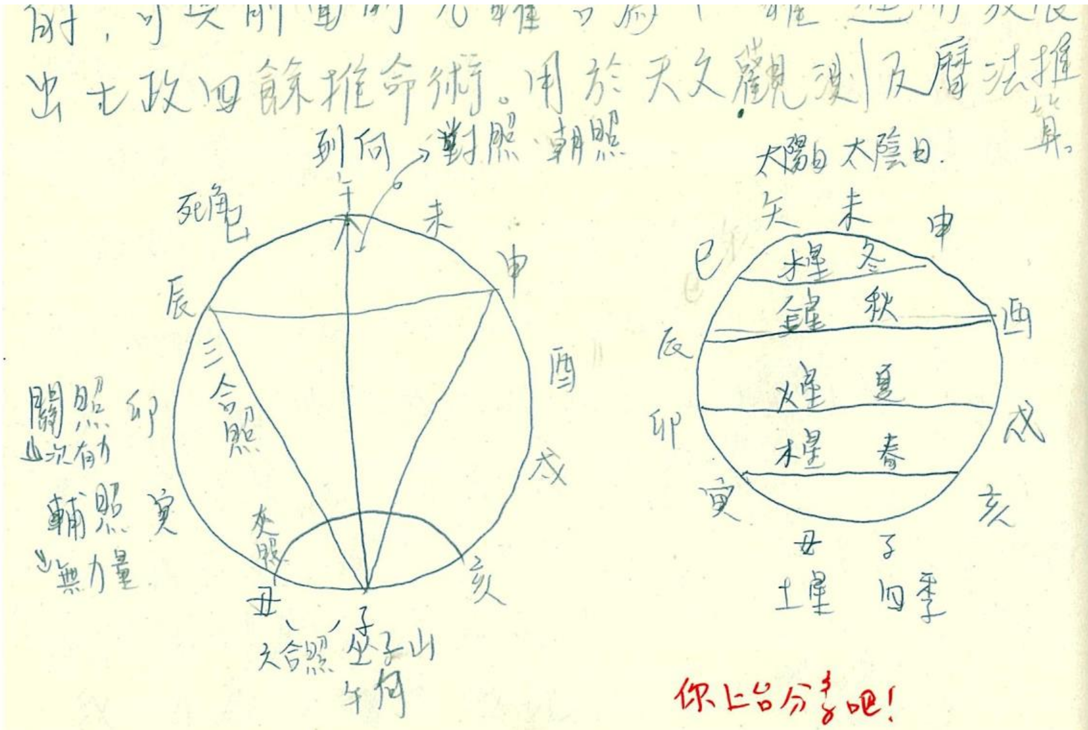
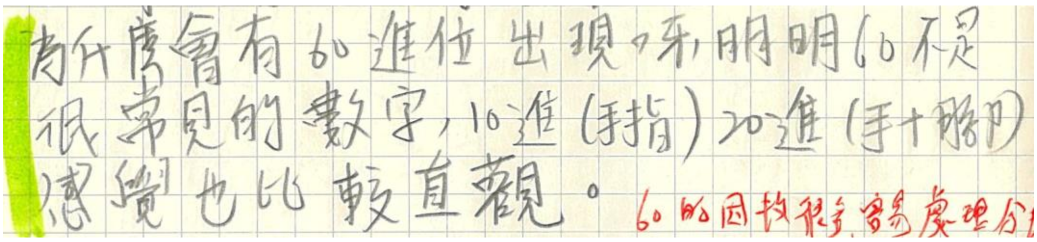
文化脈絡中的數學 114 年 3 月 18 日筆記分享

生醫二陳同學簡介「七政四餘推命術」，我第一次聽說。希望他上台分享。



中文有兩個關於「計算」的古字：筭和算，讀音一樣。「筭」是「操作籌的技術」，這才是當今的計算。而「算」在以前傾向於「推命的技術」，是算命的意思，不是數值計算的意思。所以，我常說的《九章》，古代稱為「筭術」而不是「算術」。「七政四餘推命術」想必是舊中國的一種算命的技術。

電機二涂同學問：


為什麼會有60進位出現呢，明明60不是很常見的數字，10進(手指) 20進(手+腳)感覺也比較直觀。

60的因數很多，容易處理分

六十進制真的不直觀，這也顯示巴比倫文明可能不是隨便想出這個進位制，而是深思熟慮的設計。沒人真的知道為什麼（沒有出土的古文獻），但主流意見是因為 60 有很多因數，使得它的 1/2、1/3、1/4、1/5、1/6 ... 都是整數。

很高興許多同學注意到「為什麼產生暫時沒有明確實用目的的純數學」這個話題。例如數學三楊同學、電機二邱同學、數研一葉同學都記錄了課堂上的談話。但是建議大家把這個問題當作聊天話題就好，別去「研究」它，因為它應該找不到客觀證據。

二、為什麼會產生抽象數學？

「好奇」

(假說) 人們互相挑戰，開始出現超過現實需要的數學

eg. 雞兔同籠 (不實際的問題，只是為了好玩)

後來 (被遺忘前) 被發現可以用到其他領域，

工程、建築等

當有一群人開始
做一件事情時，
我們就會好奇
這件事可以做到怎樣
eg. 誰跑最快，誰跳最高

A: 莫過於是人的本能——好奇心，其實許多科學發展的動力絆都是好奇心

cycle: 實用的數學太無趣 → 探究新的領域

正向發展 ← 現實中出現使用的機會

工院二秦同學知道歐拉（Euler）的多面體公式：

柏拉圖 正規多面體：所有面都是全等的正多邊形，

正規多面體滿足 $V-E+F=2$

頂點 邊數 面數

柏拉圖不是這樣證明的

我挑選的 Euler 郵票上，就印著這條公式。但是，當年柏拉圖並不是這樣證明的。柏拉圖的證法，寫在歐幾里得《幾何原本》第 13 卷。古希臘用的是「展開圖」技術，證明能夠組成正多面體的平面展開圖，只有五種。這個技術非常基本，大家都能看懂。

數學二田同學感覺數學失去了魅力，這實在很可惜：

小時候，我也曾經認為數學很接近天，當時只要多學一些，就感覺自己更認識這個世界。不過現在只覺得數學是像法律一樣是很 routine 的事，之前的那種「數感」好像在不知不覺中消失了。

有可能是因為還沒學通，大學數學不像中小學那樣容易通，通了之後才有餘力去

感受它的意義。順便說：「法律」未必是 routine 的事，睜開一雙 fresh eyes 就一定有新奇。

資工二鄭同學經常提出抗議（高亢的反對意見），這次她提出「假情境也能刺激思考」，頗有見地，值得大家一起想想：

> 雖然老師說 雞兔同籠 這樣的情境假設不實際，但我認為一個題目想要有人討論，那情境就算在假也是有必要的，舉例而言，許多人津津樂道的電車難題，其實可以直接簡化成殺5人還是殺1人，但如果沒有任何情境假設，大部分人就不會有討論的欲望，也很難有那種身臨其境、面臨兩難抉擇的感受，在加上情境後，即使我們是在思考一個很不實際的場景：我們平時不開電車，也很難那麼剛好兩條鐵軌上剛好都有人、變換車道也沒那麼容易，但他仍然成為了許多人討論的議題，甚至衍生出許多變體，所以我認為情景假設還是很有意義的。Good!

數學二蔡同學曾經親身感受「不和諧」的和弦：

> 接著，老師提到音樂與數學，我想到我拉小提琴的時候，有學到一個東西叫「魔鬼音程」(三全音)，那時候的遇到的例子是 si-fa，我拉出這個音的時候就覺得有點怪怪的，有點難聽，會有一種不穩定的感覺，我發現這其實可以用數學去解釋(因為三全音的頻率比是$\sqrt{2}$是一個無理數，聲波間的干涉會變得複雜，因此有不和諧的共振)，也對應到老師上課提到的內容，我才想到原來音樂的和諧性是跟數學有關的，這也應用到我用和弦調音、樂譜裡大小調等背後的理論。

理論上，人無法分辨正負 5% 以內的頻率誤差。所以理論上的無理數比例可以換成近似的整數比（有理數集合是稠密的）。$1:\sqrt{2}$ 接近 5:7，而 5:7 似乎真的不是畢達哥拉斯的和諧比例。

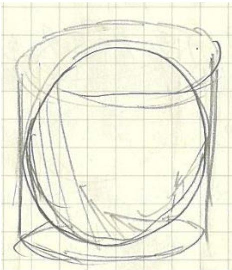
也有很多同學注意到「圓心角所對的弦長是人類第一個函數」以及「函數要『取』而不是『算』其數值」這個話題，對於我國數學教育太強調「筆算 / 心算」有深刻的感受（當然並不意外）。例如地科一連同學（附贈一個「有感而發」）：

函數是活的，會隨導入值變化出千變萬化模樣的東西。
比起背誦沒有意義的定值
我認為了解函數本身更有價值。
（有感而發：對以前人而言可以在家鄉甚至是在家裡離世真的是最好的結局了。）

電機二蔡同學：

< 本土教育：算！算！算！不能用計算机 get，而是用手 calculate、obtain
⇒ 結果：不能算的就不教也不考 e.g. $\log_{10}7$、$\sin(2^\circ)$
↳ 明明曾經是世界計算机生產大戶，自己人卻不能用計算机
⇒ 我覺得這樣的教育真的挺失敗的，學生要一直升上大學之後才開始學怎麼按計算机，真的挺辛苦的，而且也因為這樣，小時候很多計算因為不知道特定數字的值 e.g. $\sin 2^\circ$，而導致解題方式受限，限制了學生解答能力，而且計算机明明就很方便……

機械二吳同學：



about 函數 concept
上大學開始算題目(工程應用)，才更瞭解到查表，使用函數的觀念。

數學二蔡同學：

的教育不會讓我們用計算機、查表，我非常有感觸，身為高中是108素養教育的學生，我覺得我也沒有因此會使用一些工具去解決實際問題，就只會算、會考試但不會用，到了大學有應用時我因此適應了一段時間。

物理三陳同學和化學三江同學都提起南美文明：

> 印加文明的奇普 Quipu，一種由繩結形成的記錄係統，是他們特殊的「語言」。目前還無法完全破譯，但印加帝國的道路、橋樑工程極其精確，表明了他們具有高度發達的幾何與測量技術，他們是如何在沒有文字記錄的情形下，能建造精密的建築？

> 我曾經研究過世界上各大古文明的文化，我總覺得最神秘的是蘇美和埃及的文明，一個是對數字、文字有重大成就；一個是在工程方面有成就，這都和數學習習相關，對於"起源"，我總有很大的疑惑，好像很多東西就"突然"出現了？？

如我在第 1 講提過的：自有文字就有數字，而數字可能對文明的影響更鉅。南美文明很難想像是「突然」出現的，但證據指出它們似乎真的是「突然」消失的。可見口傳的數學與技術也能創造文明，但是若沒有文字傳播與保存知識，則很容易失傳，而一個文明就此「突然」消失。想想：文字傳播不就是「遠距教學」嗎？

化學三林同學說了一個很有意思的理論，中式**恐怖小說**大多和**考試**有關：

> 說到媒介，這裡想分享的一種媒介是「小說」。作為一種不那麼"正經"的書籍，雖然裡面的文字出自於作者的想像，但劇情的走向往往和當地文化相關。像中文小說很常見的背景是修仙（神明信仰相關），古代（中國文明）；英/美式小說則有神魔（聖經、天堂地獄）、中古（莊園）等。近來看到一篇 short 說，其他文化的恐怖小說與神鬼相關，中式則大多和考試有關，反應出學習壓力。

最後分享機械二王同學在筆記裡寫的即興散文：

3/18　看郵票說数学大歷史(上)

郵票，一种承載了当地风情特色的簡單戳記，雖然只是郵政系統的象徵，但是卻有相当数量的人沉浸於收集各地特色郵戳的興趣当中，他記錄了各个地区屬於自己的独特歷史，而屬於文化中的一部份，数学当然也在其中，從蘇美泥板到古埃及的萊因紙草卷；從古中國的割圓术到阿拉伯数学的黃金時代，这些郵票彷彿是一扇扇通往数学发展史的窗口，让人重新思考数学是如何影响全球各地。

各國的郵票反映出不同文化对数学的貢献，让我深刻体会到数学是一种超越語言与國界的「共同知識」。巴比伦与蘇美文明透过泥板記錄数学，显示出当時已有畢氏三数；中華的劉徽与祖冲之使用「割圓术」來逼近圓周率，展現了中國数学家对於∞概念的理解，而阿拉伯学者花剌子模发展出代数和算法概念，影响至今的电腦科学，通过这些相似的前进方向，我注意到雖然各文明的发展路徑略有不同，但最終都指向了解世界的共同目標，即便在科技高度发展的今天，数学仍是不同学科交流的核心語言。

与此同時，我也誕生出了一种想法：若数学的发展時間点改变，世界会有何种变化？若阿拉伯数字没有进入欧洲，西方是否仍会停留在罗马数字的運算方式，导致科学发展緩慢？若祖冲之的圓周率計算被忽視，現代的工程技术会不会遇到更大的困難？若阿基米德的浮力原理晚500年才被发現，現代航海与物理学的进展是否会影响？这些疑問让我更理解到，数学並非單純的学术研究，而是影响人类文明进程的关鍵。