

2 負數加減〔教學說明〕

教學目標

本篇釐清同一個符號「 $-$ 」的兩種意義和讀音。藉由數線上的動作，重新理解小學階段的加減運算，並擴展到負數的加減。

知

符號「 $-$ 」有兩種讀音，各有一個意思。理解以前學的加減在數線上對應的動作。「負」的大意是「相反」。

行

能正確讀出正負混合的加減算式。依照數線上的加減規則做出正負整數的加減運算。

識

「負」是「一個數」的性質，「負」可以想像成一個動作：對一個數做它「相反數」。相對地，「減」是「兩個數」的運算。所以「負」和「減」完全不一樣。

主要設計理念

1. 凡是初學都特別需要現場指導，此處需要教師（家長、兄姐）以實際動作來解釋「相反」（亦即對稱於原點的映射）、加／減的前進與後退。還需要教師示範「負」與「減」的相對讀音，並且確保學生能夠正確讀出算式；先能讀出算式，接著才能做正確運算。
2. 本文就是要說「負」的大意就是「相反」。第一節透過譬喻的閱讀，理解相反數的意義。假設學生在「正課」已經聽過「相反數」和「負負得正」，本文意在加強解釋這兩個詞彙的意義。
3. 數學作為一種語言，應先學會根據前後文正確讀出「 $-$ 」號的意義。這不僅是為了落實「聽、說、讀、寫」的語言教學，這個步驟確實是初學時期的關鍵。請教師不要輕視這個學習過程，確實讓學生能夠辨別「 $-$ 」號的意義，並以正確的讀音表現出來。
4. 隨堂練習 1 之目的在於方便下一小節作連結，請教師注意學生畫圖的方向。透過操作，連結符號化簡的意義及熟練能力。
5. 由隨堂練習 2 的表徵結果觀察抽象式子的運算（三次「相反」的結果）。不必推廣到四次、五次，此處並不需要刻意的精熟練習。
6. 「減」確實是「加」的反運算（其實它們互為反運算），而「減」的前進方向，確實是「加」的反方向。但是，本篇既然強調「負」即「相反」，希望暫時保留「相反」這個詞彙，使得它專屬於「負」的相對概念，而不要節外生枝，避免說出「相反方向」「相反運算」這些詞彙，以免加重了學生的認知負荷。因為這個考量，本文說「加」朝著數線的「箭頭方向」，而「減」朝著「沒箭頭方向」。作者的初稿本來寫「無箭頭方向」，後來改成「沒箭頭方向」，希望後者比較容易朗朗上口。
7. 一旦完成概念的解釋，進入計算練習之後，教師可以不必堅持運算的方法。學生若用數線的前進、後退來算，當然可以，而若使用更快速的策略來算，也可以。萬一學生有計算上的困難，帶他／她一步步從數線上的前進／後退來學習；當然，此時不要涉及太大的數。

- 諸如「 $2+(-3)=2-3$ 」和「 $2-(-3)=2+3$ 」確屬重要策略，但是本文並不強調；計算的策略並非此階段的重點，學生還有很長的時間可以內化那些策略，請教師在未來使用正負數來解題的過程中，有耐心地帶領學生熟練那些策略。在進入「聯立方程」單元時，如果學生尚未熟練正負混合加減，到那時候才需要刻意練習。學生應該已經在「正課」學到正負混合加減的策略了，《別冊》以一篇附錄講這個主題。
- 計算機（手持式科學電算器）特別適合用來學習「負」的「相反」意義。因為它的操作方式，使得抽象的「負」成為具體的按鍵。所以強烈建議教師讓學生有操作這種工具的機會。

教學備忘

- 少數學生在小學畢業時，自然數的加減運算尚未熟練。這時候是他們的第二次機會。對於這些學生，應該更紮實地從加／減在數線上的前進意義來重新理解加和減。
- 教師也可藉隨堂練習 1 透過正數由 0 的右邊向右畫，負數由 0 的左邊向左畫，所以 0 保持中立，因此 0 不是正數也不是負數。
- 在「負非減」這一小節之初，教師可快速回顧正數加減運算在數線上的活動意涵，例如做 $2+3$ 和 $5-3$ 。
- 隨堂練習 3 的計算本身很簡單，重要的是查核學生是否理解數線的動作。也許有人質疑：假如學生已經會算，何必增加一個數線表徵的活動？原因是：數線上的對應活動是加減運算的原理，就算小學時期已經熟練數字運算，此時還是學習原理為宜。
- 隨堂練習 4 請務必確認學生能正確讀出算式。
- 做完隨堂練習 4 之後，請教師盡量口頭問幾個簡單算式，要學生寫下算式，然後做計算。例如「負 4 加負 3」、「4 減負 3」之類的，確保學生能聽能寫。
- 討論活動不要設定僵固的答案。學生可以根據等號兩側的計算結果相同或不同來判斷等式是否成立，此時無意要求學生知道一般性算則，也還沒到介紹代數語言的時機；特別不要提出「分配律」之類的算則。
- 教師可口頭補充以下提問：
 - $3=(+3)$ 對嗎？
 - 討論怎麼讀 $-(+3)$ ？它跟 -3 一樣嗎？
 - 討論 $0-3$ 、 $0-(+3)$ 、 $0+(-3)$ 在數線上如何動作？計算結果為何？
 - 讓學生聽寫「負 8 減 3 減 3」、「8 減負 3 加負 2」。

教學素養

用術語說：「負」是單元運算，「減」是二元運算。這些話不適合跟 7 年級的學生說，但是等到學生足夠成熟的時候，教師不妨講出來。

使用計算機（手持式科學電算器）操作時，上述觀念更容易釐清，因為在計算機上，「負」和「減」是兩個不同的按鍵，而且「負」的按鍵其實是「相反數」的按鍵。使用電腦或智慧型手機裡的計算機 App 時，因為那些軟體太聰明而沒有「相反數」按鍵，反而失去了輔助學習負數與負號的功能。因此，我們強烈建議教師帶著學生操作實體的「計算機」。那是一支 200 元左右的小機器，輕便耐用，值得每位家長投資。