。不論哪一個年級，這兩個類型的答對率均約相差一至二成。

- 5、線對稱加上旋轉的干擾讓各年級答對率降至五成上下，顯示同時間處理二種規律的操作對國中生而言比處理單一變動規律的難度增加許多。
- 6、對於複雜度增高的對稱胚騰，在答對率上一年級和三年級的差距會再拉開約一成，顯示心智的成熟使得三年級的學生在干擾因素增多的情況下，胚騰察覺率明顯優於一年級。
- 7、對於簡單的旋轉胚騰，大部分的學生都能察覺出變化規律，甚至有些題目可高達八、九成的答對率，顯示旋轉變動對國中生而言並不困難，但若在旋轉胚騰中加入一些干擾因素，將造成學生空間位置感混亂，而導致無法辨識正確的相對位置，使得答對率約下降一至二成。
- 8、一年級在對稱胚騰的表現似乎優於在平移胚騰的表現，而二、三年級在對稱胚騰的表現和其在平移胚騰的表現卻差不多。
- 9、從各題答對率的數據可以看出在很多胚騰推理的題目上，一年級的表現竟然優於二年級，雖然並非每一題皆達統計上的顯著差異，但這樣出乎意料的結果實在值得探討。
- 10、各年級在符號、顏色、長短、圖串位置的平移胚騰答對率偏低，原因可能是因為數學課程較少介紹這類型規律，致使學生在平移胚騰的答對率很多低於旋轉胚騰。
- 11、三年級在遞迴增長型題的表現優於一、二年級，顯示心智的成熟與經驗的累積對胚騰推理能力的成長有顯著的影響。
- 12、研究者採成對樣本 t 檢定法考驗三個年級在胚騰推理題庫 50 題的平均答對率差異，結果顯示三年級表現顯著優於一、二年級，但一年級的表現竟顯著優於二年級，這是研究者意料之外的結果。為何會有此結果？研究者從二個年級平均作答時間的長短相差了 20 秒考慮，研究者猜測有此意料之外的結果也許是作答態度的因素影響。
- 13、由於研究者未事先預防學生草率作答所造成的測驗結果誤差，這樣的誤差影響了一、二年級和二、三年級在各題的答對率百分比差異之比較結果的可信度，因此這一部分的研究結果僅供讀者參考。

5.1.2 胚騰推理能力與數學能力的相關程度

下表 5-1 為受測班級的有效資料統計表及所計算出的各班學生胚騰推理測驗分數與學期數學成績的相關係數一覽表：

表 5-1 胚騰推理測驗分數與學期數學成績的相關係數一覽表

班級	原班人數	有效資料人數	有效資料筆數	相關係數
105	38	34	210	0.59
114	37	33	295	0.8
116	36	27	268	0.19
207	39	26	113	0.52
209	37	33	256	0.63
217	38	35	221	0.69
218	37	34	220	0.6
219	39	34	284	0.52
220	38	35	321	0.7
303	40	38	352	0.73
309	41	36	248	0.68
310	40	39	306	0.75
313	40	36	250	0.65
314	40	37	292	0.81
318	41	39	353	0.65
總計	581	516	3989	

從以上的統計結果，除了班級 116 的樣本人數流失太多，加上有一特例學生的影響，未能在統計上達到顯著相關之外，其餘班級的胚騰推理測驗分數與學期數學成績皆能在統計上達到顯著相關。據此，研究者推測在國中階段學生的胚騰推理能力與數學能力應該有顯著的相關。其中在統計數據上甚至有二個班級達高

度相關，十二個班級達中度相關。這樣的研究結果數據似乎已印證研究者的推測：數學成績表現好的同學，胚騰推理測驗成績也會好。即胚騰推理測驗成績不好的同學，數學成績表現也不會好。更進一步發現胚騰推理好的同學未必數學成績表現就會好，找出這些特例更能肯定本研究的價值。

一年級的 116 班有一特例學生莊x憲，他在胚騰推理測驗的分數很高，但是數學成績表現卻未達相對水準，甚至差距極大。這在圖 4-3【班 116】散佈圖中的右下方可以清楚看見此特例。拿掉這個特例後重新統計該班的相關係數，馬上提升到 0.50 為中度正相關。這個特例學生正好是研究者任教班級的學生，平常上課就對數學課程毫無興趣，不願花時間學習，寧願趴在桌上睡覺。但到了研究者教線對稱單元，需同學畫線對稱圖形時，他變得願意學習了，且學得比其他成績好的同學更好。就研究者上課期間對他的觀察和平日對該生的了解，該生很會畫畫，只要是圖像式的內容便能激起他的學習興趣。

將同年級各班合併計算其胚騰推理測驗分數與學期數學成績的相關係數時，一、二、三年級之胚騰推理測驗分數與學期數學成績的相關係數分別為 0.61、0.54、0.72 皆達顯著中度正相關。且本研究測驗的題目與數學內容的學習關係不大，不論是在一年級、二年級或三年級時施測一樣有效。

5.2 建議

根據本研究的研究結果及發現，研究者在未來研究方面提出以下建議：

- 1、胚騰的形式繁多，而本研究的胚騰推理題庫只有五十題，實在無法盡收所有不同題材的胚騰推理題目。期盼未來的研究者可以繼續發展，納入更多各式各樣的胚騰推理題目，使胚騰推理測驗的題庫更加精采豐富。
- 2、未來的研究者若為在職國中教師，且有興趣探究學生胚騰推理能力的成長情形，研究者建議採用縱貫法 (longitudinal method) 做研究，以任教的班級學生為研究對象，從國一剛入學就先施測一次，每一學年度結束再以複本施測，長期觀察研究學生在國中階段三年內其胚騰推理能力有何變化？這種情

況下，亂數選題的機制有助於提升測驗的信度。

- 3、有些受測的學生反應說此測驗的胚騰推理題目好像智力測驗的題目，研究者向學生說明此測驗並非智力測驗，但這個問題使研究者聯想到，如果將此胚騰推理測驗定位為預測數學能力的測驗，似乎應該訂出此測驗適用的年齡。當然，研究的結果顯示以年級為基準時國中階段是適用的，但可否延伸到更廣的年級，如國小高年級或高中，則有待後續研究。
- 4、本研究最早以紙筆作答收集學生錯誤的圖形來設計題目的誘答選項，但限於時間因素，研究者當時並未對紙筆測驗的結果進行探討分析，致使未能即刻掌握學生之錯誤推理的真正想法。未來研究者若能補以質的方式進行深入研究，針對各錯誤選項去了解學生的迷思概念，定能提供更完整的研究論述。
- 5、從序數增長題型的測驗結果，明顯發現學生作答時會將題目中形的變化轉換為數量的變化，觀察其規律。後續研究者可多發展一些無法只憑將圖形規律數量化就可答對的胚騰推理題目，藉以探究學生對此類型的胚騰察覺率是否會有所改變。
- 6、本次研究限於研究者的時間及財力因素，無法擴大研究範圍，為了避免便利抽樣的誤差，未來研究者若有機會可擴大研究範圍到以全校學生為研究對象甚至跨及多校施測。
- 7、研究者採成對樣本 t 檢定法考驗三個年級在胚騰推理題庫 50 題的平均答對率差異，結果顯示一年級的表现竟顯著優於二年級，這是研究者意料之外的結果。研究者從各年級平均作答時間的長短考慮，猜測有此意料之外的結果也許是作答態度的因素影響，因此後續的研究者最好能要求學生每筆作答時間至少在 100 秒以上，更能提高研究的可信度。

在教學方面，本研究建議教學者對那些胚騰推理測驗成績不好的同學，須知他之所以學不好數學的原因，不是不努力，而是數學天份弱。Gardner 的多元智力論提出八大智力，和數學有關的智力也只有兩個，教學者應多鼓勵數學天份弱的學生發展其它擅長的智力，不必強逼他非得學好數學不可。反之，對於胚騰推理測驗成績好，卻數學成績表現不好的學生，教學者就還可加強指導。

參考文獻

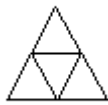
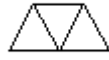
1. David Wade、Anthony Ashton (2004)，無所不在的模式 (蔡承志譯，2004)。台北：天下遠見出版股份有限公司。
2. Ian Stewart (1996)，大自然的數學遊戲 (葉李華譯，1996)。台北：天下文化出版股份有限公司。
3. Marilyn Nickson (2000)，數學的學習與教學：六歲到十八歲 (詹勳國等譯，2004)。台北：心理出版社。
4. Sherman K. Stein (1999)，幹嘛學數學？ (葉偉文譯，1999)。台北：天下遠見出版股份有限公司。
5. Skemp, R. (1989)，小學數學教育-智性學習 (許國輝譯，1995)。香港公開進修學院出版社。
6. Theoni Pappas (2004)，數學放輕鬆 (陳以鴻譯，2004)。台北：世茂出版社。
7. 王文科 (1999)，教育研究法。台北：五南圖書。
8. 王仲春等 (1995)，數學思維與數學方法論。台北：建宏出版社。
9. 杜聲鋒 (1991)，皮亞傑及其思想。台北：遠流出版公司。
10. 林清山 (1997)，心理與教育統計學。台北：東華書局。
11. 林政輝 (2002)，“國中生討論數樣式關係時表達理由能力之成長探究”。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。
12. 吳明清 (1991)，教育研究。台北：五南圖書。
13. 吳明隆 (2005)，SPSS 統計應用學習實務：問卷分析與應用統計。台北：知城數位科技。
14. 洪明賢 (2003)，“國中生察覺數形規律的現象初探”。國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文。
15. 郭生玉 (1996)，心理與教育研究法。台北：精華書局。
16. 郭生玉 (1997)，心理與教育測驗。台北：精華書局。

17. 孫名符等 (1996), 數學教育學原理。台北：建宏出版社。
18. 孫名符等 (1997), 數學、邏輯與教育。台北：建宏出版社。
19. 曹亮吉 (2003), 阿草的數學聖杯。台北：天下遠見出版股份有限公司。
20. 黃敏晃 (2000), 規律的尋求。台北：心理出版社。
21. 傅敏等 (1997), 高觀點下的中學數學教育研究。台北：建宏出版社。
22. 張景中 (1996), 數學與哲學。台北：九章出版社。
23. 張春興 (1991), 現代心理學。台北：東華書局。
24. 張春興 (1996), 教育心理學。台北：東華書局。
25. 蕭文強 (1995), 爲什麼要學習數學？台北：九章出版社。
26. Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992) "Geometry and spatial reasoning". In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan Publishing Company, New York.
27. Douglas H. Clements & Julie Sarama (2004) *Engaging Young Children in Mathematics : Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, New Jersey.
28. Fischbein, E. (1987) *Intuition in science and mathematics : An educational approach*, by D. Reidel Publishing Company, Netherlands.
29. Mayer, R. E. (1983) *Thinking, problem Solving, Cognition*. W. H. Freeman and Company, New York.
30. Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991) What is Mathematical visualization? In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning Mathematics*. The Mathematical Association of America, Washington, D. C.

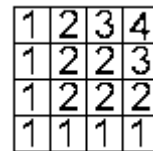
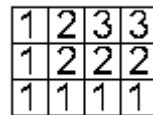
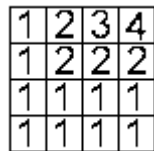
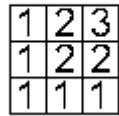
附錄

附錄一 測驗設計總題庫與選項

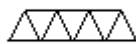
1.



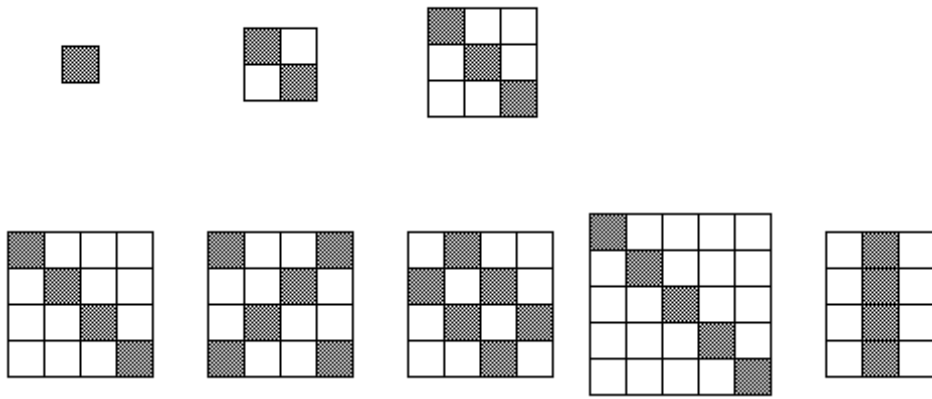
2.



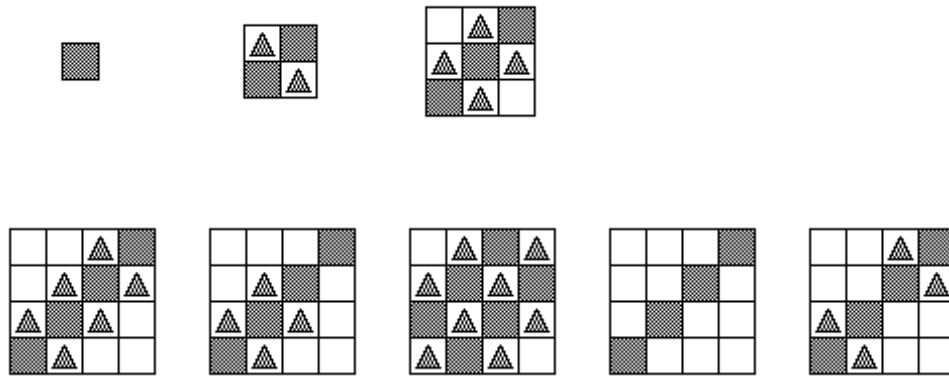
3.



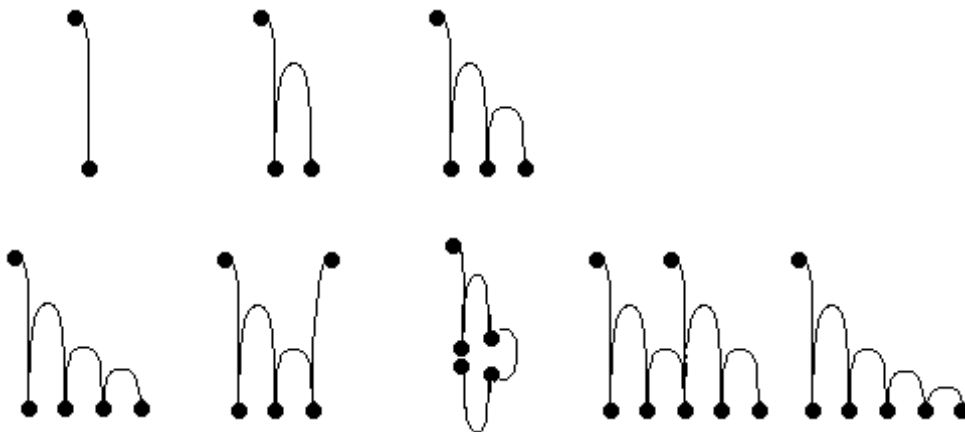
4.



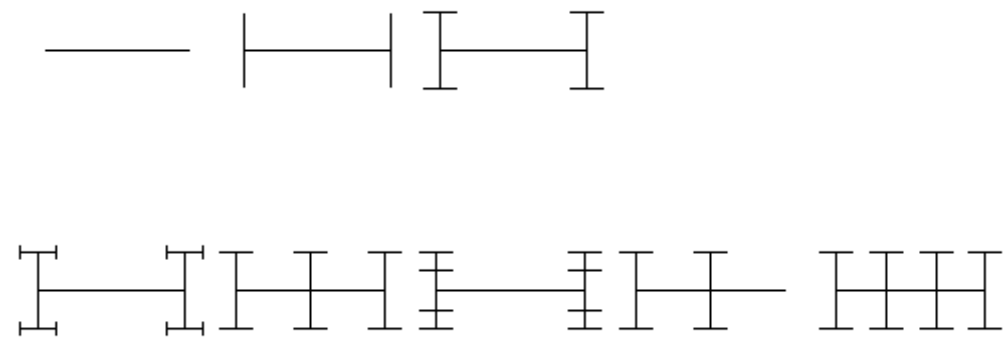
5.



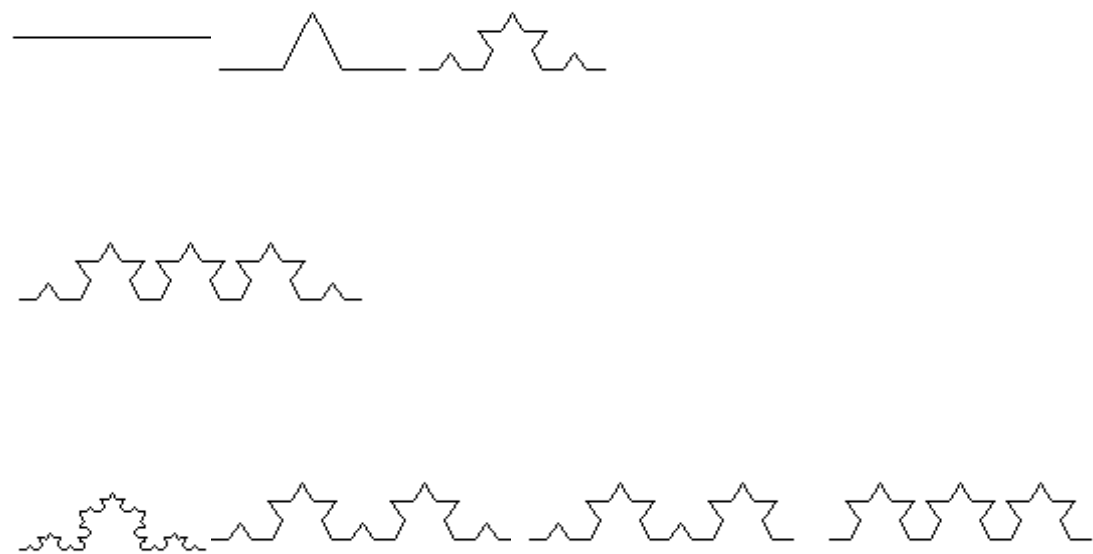
6.



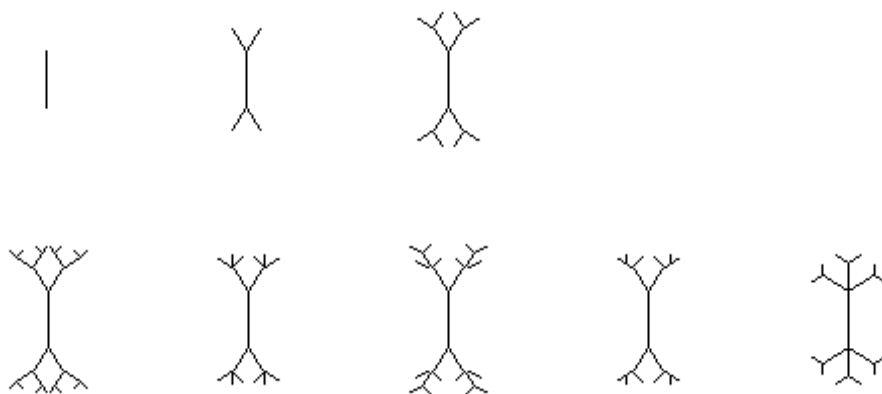
7.



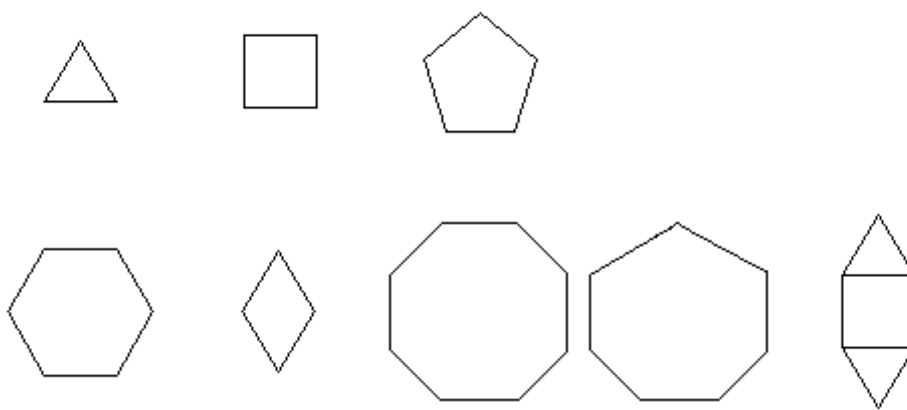
8.



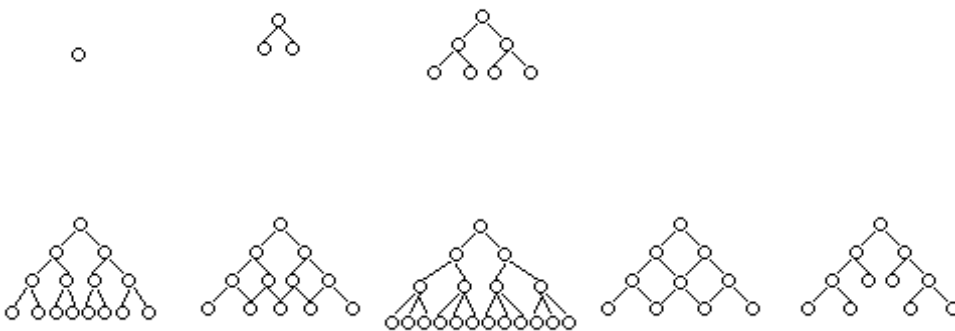
9.



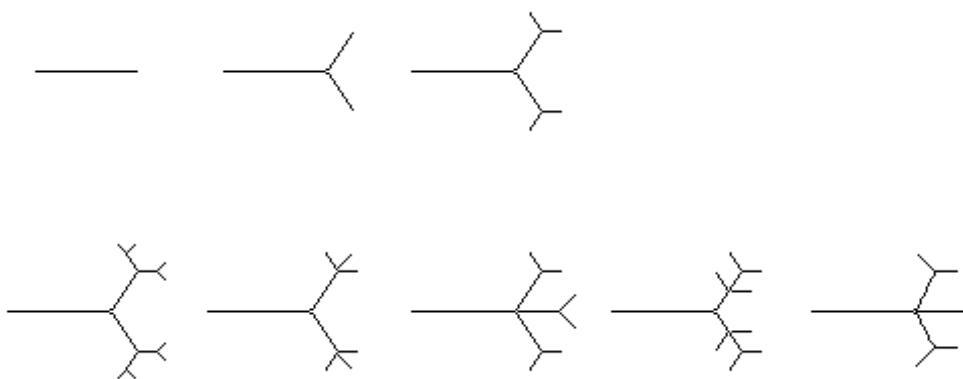
10.



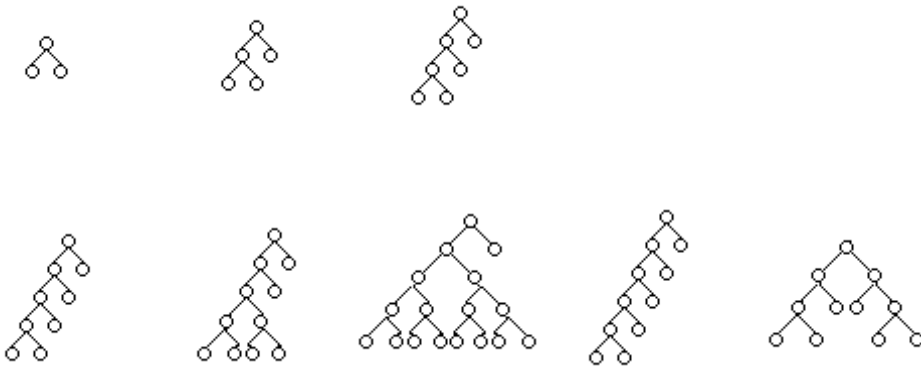
11.



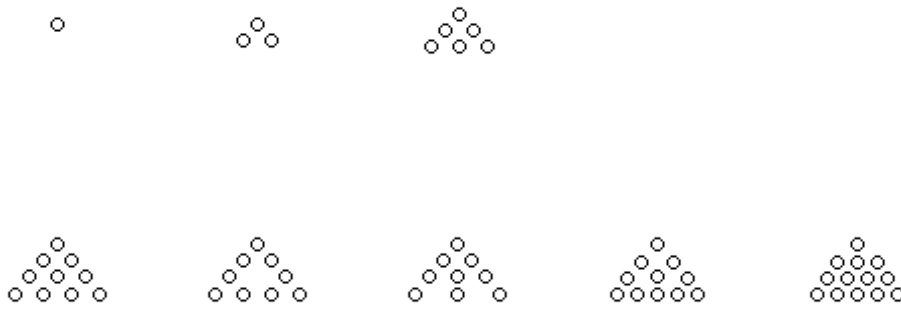
12.



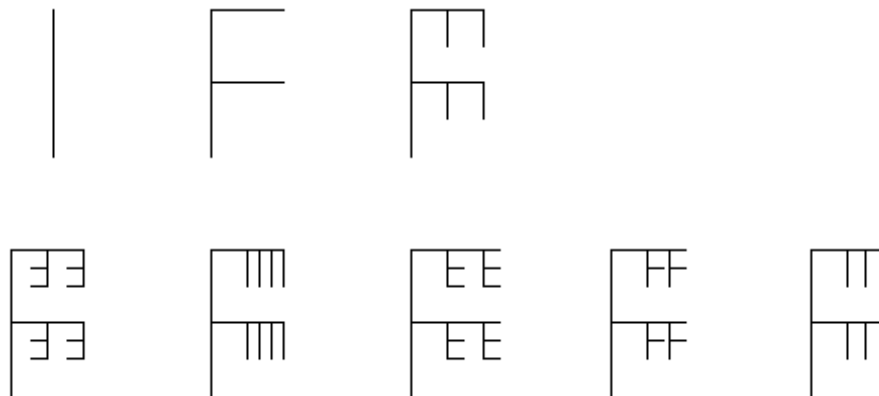
13.



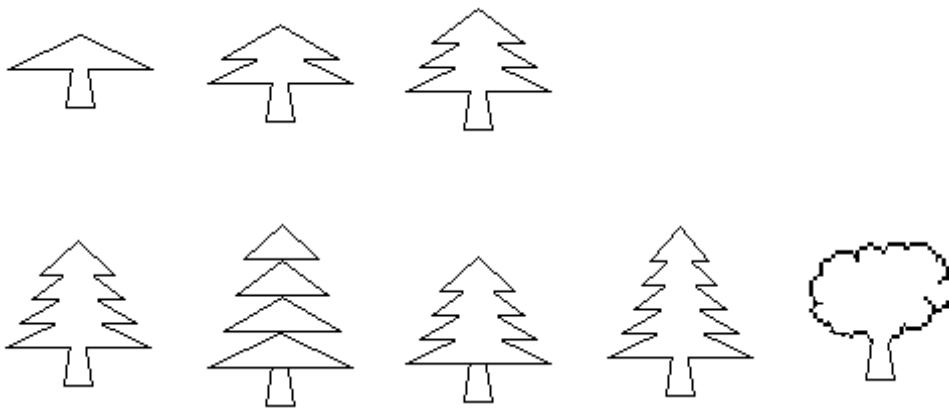
14.



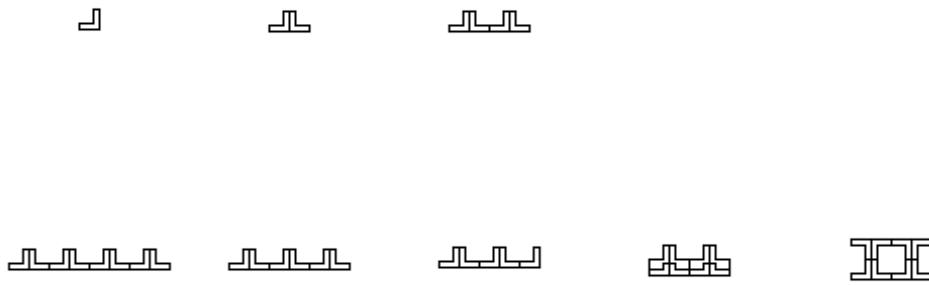
15.



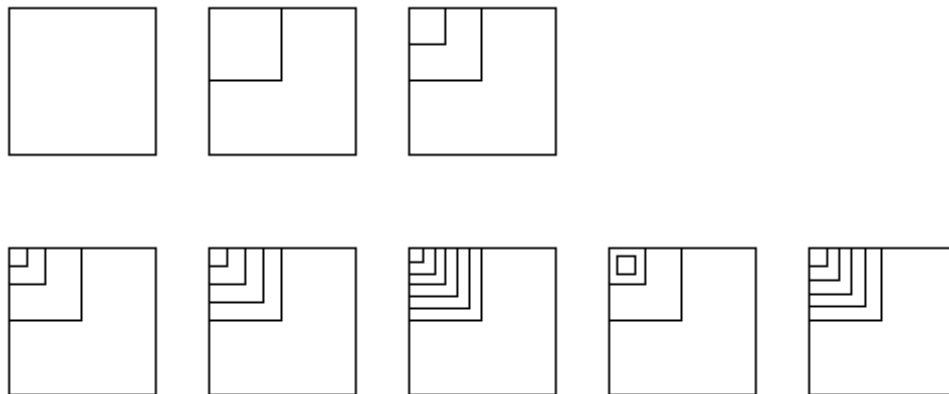
16.



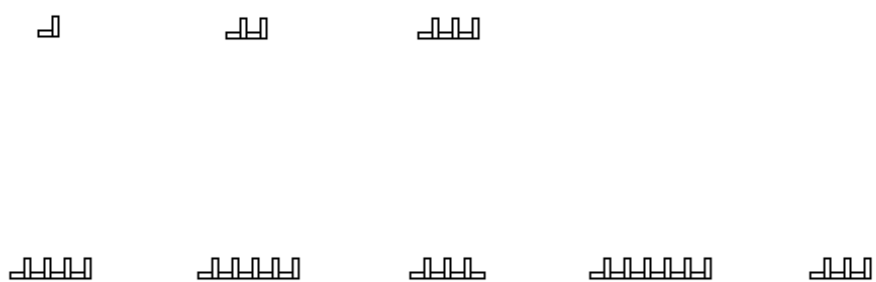
17.



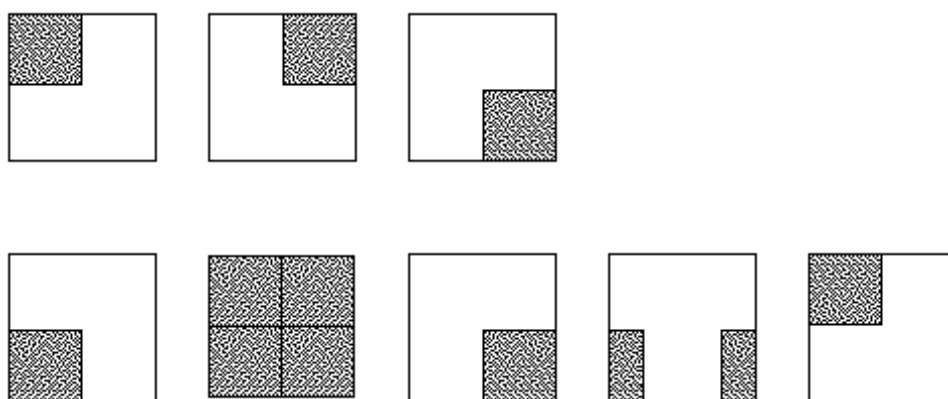
18.



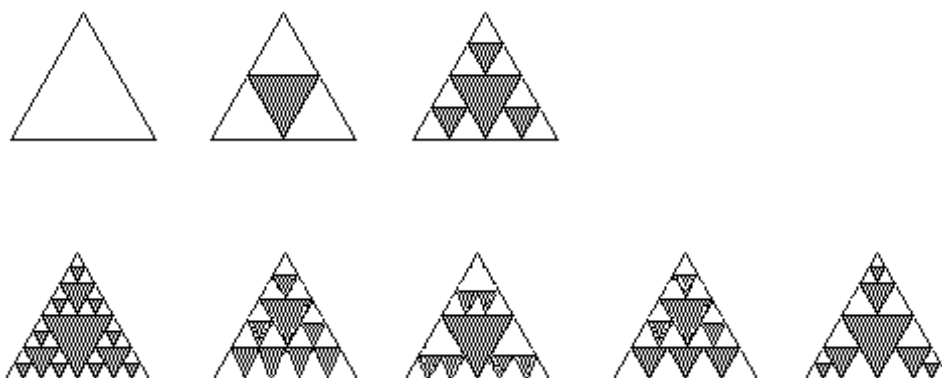
19.



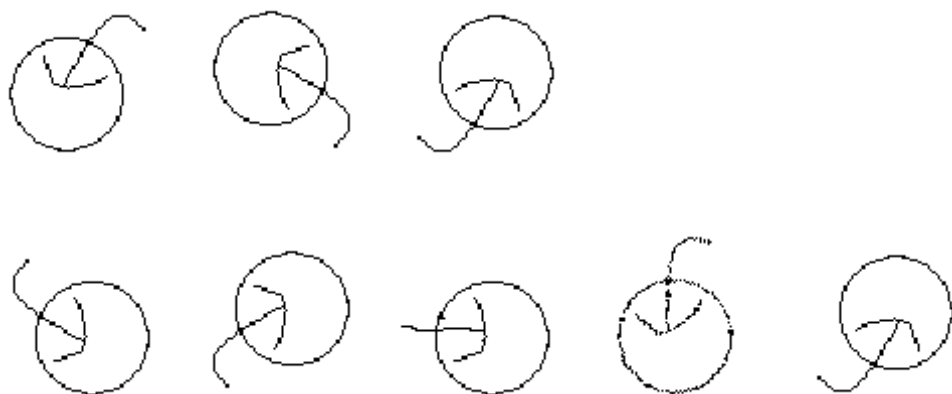
20.



21.



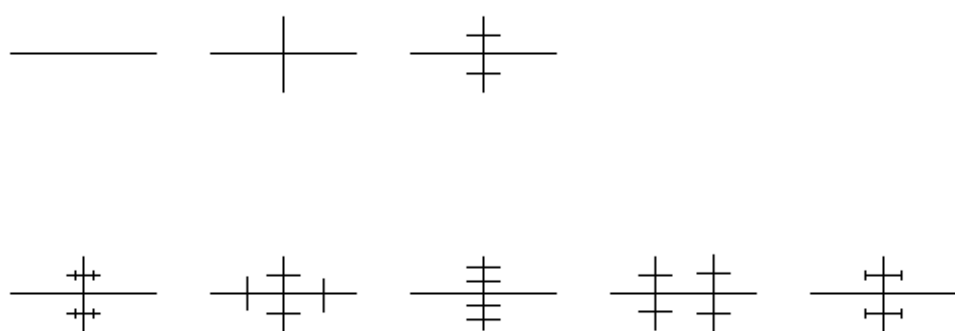
22.



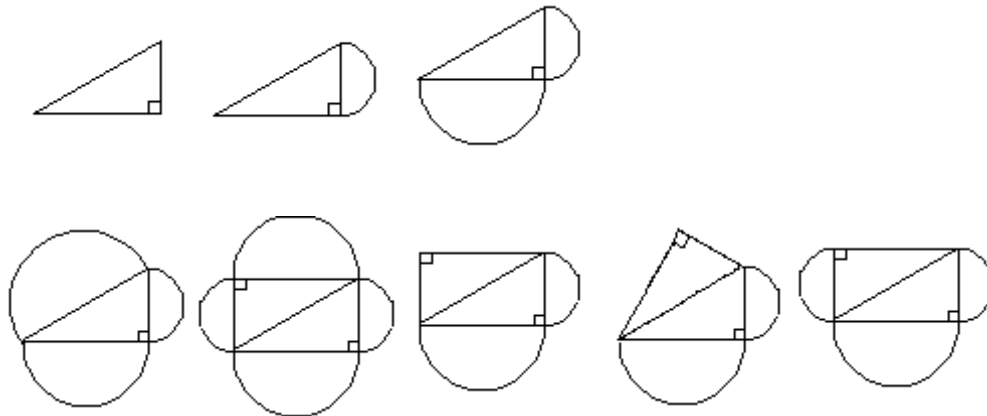
23.



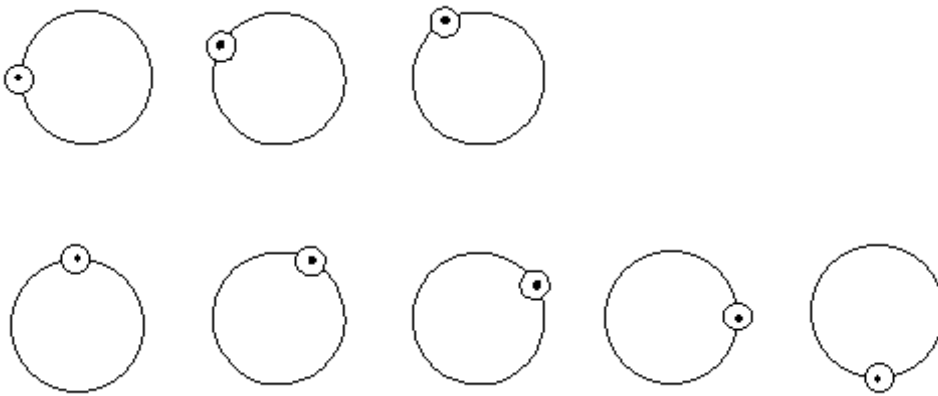
24.



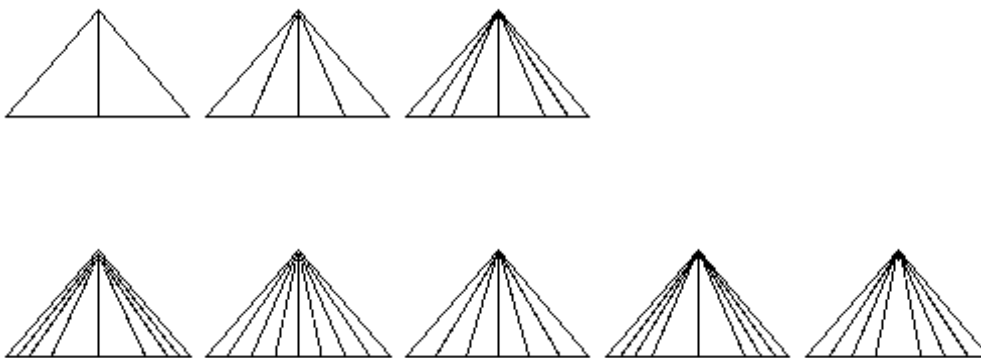
25.



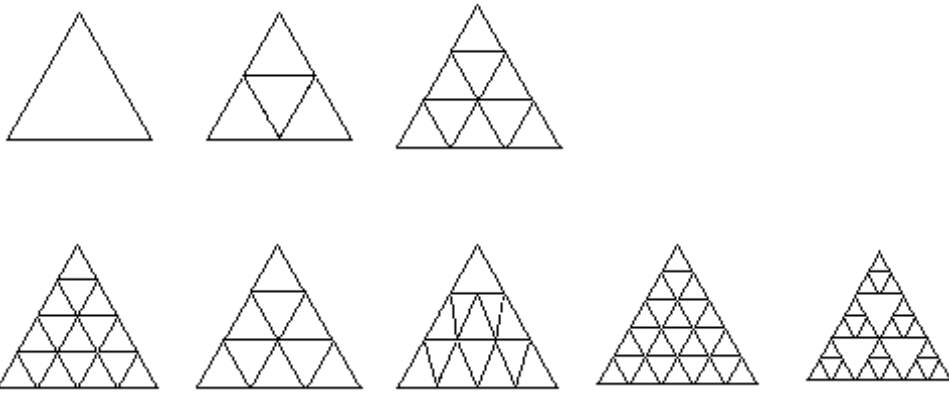
26.



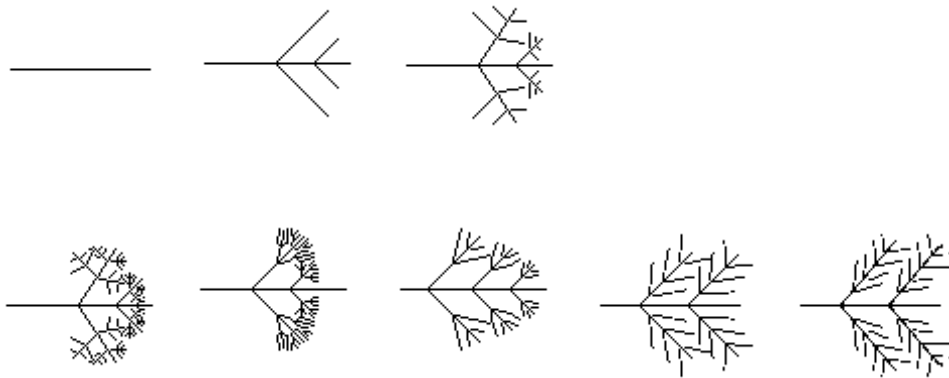
27.



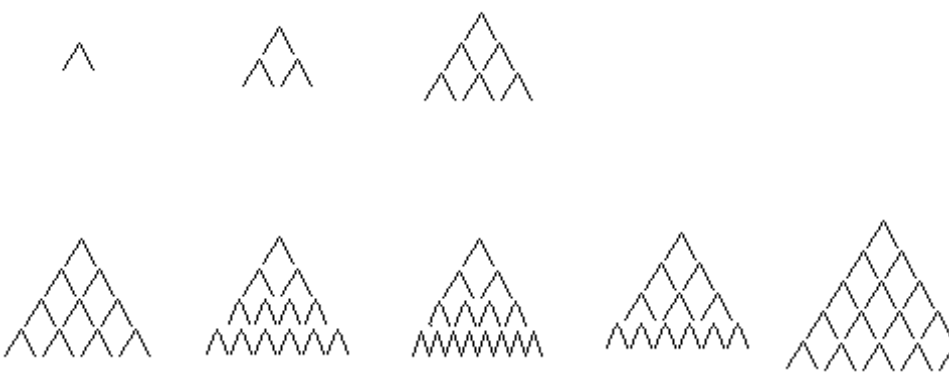
28.



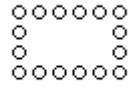
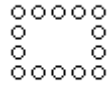
29.



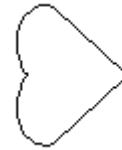
30.



31.



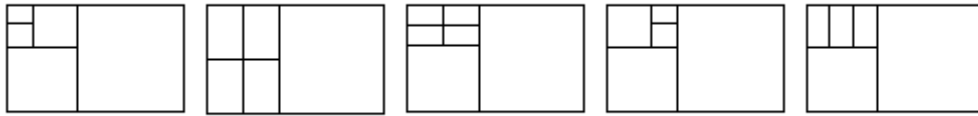
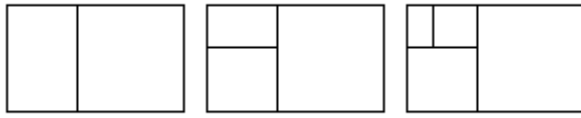
32.



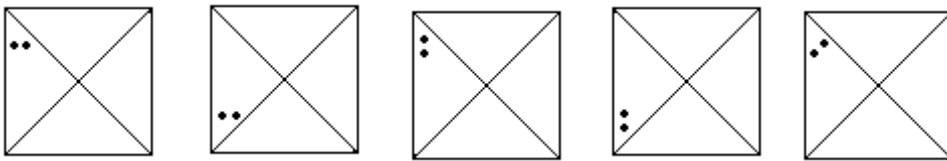
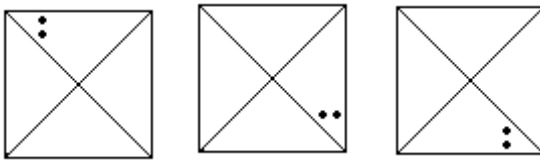
33.



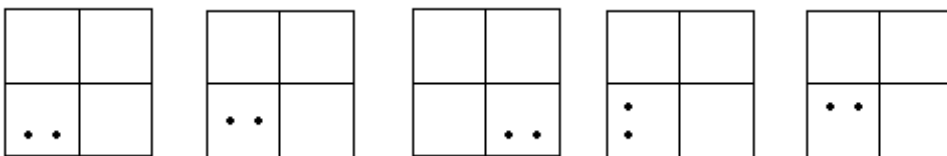
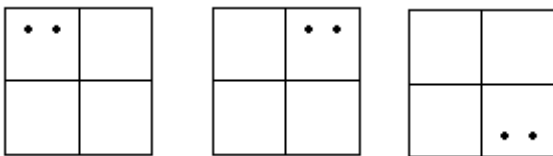
34.



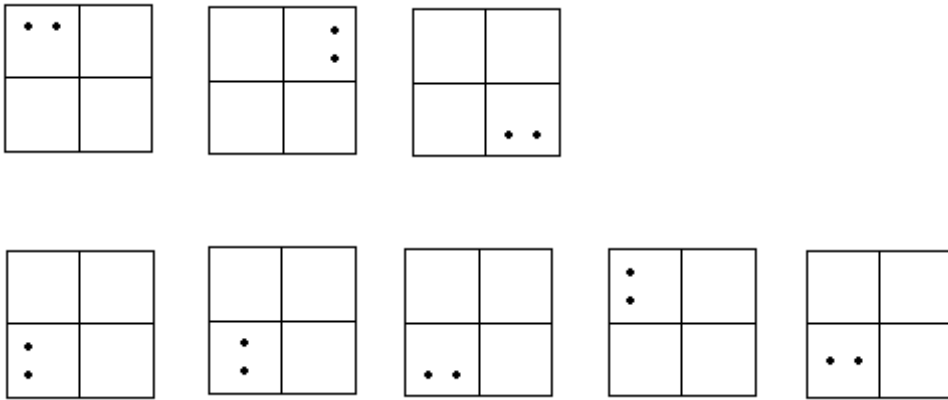
35.



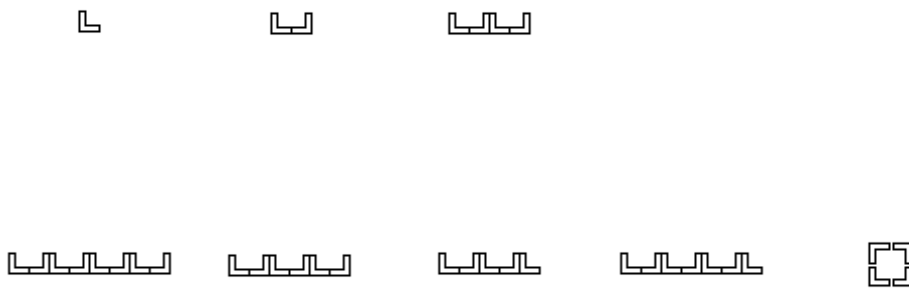
36.



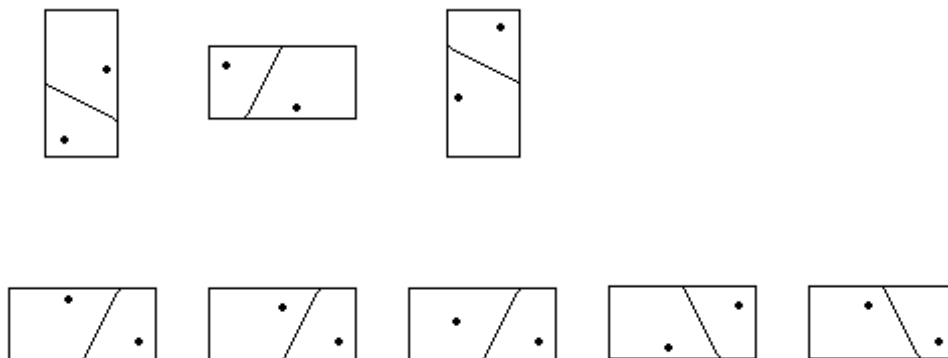
37.



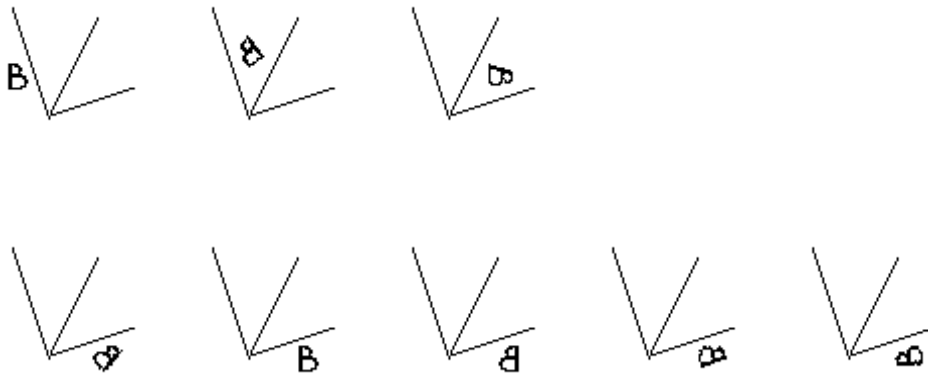
38.



39.



40.

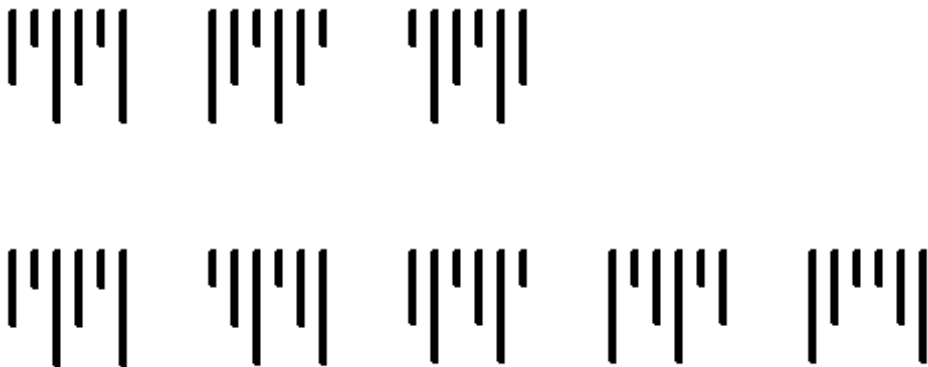


41.

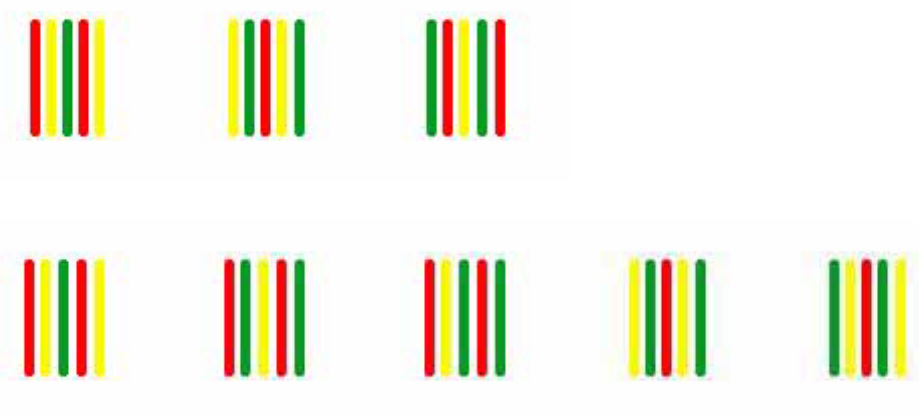
#*@\$%#* @#\$%#*@\$ %#*@\$%#

***@\$%#*# #*@\$%#* *@\$%#%# #*@\$%# #*@\$%*#**

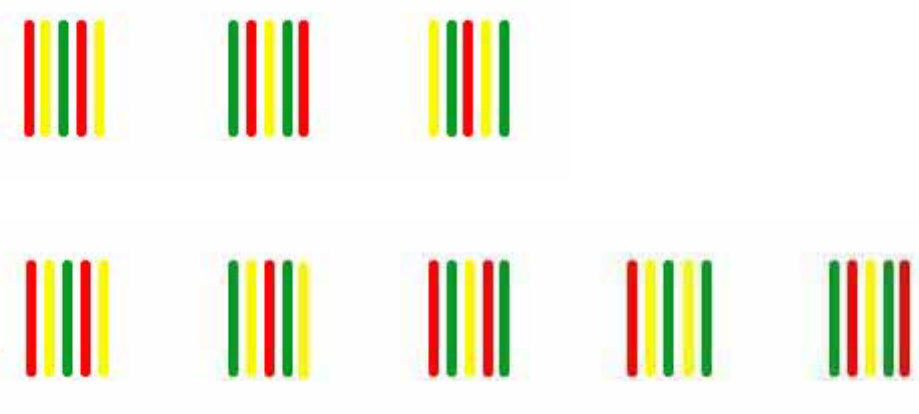
42.



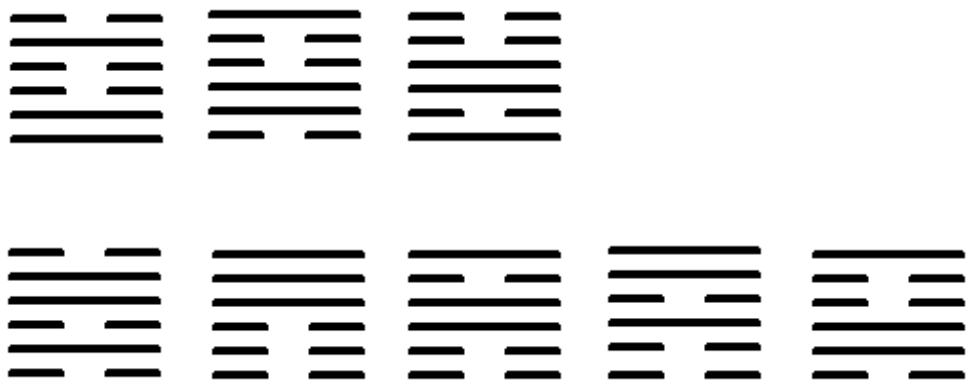
43.



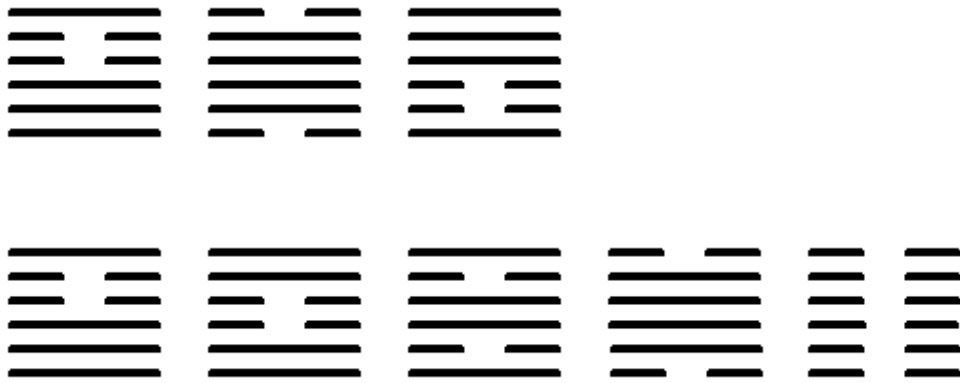
44.



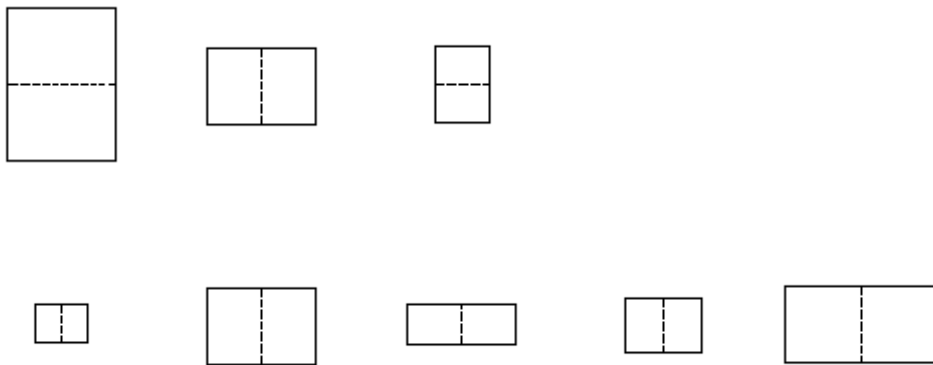
45.



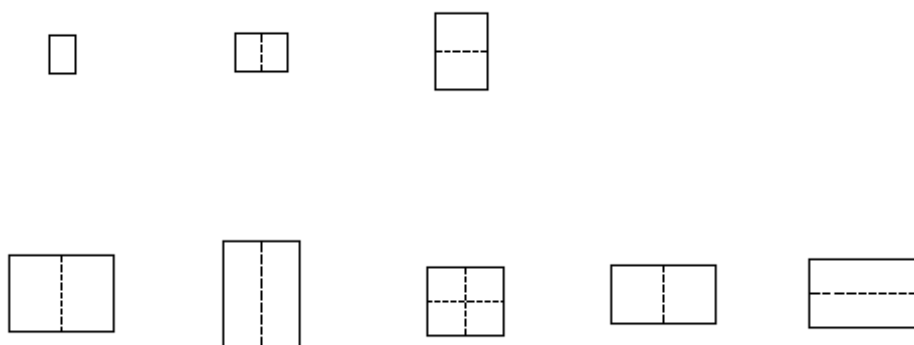
46.



47.



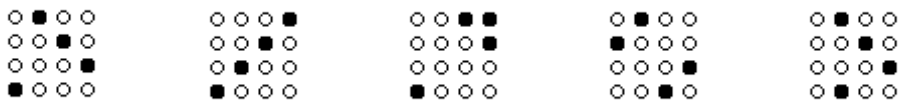
48.



49.



50.



附錄二 各年級在 50 題的平均答對率一覽表

請看 <http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/xiexh/x2.doc>

附錄三 各年級在 50 題的差異顯著檢定

請看 <http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/xiexh/x3.doc>

附錄四 各題在各年級間的答對率顯著差異檢定

請看 <http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/xiexh/x4.doc>

附錄五 各班平均答對題數與數學成績的相關檢定

請看 <http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/xiexh/x5.doc>

附錄六 最新消息

研究者在論文口試前，適逢 94 年第一次學力測驗放榜，研究者任教的兩個三年級班級中，共有 12 位同學數學滿分。但在論文送交前剩下的時間也來不及分析這 12 位同學的表現，僅能列出下表供讀者參考。

94 年第一次學力測驗數學滿分同學一覽表-

姓名	作答筆數	平均所花時間	平均答對題數
彭俊康	7	156	6
巫年軒	13	37	5.85
湯博誠	9	91	4.56
徐大鈞	10	118	5.8
張黎月	8	110	5.63
曾玉菁	7	132	5.57
鄧琇安	11	90	5.73
田育欣	13	77	5.15
葉冠群	9	84	6
陳朝傳	6	134	5.33
劉康威	8	128	5.88
余珈慧	7	148	6