Lecture 23

從課本的 **8.2** 和 **8.3** 節, 我們學習到如何將離散的黎曼和改寫成積分形式, 以至於將很多個數的計算變成 (可能比較簡單的) 積分演算. 我們也看到, 積分過程將零維度的量變成一維度的量 (一大堆點堆積成弧長), 將一維度的量變成二維度的量 (一大堆線段堆積成面積), 將二維度的量變成三維度的量 (一大堆薄片堆積成體積). 這將是工程師處理問題的常用手段.

從課本的 **8.4** 節, 我們更進一步看到, 將離散的問題連續化之後, 可能獲得意想不到的簡化. 現在, 我們再看一些離散問題的連續化模型.

課本 8.5, 8.6 分佈函數和機率

若 $p(x)$ 是一個分佈函數, $p(x_0)$ 並不應該被解讀成恰好當 $x = x_0$ 的時候的百分比, 或機率. 因為恰好發生 $x = x_0$ 的機率可能應該是 0. 比如說, 課本的 **Fig 8.35** 中, $p(0) \approx 1.7\%$, 似乎解釋成零歲的人口占總人口的 1.7%, 這不是很荒謬嗎? 正確的解讀是, 年齡在 0 到 h 歲之間 (h 是個頗小的數) 的人口比例大約是 $1.7\% \times h$. 一般說來, 當 h 是個頗小的正數的時候, 事件發生在 $[x_0 - h, x_0 + h]$ 之間的機率大約是 $2h \times p(x_0)$.

分佈函數的平均值所在的位置, 也就是力矩平衡的地方.

習題 23

23.1 課本 **8.5** 習題 6. [可以用 Maple 做定積分. 例如下指令 `int(0.4*exp(-0.4*x), x=1..2);` 將得到十位有效數字的估計值 0.2209910819. 如果 Maple 沒有自動給出數值的答案, 而是以某種特殊函數的形式給答案, 例如 `int(exp(-x^2), x=0..10);` 得到答案

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\mathrm{erf}(10).$$

這時可以立刻接著下指令 `evalf(");` 其中 `evalf` 代表以浮點運算求估計值 (evaluation floating), 而 `"` 代表前一個指令的答案. 因此而得到 0.8862269255.]

23.2 課本 **8.5** 習題 12. [回答 (d) 的時候, 要記得所謂分佈函數在某一個特定點的值是如何解讀的.]

23.3 課本 **8.6** 習題 3.

23.4 課本 **8.6** 習題 5. [用 Maple 畫 (a) 小題的圖形.]

23.5 課本 **8.6** 習題 6.

23.6 課本 **8.6** 習題 7.