

論知行識作為素養培育的課程架構—以數學為例

單維彰

國立中央大學師資培育中心與數學系副教授

一、前言

本文旨在說明十二年國民基本教育總綱「核心素養」之中的「態度」向度是十二年國教完成時的理想願景，但是不容易直接用來作為課程或教材設計的架構。本文闡釋數學領域綱要前導研究以「知、行、識」作為素養導向之數學課程架構的理念，數學課程綱要即以「知行識」交織起國民的數學素養教育。本文並以 7 年級的負數單元作為實例，說明「知行識」如何協助建構教學目標。

二、核心素養難作教學目標

十二年國教總綱將「核心素養」定義為「一個人為適應現在生活及未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度」（教育部，2014）。數學領綱的研修團隊認為「知識」和「能力」都是可以在十二年國教課程裡次第發展的學習目標，但是「態度」的層次較高，可以說是十二年國民基本教育完成之時的總體目標。因為領綱的設計，必須能落實到課程、教材乃至於學校裡的日常教學活動，所以要設法解決實作的困難。不僅數學領綱發覺此困難，黃嘉雄（2017）也為文指出素養導向教學有四項觀念迷思，其中第一項便是「（誤）認為核心素養適合直接作為日常的具體化教學目標」。

基於以上考量，數學領綱前導研究指出「一個好的課程架構，應該容易讓教科書編著者、教學者、評量者，都能了解課程設計的方向，使課程整體與實際執行之間能夠順利銜接。本計畫……發現我國和各國在進行課程設計時，都強調內容與能力兩大面向。再仔細檢視，發現除了「知道」與「能做」之外，都還內含有或者區分出認識、辨識與見識的較高層次認知。... 因此，我們引用古聖先賢的智慧，簡單扼要的以中文的『知』、『行』、『識』來詮釋 12 年國教數學課程的內涵。」（林福來、單維彰、李源順、鄭章華，2013）這就是「知行識」課程架構的思想緣起。本文意欲闡述「識」比「態度」更適合用來作為課程設計與教材研發的指引，而下一節先簡述「態度」在教育領域中的意涵。

三、「態度」的意涵

國家教育研究院（以下簡稱國教院）的「雙語詞彙、學術名詞暨辭書資訊網」將「態度」對應英文 Attitude，本文一律採用此中英對照的用法。心理學者對「態度」有個大致共識的定義，而且它是社會心理學的核心議題（陳皎眉、王叢桂、孫蓓如，2006）。美國心理學會將態度定義為¹「對人、事、觀念做出評價式回應之習得的、相對穩定的傾向」（APA，2017），查詢其他定義皆可謂大同小異。態度的經典架構之一是所謂的 ABC 模型，它認為態度由情感（Affective）、行為

(Behavioural)、認知 (Cognitive) 的成分所組成；其他模型則牽涉動機、機會、價值觀與意識形態等。另有學者主張認知和行為的表象全受到情感成分的影響，是為態度的情感單元論（相對於 ABC 等模型的多元論）。社會心理學者做實驗研究時，多採用單元論的情感評價向度，但是在編製態度量表時，則多採用 ABC 的三種成分的觀點（陳皎眉等，2006）。

教育心理學者似乎沒有為「態度」定一個專屬於教育的定義，所以本文沿用心理學的「態度」定義。不論我們採用哪一種心理學的「態度」架構模型，它都難以明確地從「知識」與「能力」獨立出來。以 ABC 模型為例，態度已經蘊含了知識（認知）和能力（行為）向度。因此，如果以獨立的三向度觀念來檢視「知識、能力、態度」，則「態度」似乎只好偏重於情感成分的解讀。但是如此一來，「知識、能力、態度」似乎又回到了「知識、情意、技能」，而這應該不是十二年國教總綱意欲表達的「素養」。

「態度」在勵志短文或家長手冊裡，是一個經常被高舉的概念，彷彿態度可以決定一生的成敗。儘管如此，作者淺陋而不知道教育心理學有多少關於「態度教學」的研究？在一部厚逾千頁的教育心理學手冊中，態度詞條僅出現於三頁，而且是在研究方法與實驗設計的章節中（Alexander & Winne, 2006）。在一份教育心理學的百年回顧文獻裡，並沒有出現專業意義的「態度」（Berliner, 1993）。林生傳（2007）將「態度」的教學放在

品德教育裡面，他提出的「態度無關於特定學科」觀念，倒是有其他文獻的呼應，例如 Wiegand（1950）也主張「學科或課程的選擇，與態度沒有太多關連，反而是教師必須負起全責」²。

在教育研究中常見的「態度」主題，看來通常是態度如何影響了教學或學習的成效（例如 Glock & Kovacs, 2013），或是在特定學習活動前後，以量表探測態度的變化（例如 Thompson, Emrich, & Moore, 2003）。

根據前述理由，本文認為核心素養的「態度」難以明確成為「知識、能力」以外的獨立向度，也不容易作為各學科領域課程設計和教學目標的指引。但是本文認同「知識、能力、態度」作為素養的詮釋，而素養又作為十二年國教的總願景，是一套頗為高明的架構。若將「態度」置於教育成效的願景位階上，成為十二年國教的總體目標，則立意甚佳；但是若將「態度」放在課程設計、特別是數學領域課程設計的指引位階上，則恐難發揮預期的指引功能。為此，本文建議以「知行識」作為課程設計的參考架構，特別建議以「識」的向度來達成「態度」之願景。

四、「知行識」的意涵

知、行就是「知道」和「能做」兩個向度，在教學層面上，知當然是指學習內容，而行是操作技能。可是，雖然知是大家熟悉的陳列知識，即「是什麼」的敘寫，但是行則不僅有操作程序的教學，更應該包括「做什麼」

的敘寫。以數學課程為例，就是一個內容主題的典型應用；學習任何一個數學主題，都應該搭配著典型應用，而且越接近學生的經驗範圍越好。

知、識顯然是從慣用的複合詞「知識」拆開的兩個更精緻觀念。知側重於能夠從記憶中提取，在認知上能夠指認。識的意思則比較微妙，是關於理解和連結的後設認知，以及對其價值的認同。在課程設計上，識是「為什麼」的敘寫，包括「為什麼要這樣」、「為什麼是這樣」、「為什麼學習它」等問題的回應。而透過「為什麼」的敘寫，在課程中協助學生對學習內容產生意義，並且連結其他學習內容（包括數學的內部連結，和跨領域的連結），進而有機會賞識數學的價值，以建立對於數學的理想態度。

事實上，臺灣數學教育的有「識」之士早就宣導了「識」的課程設計理念，例如呂溪木（2007）曾說：「對於學生無法達成『完全學習』的教材內容，全部加以刪除。」運用「知行識」架構設計課程綱要時，所謂「不能完全學習」的內容，就是無法在該年級學生認知能力或經驗所及的範圍內，完整設計知、行、識三方面學習目標的課題；這樣的課題就不該置入課程，或者應該延後。

運用「知行識」架構來設計課程或教案的意思是，對每一項學習內容，都要有意識地安置屬於知、行、識的學習目標；而在教學時，此架構則協助教師檢視是否妥適安排了屬於知、行、識的教學活動。

五、「知行識」的運用範例

本節舉 7 年級的「負數」主題為例，示範「知行識」架構的運用。「知」向度的「負數」教學目標，包括知道非零的數有正數與負數之分，知道正數與負數的記號規則。知道負數在數線上的排列規則，知道同值的正負數在數線上的位置對稱於原點，而且它們稱為彼此的「相反數」。知道負數加、減一個正數的原理，和小學階段所知的加、減原理相同：都是沿著數線向上數、向下數。知道用「相反」的觀念來理解加、減一個負數的原理。知道可以用計算機執行正負數的加減計算，而如果要執行正負數加減的心算或筆算，則所有算式都可以轉換成小學階段的算術：亦即正數加正數、大的正數減小的正數。

「行」向度的「負數」教學目標，包括能聽、說、讀、寫正數與負數，能在數線上製作和指認正數與負數的位置，能在數線上操作相反數。能用計算機處理正負數混和的加減計算，也能將前述算式改寫成算術的等價形式，並對簡單的算式執行心算或筆算。能用正負數的加減解決典型應用問題，包括氣溫與海拔高度的變化、金錢結餘的盈虧。

「識」向度的「負數」教學目標，首要任務就是了解負數相對於全數（正整數和零）的價值：全數僅能處理「有多少」的量，例如班級的人數、黑板的長度、書包的重量等等，這些量的共同點是它們最少就是沒有，不能比「沒有」更少。但是，有一些量

無所謂有沒有，而是給定一個參考點和單位之後，可以比參考點高，也可以比它低。例如氣溫，攝氏溫標選定水的結冰氣溫為參考點（攝氏 0 度），氣溫可以比 0°C 熱，對應正的溫度，也可以比 0°C 冷，對應負的溫度。再例如地表的高度，一般選定海平面為參考點（海拔 0 公尺），所以通常陸地的海拔為正，但是也有些窪地的海拔為負，而海面下的地形都是負的海拔。全數不方使用來測量這些類型的量，因此我們需要負數。

其次要理解：正負數真正的威力，在於觀念的簡化。氣溫和海拔並不是非得使用負數不可，例如 -5°C 也可以寫「零下 5°C 」，海拔 -300m 也可以寫「海面下 300 公尺」。類似地，負的結餘也可以在帳本裡用紅筆寫數字，或者把數字寫在括號裡，或者就寫「負債 5000 元」。但是，使用文字加註全數的方式來處理數量，觀念是龐雜的。例如使用全數記帳，要考慮以下六種情況（其中 A 和 B 皆為全數）：

- (一) 若昨日（累計）盈餘 A 元，今日賺 B 元，則今日盈餘 $A+B$ 元。
- (二) 若昨日盈餘 A 元，今日賠 B 元，且 $A \geq B$ ，則今日盈餘 $A-B$ 元。
- (三) 若昨日盈餘 A 元，今日賠 B 元，且 $A < B$ ，則今日負債 $B-A$ 元。
- (四) 若昨日（累計）負債 A 元，今日賺 B 元，且 $A \geq B$ ，則今日負債 $A-B$ 元。

(五) 若昨日負債 A 元，今日賺 B 元，且 $A < B$ ，則今日盈餘 $B-A$ 元。

(六) 若昨日負債 A 元，今日賠 B 元，則今日負債 $A+B$ 元。

相對地，如果令 x 為表示累計結餘的數，則 $x \geq 0$ 表示累計盈餘， $x < 0$ 表示累計負債；令 y 為表示今日營業小結的數，則 $y \geq 0$ 表示今日有賺， $y < 0$ 表示今日賠本。使用正負數來記帳時，今日的累計結餘就是簡單的 $x+y$ 。可見正負數的計算，可以大幅簡化全數和算術的觀念³。

很多學生應該會察覺，觀念上的 $x+y$ 在實際計算的時候，還是要根據 x 和 y 的正負性及「值」的大小，轉換成六種情況來算，所以正負數「化繁為簡」的偉大功績，似乎就被打折了。這正是引介科技工具出場的絕佳時機。計算機承擔了正負數加減到全數算術的轉換，並自動執行計算，使得人們可以專注在正負數計算的意義上，而不必真正執行算術的轉換與演算。在數學課程中使用計算機，更加凸顯數學觀念的重要性以及「化繁為簡」的實用性。

六、「知行識」對評量的建議

「知行識」也能為評量的命題設計提供參考。其中「知」和「行」的成分，向來是評量的常見內容，不必多言，然而「識」為素養導向的評量，提供一個思考的方向。例如，國教院（2018）公布的素養導向評量文件，就聲明其試題設計理念，要「讓學生

了解所學與其生活或職涯發展的關係」，以及「評量時也應兼顧學生是否理解習得知識之目的」，都是本文所言「識」的向度。

七、結語

本文所提之「知行識」課程（特指教材與教法）設計架構，已經引起數學教育同仁的迴響，例如鄭惠娟、巫靜雯（2017）曾在本刊發表她們運用此架構在國小低年級的三份實作成果。此架構也已經被國教院「教材與教學模式研發編輯計畫」運用在國小、國中、普高、技高等階段，於四年之中實作了 22 份教學模組。每份模組皆經過研討、內審、觀課與議課、外審、公開發表的嚴謹程序，其中 10 份已收錄於專書（單維彰、鄭章華主編，2016）。

「知行識」課程架構已經在數學領域獲得初步的實作經驗，確認其可行性與實用性。雖然此架構未必適用於所有學科領域，但是它並不僅限於數學。例如前述的素養評量文件（國教院，2018），即不僅針對數學而涵蓋其他領域。因此，「知行識」架構應可為各學科領域之素養導向課程設計，提供一份參考架構。

參考文獻

■ 呂溪木（2007）。民國 75 年之前我國數學課程演變。論文發表於國立臺灣師範大學舉辦之「吳大猷先生百歲冥誕科學教育學術研討會—我國近五十年之科學教育發展研討會」，臺北市。

■ 林生傳（2007）。教育心理學（三版）。臺北市：五南。

■ 林福來、單維彰、李源順、鄭章華（2013）。「十二年國民基本教育領域綱要內容前導研究」整合型研究子計畫三：十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究報告。新北市：國家教育研究院。

■ 教育部（2014）。十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市：作者。

■ 國家教育研究院（2018）。素養導向「紙筆測驗」要素與範例試題。新北市：作者。取自 <https://www.naer.edu.tw/ezfiles/0/1000/img/67/159548289.pdf>

■ 陳皎眉、王叢桂、孫蓓如（2006）。社會心理學。臺北市：雙葉。

■ 黃嘉雄（2017）。十二年國教素養導向教學的觀念迷思。論文發表於國立臺北教育大學舉辦之「第十九屆兩岸三地課程理論研討會」，臺北市。

■ 單維彰、鄭章華主編（2016）。素養導向數學教材。新北市：國家教育研究院。

■ 鄭惠娟、巫靜雯（2017）。國小素養導向教學設計實務—以低年級數學為例。臺灣教育評論月刊，6(9)，192-197。

- Alexander, P. A., & Winne, P. H. (Eds.) (2006). *Handbook of Educational Psychology (2nd ed.)*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- APA (2017). *Glossary of Psychological Terms*. Washington: American Psychological Association. Retrieved from <http://www.apa.org/research/action/glossary.aspx>.
- Berliner, D. C. (1993). The 100-Year Journey of Educational Psychology: From Interest, to Disdain, to Respect for Practice. In Fagan, T. K., & Vandenberg, G. R. (Eds.), *Exploring Applied Psychology: Origins and Critical Analysis*. Washington: American Psychological Association.
- Glock, S., & Kovacs, C. (2013). Educational Psychology: Using Insights from Implicit Attitude Measures. *Educational Psychology Review*, 25(4), 503-522.
- Thompson, T. L., Emrich, K., & Moore, G. (2003). The Effect of Curriculum on the Attitudes of Nursing Students toward Disability. *Rehabilitation Nursing*, 28(1), 27-30.
- Wiegand, W. B. (1950). Attitude and Education. *The Classical Journal*, 45(4), 164-169.

附註：

1. 原文：The learned, relatively stable tendency to respond to people, concepts, and events in an evaluative way.
2. 原文：… choice of subjects, or curriculum has little to do with [attitude], … the teacher has everything to do with it.
3. 這其實就是數學「抽象化」的威力，越抽象的數學，往往適用的範圍越廣，而威力也就越大。但是這些話不適合直接對學生說，而應該在數學課程中有意識地累積這些經驗。

