

負數之用

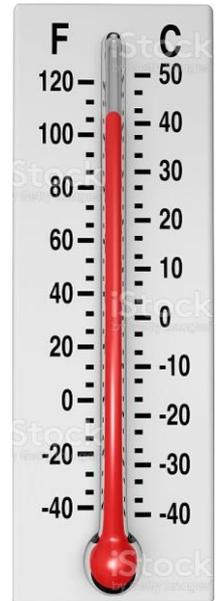
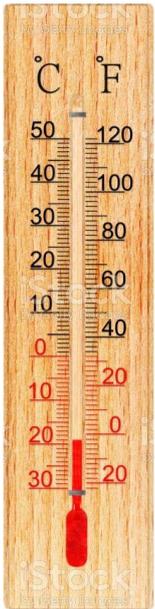
單維彰

上回我們建議初學負數的學生，先別管負數有什麼用，把它當作一盤桌遊，了解它的遊戲規則，專心玩一場遊戲。現在我們說幾個負數的用處。

以前學過的正數或零，只能用來計算「物質」的量，例如有多長？有多重？有幾人？有多少？等等的問題。這些「物質」量，最少就是「沒有」，不能比「沒有」更少。例如一條繩子不能比 0 公分更短，一張紙不能比 0 公克更輕，一間教室裡的人數不能比 0 人更少。

進入國中，我們長大了，要學習「性質」的量。「性質」不像「物質」，它不是具體的東西。例如冷熱，它是相對的性質；在臺灣的冬天，我們覺得 10 度已經很冷了，但是應該知道氣溫可以比 0 度更冷。用攝氏溫標 (C) 來測量冷熱時，我們知道水在 0 度會結冰，但是也知道冷凍庫裡面可以比 0 度更冷，也就是冷凍庫裡的氣溫比 0 更小，稱為「零下」溫度。零下的溫度就是負的溫度，例如零下 10 度可以寫成紅色的 10 (如左圖)，也可以寫成 -10 (如右圖)，讀作「負 10 度」。於是，比 0 還小的數出現了，它們就是「負數」。

水銀溫度計的刻度，就是一條數線，只是數學課通常把數線畫成水平的，而溫度計的數線是鉛直的。雖然溫度計數線沒有畫箭頭，但我們知道它的箭頭朝上，越上面越大。

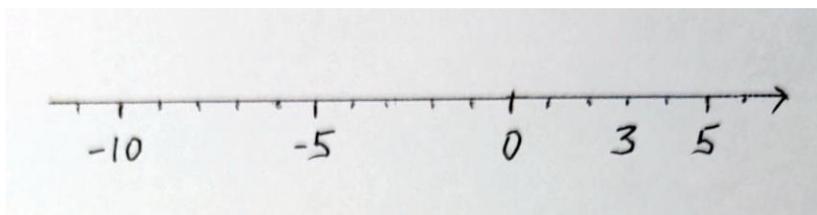


〔致編輯：可置換溫度計照片。左邊是圖一，右邊是圖二。〕

數的大小

我們以前從糖果的多少、蛋糕的大小、腰帶的長短，知道正數的大小。我們也都知道，正數都比 0 大，而負數比 0 小，所以正數一定比負數大。例如冬天到清境農場可能遇到 3 度低溫，這樣雖然很冷，可是合歡山上的 -5 度更冷，不要因為 5 比 3 大就以為 -5 比 3 大。數學記作 $(-5) < 3$ 或者 $-5 < 3$ 。如果那時候玉山是 -10 度，玉山和合歡山哪裡比較冷呢？

溫度計的水銀柱越短越冷，對應溫度計的刻度越下面越小；反之，越上面的刻度越大。其實，在數線上，真正的「大小」規定是：靠箭頭那邊的比較大。按照箭頭朝右的習慣，如圖三，而 -10 在 -5 的左邊，所以 -10 比 -5 小，數學記作 $(-10) < (-5)$ 或者 $-10 < -5$ 。也就是說玉山比合歡山冷。便利超商的冷凍庫應該設定在 -18 度，請問 -18 度和 -10 度哪個比較冷？



〔圖三〕

兩數之間的距離

參閱圖三，我們知道 3 和 5 之間的距離是 2，也就是刻度 3 和刻度 5 之間的線段，是兩個單位長。以前已經知道，兩個正數之間的距離可以用「大減小」算出來，這個原則在整條數線上都可以用。例如 -5 和 3 的距離可以用 $3 - (-5)$ 算，這叫做「列式」。國中生應該會算，忘記怎麼算也可以在數線上數格子，不然其實可以用計算機或者用電腦算，總之答案是 8；可以說 3 度比 -5 度高 8 度。同理，-10 和 -5 的距離列式是 $(-5) - (-10)$ ，答案是 5，也可以說 -10 度比 -5 度更冷 5 度。請問 -18 度比 3 度冷多少度，要怎樣列式？答案是幾度？

資產

「錢」其實有兩種。一種是實際拿得到的銅板或紙鈔，這種錢叫做「貨幣」。貨幣是物質的量，所以最少就是沒有，妳身上帶的貨幣一定是正數或零元，沒有人能拿出 -10 元的銅板。另一種是把存款、股票價值、房屋貸款、卡債、借了還沒還的錢通通算在內，這種錢叫做「資產」。資產是性質的量，它就可能有正有負了。譬如爸媽如果跟銀行貸款 600 萬元買一間公寓，則這棟房屋的資產是「欠銀行 600 萬元」；如果不使用負數，要說「負債 600 萬元」，如果使用負數，就可以說 -600 萬元。如果家裡的全部貨幣，加上存款、還沒賣掉的股票等等，共有 200 萬元，則家庭的資產是 $(-600) + 200$ 萬元，也就是 -400 萬元，或者說負債 400 萬元。爸媽可能還要辛勤工作二十年，才能讓他們的資產由負轉正，也就是從負債變成盈餘。

上回提到：由人來做正負數的加減計算，並沒有比較容易，但是用電腦算就簡單了。所以，我們學習負數，重要的是學會列式；只要會列式，讓電腦算就對了。而有了負數之後，會讓列式變得簡單很多。這才是學習負數的價值。現在就用資產舉例。

假如一間公司每個月結算當月是賺還是賠，而過去累積到上個月截止的公司資產，可能是盈餘也可能負債。現在要把這個月的賺賠和上個月的資產，合併起來，計算這個月的資產。假如不使用負數，則賺、賠、盈餘、負債的金額都是正數，那麼合併資產的計算，一共有六種列式，我舉出三種：

1. 上個月資產盈餘，這個月賺
2. 上個月資產盈餘，這個月賠，賠的金額小於盈餘
3. 上個月資產盈餘，這個月賠，賠的金額大於盈餘

請同學想想另外三種情況。

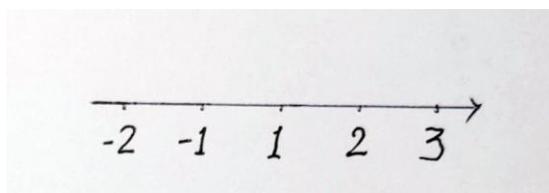
如果只用正數，寫一支電腦程式來合併資產，需要告訴電腦六種列式。如果使用正數與負數，則上個月的資產不論盈餘或負債，都是一個數（正數表示盈餘，負數表示負債），而這個月的結餘不論賺或賠，也是一個數（正數表示賺，負數表示賠）。那麼，合併資產就只需要一條算式：

$$(\text{上個月資產}) + (\text{這個月結餘})$$

這一條列式包含了前面的全部六種狀況。負數是不是很酷？

缺零的數線

有些情況相當於沒有 0 的數線，例如西元年份沒有 0 年，從西元前一年，就到了西元元年。又如臺灣的樓層沒有 0 樓，從地下一樓（B1）就上升到一樓。如圖四。像這種情況，負數與正數之間的距離，就要算大數減小數（也就是正數減負數）再減 1。例如我們從 B2 爬樓梯到 3 樓，上升了 4 層樓；某人若生於西元前 25 年，卒於西元 25 年，享年 49 歲。



〔圖四〕

〔致編輯：這次的圖比較少，如果版面許可，可以增加美工插圖，就靠你們了。

例如，可以找外國有第 0 層（也經常記作 G 或 L 層）的電梯按鈕，
那種地方的樓層就有 0，就跟正常的數線一樣。（G: Ground, L: Lobby）〕

「負數」其實還有很多用途，可以說在電腦、金融、科學和工程的世界裡，不能沒有負數。國中以上的數學課更是到處需要負數。再舉一個例子吧：數學會把平面上的直線、圓都寫成公式，它們叫做直線方程式，例如 $x + y = 0$ ，或者圓方程式，例如 $x^2 + y^2 = 1$ ，它們都有很好玩的遊戲規則。但是，假如沒有負數， $x + y = 0$ 根本看不到直線， $x^2 + y^2 = 1$ 也無法成為圓，那就沒得玩了。