Lecture 17

檢討期中考考題

平均 $\mu = 60.7$, 標準差 $\sigma = 15.2$. 六人成績 $\geq \mu + \sigma$ (95, 91, 91, 85, 83, 82), 七人成績 $\leq \mu - \sigma$ (44, 43, 41, 41, 38, 34, 34).

課本 5.6 最佳化與模型設計

課本上的三個範例 (Example 1, 2, 3). 設立數學模型是最重要的步驟. 在這一件事上, 電腦幾乎不能幫忙. 這是需要我們運用人類智慧的地方, 也是現在的教育應該死強調的地方. 但是, 在建立了模型之後, 電腦繪圖功能很可能幫助我們瞭解問題.

例如 Example 1 之問題乃是在於求

$$M = 2\pi r^2 + 2\pi rh \tag{1}$$

在

$$\pi r^2 h = 500 \tag{2}$$

之限制條件下所達到的極小值. 看圖四十六 (橫過來看), 便是

$$z = \pi r^2 h \text{ 和 } z = 500$$

的兩個函數圖形. 我們可以看到, 它們相交成一條曲線. 我們知道 (1) 式表達了 r-h-M 空間中的一張曲面, 名之曰 $\mathcal{S}$; 而 (2) 式表達了 r-h 平面上的一條曲線, 名之曰 Γ. 現在, 我們要在 $\mathcal{S}$ 上沿著 Γ 描繪出一條曲線, 而找出這條曲線的極小值. 圖四十七便表達了這個現象: 其中較細的曲線是 Γ, 較粗的曲線是沿著 Γ 在 $\mathcal{S}$ 上的軌跡.

圖四十七是用以下的 Maple 指令畫出來的:

```
with(plots);
Ht := r -> 500/(Pi*r^2);
M := r -> 2*Pi*r^2 + 1000/r;
Bottom := spacecurve([r, Ht(r), 180], r=3.3..5.3,
color=white, thickness=1):
Solu := spacecurve([r, Ht(r), M(r)], r=3.3..5.3,
color=white, thickness=2):
Curve := plot3d(2*Pi*r^2+2*Pi*r*h, r=3.3..5.3,
h=5.6..14.6):
display3d({Bottom, Solu, Curve});
```

注意, Bottom, Solu, Curve 之後以 : 結束. 否則螢幕上會出現許多不必要的訊息. 在 display3d 之後, 會出現獨立的圖形視窗. 在這個視窗的功能欄內拉下 Axes 選單, 試著選

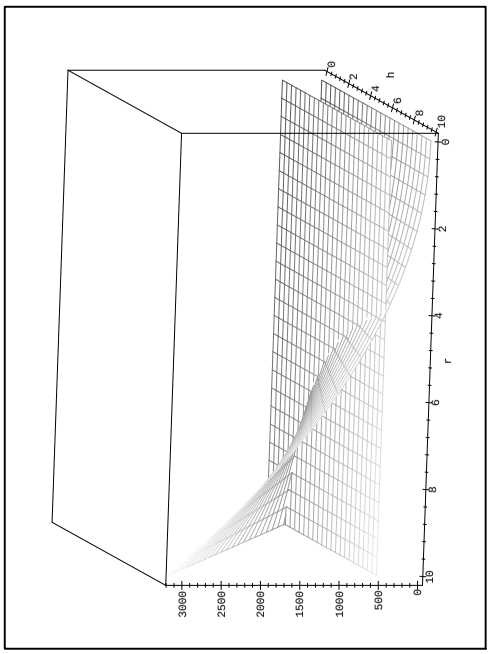

Fig 46

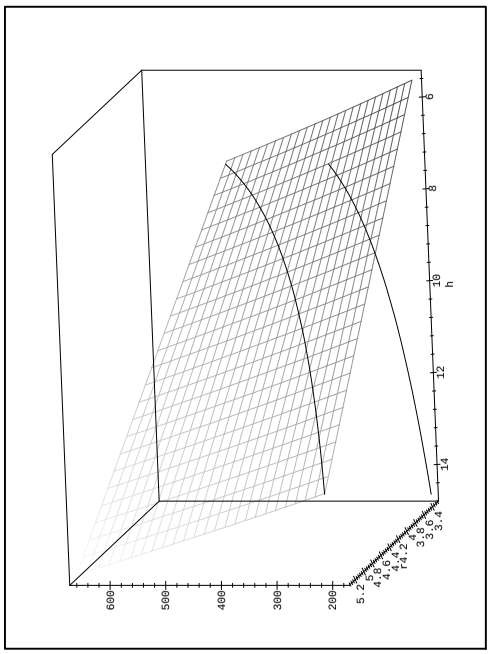

Fig 47

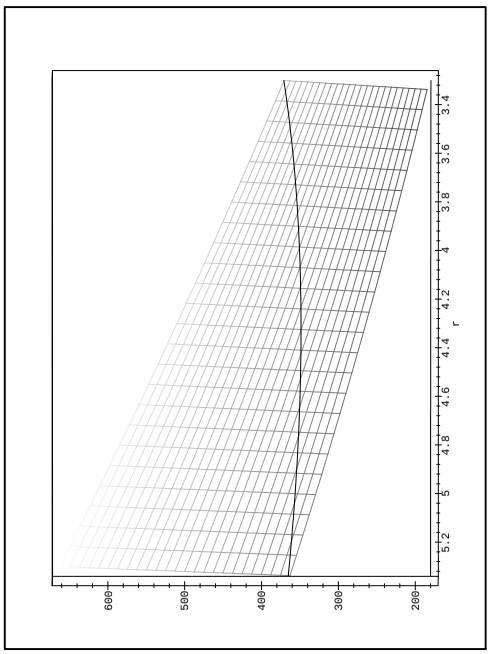

Fig 48

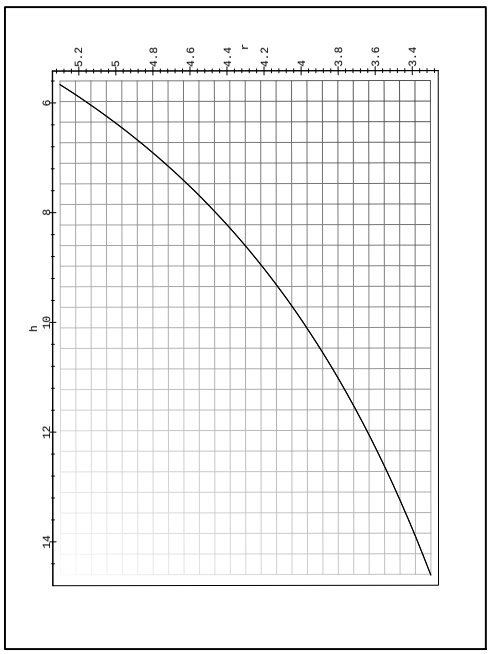

Fig 49

幾種不同的座標軸畫法. 然後練習轉換視角. 您在圖形視窗內點滑鼠左鍵, 則看到圖形變成一個六面體的代表符號. 用滑鼠的左鍵拖動這個六面體, 然後點滑鼠右鍵 (或中鍵), 則會看到改變了視角之後的圖形. 例如圖四十八, 是從正對 r 軸的角度來看, 我們可以看到, 極小值大約出現在 4.3 的地方. 而圖四十九, 是從 r-h 平面的正上方來看, 這就是 (2) 式所決定的曲線. 同樣地, 您也可以拉下 `Style` 選單, 試試看其他的表達格式. 記得把不再需要的圖形視窗關掉, 免得佔用太多記憶體, 使得電腦變慢.

習題 17

習題 17.1 課本 **5.6** 習題 5, 6, 7, 12, 15. [對這些問題, 建立數學模型是最重要的. 在模型建立了之後, 您應該練習利用 Maple 求解.]