

## 線性規劃是怎樣進入高中教材的？

單維彰·100年2月21日

在我最近的工作中，察覺高中數學的內容，有三項比較「孤立」的課題：代數基本定理，線性規劃，和轉移矩陣（有些課本甚至扣上更大的帽子：馬可夫鍊）。這些課題與整個課程架構並無必要的關係，作為核心定理卻顯得虛無飄渺，作為基礎知識的應用典範則顯得舉輕若重，作為數學威力的示範卻又是過於簡化的淺薄特例（trivial case），與國際（美國、英國、日本、新加坡）教材相比則似乎是本國之獨有特色。因此，我便起了好奇之心，想要知道這些課題是怎樣進入我國高中數學課程的？

太舊的往事可能已經不太容易追究了，就從我出生的那一年，民國 51 年著手吧。那年 7 月，教育部恰好發佈了一份〈修正公布中學課程標準〉文件，我不知道這份文件是否在台灣的教育史上有任何劃時代或分水嶺的意義，但是國立編譯館「教科書資料中心」所陳列的數學教材，的確就是從這個時期開始的。那一年，以台大、師大、中興、成大為核心的公、私立大學聯合招生（考試），已經自發地辦理了八年；直到民國 65 年教育部成立「大學入學考試委員會」，才使得大學聯考正式成為行政部門的公務之一。

那時期的數學教科書並不按照學期分冊，而是按照科目寫的。例如《平面三角學》、《高中代數》、《立體幾何》、《解析幾何》等等。據王九達老師告知（他是第一位台灣留美的數學博士，民國 49 年學成歸國時只有 25 歲），在那以前的數學課本都是像這樣一科一冊的。難怪 99 課綱之前的數學課程都是主題式的塊狀結構，原來，這種課程設計有著長遠的歷史啊。

當時，一綱多本的情況還頗熱鬧的，有開明、復興、正中這些書局出版不一而足的高中數學教科書。那時候的代數課本都有「方程式論」，而那一章裡又都有「代數基本定理」。至於這個定理的說明，則都會提到高斯證明了它，但是因為超出本書範圍而從略。各家版本在此定理的敘述和說明上，用字遣詞極為類似，都是先敘述必存在一（複數）根的版本，然後用它來「正經八百」地證明  $n$  次方程式恰有  $n$  個根。所以，我猜「代數基本定理」想必是個源遠流長的課題，早就被列在我國的中學數學教材之內，而其來源暫時不可考了。

固然是源遠流長自古有之，但是，作為後人，還是應該對於任何傳統保持質問的能力吧？為什麼這個「超出本書範圍」、同時也「超出理解範圍」，名為「代數」卻其實是「複數」性質的定理，有必要一直留在高中課程裡面呢？

在民國 51 年版的課程時期，機率還沒有進來，所有關於矩陣和行列式的主題都是純代數口味的，所以當然沒有轉移矩陣。至於直線當然不會缺席，都放在解析幾何課本裡。各家版本都有「直線系」單元，這部分的書寫不像代數基本定理那麼「一致」，稍有個別的特色，但是都至少包括平行直線系，過一點的直線

族，和圓的切線族。沒有聯立線性不等式，也就沒有線性規劃（我也檢查了習題和「雜例」，都沒有）。

線性規劃的具體想法誕生於西元 1948 年，整個數學模型的概念，以及包括我們所謂的「頂點法」在內的解法，和初步的應用典範（派遣與補給、經濟分析），都是從 1950 年起才逐漸為圈內人所知，而在 1960 年代因為美國報紙的揚善開始成為堪稱家喻戶曉的數學明星。做為明星所達到的最高峰，或許是 1975 年的諾貝爾經濟獎，受獎者是兩位線性規劃的先行學者，得獎的原因是他們「在資源最佳分配理論上的貢獻」。民國 51 年（西元 1962 年）時期的教科書還沒有納入線性規劃，應該是很可以理解的事。

民國 53 年 3 月 29 日（那一天不是應該放假嗎？），教育部特別針對數理科目頒佈了〈高級中學生物化學物理教材編輯大綱〉和〈高級中學數學教材大綱〉；就實際出版的教科書來看，這份大綱大約在民國 55 年開始進入校園。這份 53 年版的課程，可以當作一個分水嶺：在 53 以後，台灣的中學數學教育可謂進入了「現代」。

民國 53 年版的數學教材，改為配合學生年級的編輯方式，基本上每學期一冊，第一、第二冊不分流，最早從第三冊起分為社會組和自然組。既然按年級分冊，其目的很明顯是要配合學生的認知能力發展而設計教材，在內容上著重教學的邏輯而非數學主題的邏輯。但是，如前所述，主題式塊狀設計的課程有著長遠的歷史，直到民國 99 年版的課程綱要，才算是真正初步地拆開了數學主題，分散到不同的年級去。我強調「初步地」是因為，與美國、英國、新加坡的教材相比，我們對主題的拆解實在還是粗略的。然而，即使是在民國 100 年的今天，還是有些高中老師反對課程對於主題的拆解。一個觀念的改變與實踐，歷經半個世紀而不逮，或許是因為長期疏於溝通吧？

53 年版的教科書出版商，大致上於之前的情況相同，我們看到大中、正大、正中和復興這些版本（這些書局的名字都很有時代意義啊）。因為有了一份部頒的大綱，各家書局的章節目錄大致相同。而因為大綱所列的內容異於往常，教科書須要相當程度的新寫。但是，只要遇上以前就有的內容，例如直線，就會發現舊教材整個兒地被複製過來。這個情況，倒跟現在 99 年版教科書的狀況頗為類似。由舊教材複製而來的教科書，當然不能實踐課程變革所揭蠱的理念。

在 53 年版教科書市場中，一個新面孔在民國 57 年加入了戰局；那是由李新民教授領銜，羅芳樺，徐道寧，康洪元列名編著的東華版教科書。李新民先生是我們中央大學復校（成為大學）後的首任校長，他屬於因為戰亂而中斷學習的那一代，在民國 50 年獲得美國康乃爾大學的數學博士學位，返國時 46 歲。因為出國留學前就在教育界有相當豐富的服務成就，一回來就是清大和師大的合聘教授，並且始創了清華大學的數學研究所和大學部。

李校長在美留學期間，適逢線性規劃在圈內蓬勃發展的那十年，雖然不是他的研究主題，但是留心教育並且常懷著經世濟民之理想的李新民教授，想必留意了這支應用數學的發展，並且明白它的基礎原理。我們不難理解，當他編輯全新

的高中數學課本時，想要將這門最新的應用數學介紹給學生。而在 1968 年就能將線性規劃編入中學教材，可能在國際間的確是個了不起的創舉。歷經第一手資料的李教授，當然知道線性規劃的問題動輒 10 個變數以上，必須在抽象空間內處理。他很具有原創力地設計一個只有 2 個變數的典型問題，將它設置在第四冊第五章「不等式」的 5-4 節。

這一節以一個實例說明線性規劃的模型和解法，共佈滿兩頁。有可行解區域圖形（五邊形之內部），但沒有此名詞，他是說『符合問題之解答，則為此區域中坐標為整數之有序數對』。也沒有目標函數之名詞，而是說『故求解之問題變為求  $x, y$  之正整數或 0 之值以使  $960-2x-y$  為最小』。而且，並未說明求解的方法及理由，只是說『（解法）一般將至為繁複，但由線性規劃之理論， $960-2x-y$  之極大或極小值，將在五邊形之頂點出現』。然後就是頂點列表法。習題之中，六題是解兩條二元一次聯立不等式的操作練習，兩題練習畫解區域，一題練習有解區域找不等式，只有一個文字應用題，而此題是沒有唯一解的狀況。

李新民教授的東華版教科書，是 53 年版教科書之中唯一包含線性規劃的（其他版本的作者，可能還沒聽說這個課題）。他的兩頁課文，是我國首度在高中課程中引進這個主題，在世界上可能也屬於最早的一批。事實上，在民國 60 年發佈新的〈課程標準〉之後，東華版還是唯一包含線性規劃的教科書。那麼，後來又是怎麼發展的呢？預知後事如何，且看下回分解。