

4 月 28 日課後筆記分享

● 資管三邱同學

今天的同學報告的都好精采好會講。

在第一個同學的報告中，我覺得比較吸引我注意的部分是她講到以愛麗斯故事為包裝的量子力學書，描述了電子因為需要佔有空間而無法隨意跑慢或擋在一起，也提到了穿隧效應，機率性地穿過大門，還講了用機率蓋房子，電子越遷。我覺得看到這個同學的報告，結合之前老師上課的內容，更加讓我覺得童話和科學看似是兩個極端，但科學理論的推斷本身就需極大的想像力。用童話故事來包裝這些知識很成功的降低學習門檻。(好希望我以前有這本書，我就不會覺得高中物理那麼痛苦了，一定會很有趣很多...)

然後我覺得這個部分完全可以結合我現在研究助理在研究的元宇宙，讓教育去結合 AR/VR。

讓學生身歷其境的去學，一定可以讓他們更有感覺，更有意願去學習。

另一個我覺得比較有共鳴的是複數，這個同學講了很多他本科學的東西，我完全記不起來，但他說到一個最初級數學家視為荒謬假想的數字，經過幾百年的發展，就成為了描述真實物理世界不可或缺的工具，完全呼應了後面同學提到的數學到底是如何與自然界如此契合的？他就完美詮釋了「無用之用，是大用」。假如沒有「複數」，我們現在很多的電子服務都會不可用，如果沒有那些電磁波和網路的傳輸，我們的生活將會完全不一樣。

不禁讓我覺得在面對那些極度抽象的數學，看似脫離現實的數學理論，都要抱持開放的態度，不要全盤否定，雖然可能不理解，但那些有可能就會變未來所需要的理論。

第5位同學的內容，我也覺得很有趣，在
探討音樂和數學的關係，談到音高的和諧
感來自於頻率的整數比，節奏則是時間
在穩定框架裡的數學分割。巴哈，他的音
樂就包含了对位法、卡農和賦格的技巧，
讓他的音樂聽起來卻有規律，同學也有提
到他的音樂在句法或段落的分割，都是
接近黃金比例 0.618，這可能也是他的音樂
被眾人喜歡的原因。聽完這個報告，我覺
得真的滿有趣的，^穩不會想到音樂中包含
着數學，感性的藝術背後往往藏着極度
理性的部分，就像課堂中提到過的莫索
的藝術了。我覺得音樂中這種數字，才是
有什麼^歌 AI 可以計算出，創造出音樂的關鍵，
現在其實有論文指出巴哈音樂對生理的影響
或現在的 AI 已經有辦法透過計算出的

規則，結構去^{創作}平衡心理的音樂，

但如果不當使用^{創作}可能，會導致人們^{被有心人}

有抑鬱^樹，自殺的途徑，而且音樂是

很難發現的，雖然感覺不會發生，

● 但還是要多多去注意身邊的人，事物，他們有沒有在聽什麼，導致他們心情低落。

有一部電影布達佩斯之戀 (Gloomy Sunday) 裡面涉及一首 (據說) 很多人聽了之後自殺的歌曲。

(後面還有)

● 太空四劉同學 (我在最後補了一段簡覆)

7/28 (Tue.) - 學生分享(=)

加密 - 恩尼格瑪機 (Enigma)

加密手法: 插線板、轉子、反射板等

↳ 搭配初始位置、相對位移

⌚ Timing: 二戰德軍

⇒ 手法多元, 複雜度高, 有上兆種可能。

BUT 仍有破綻:

1. 加密後字母不可能是原字母
2. 插線板兩兩一對 (eg, J-K; A-E...)
3. 德軍有固定常用詞彙

↳ 不會爆炸...

圖靈破譯的關鍵: 炸彈機 (Bombe)

* 利用上述邏輯破綻, 用排除法解密

* 對照文: 利用德軍常用訊息, 作為加密的「範例」

* 高速運算: 引入電子元件, 實現優於人力的解密效率。

複數的發展和應用

這 part 我想直接寫心得, 因為演講的方向和我想得不太一樣。

我原本以為會像老師上課一樣, 針對複數概念出現的環境去介紹, 包括當時的學術環境與數學家針對複數的想法與心路歷程。

甚至附上公式的說明 ↘

不過這部份有相當大的偏幅在介紹複數的性質, 像是二維平面、時域轉相域 (phasor phase), 感覺就不是在介紹複數發展, 反而給了我上課的感覺, 但又不夠清楚導致我終究沒有很理解「相域」的概念。整體來說就是缺少人、事、時、地、物, 複數從抽象轉二維平面時, 我也以為會介紹提出相關想法的人, 但也沒有。

雖然我寫得較為負面或批判, 但這是我當下的真實想法。

數學是發明？還是發現？

古希臘：發現。

→ 畢達哥拉斯

→ 柏拉圖：學習是靈魂的回憶。

→ 他認為世間的知識和規則，早已刻印在靈魂，而學習是幫助喚醒這些「記憶」

早期數學家認為數學是既有的抽象秩序與真理。



伽利略(16世紀)：自然科學用數學語言解釋

↳ 這裡可得知已和古代數學家有不同見解



19世紀：數學的「確定性」被挑戰

① 平行公設 - 第五公設可被替換

前面提過數學作為一種語言，有所謂「定義、公設、公理」是無需也無法證明的「真理」。如今，卻發現公設被更改也不會使數學的其他部份矛盾，這似乎代表數學並不是大家認為的一成不變的定則？

② 康托爾： ∞ 也有大小？

我其實對講者所述的對角線法仍不瞭解，因此這部份無法寫出想法。但平行公設的質疑，我是相當認同。

③ 羅素悖論 - 集合論

這問題核心在「R集合是否包含R本身？」。20世紀的邏輯主義會有個說法。



20世紀 - 三主義

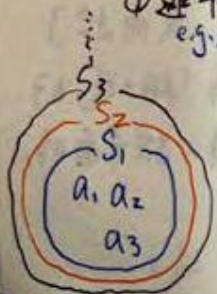
① 邏輯主義：講求數學的定義皆符合邏輯。

eg) 「2」定義為兩個元素的集合，如「太陽、月亮」、「筆、紙」。

↳ Δ ：那「兩」的定義？這感覺是自己定義自己？

「集合」內的元素必須是該集合的下階。

↳ 所以需要有比「集合」上階的元素來定義「集合」，依此類推沒完沒了。



②形式主義：將數學獨立於現實，定義來自於規則。
「2,3」等數學和現實的「2個蘋果, 3根香蕉」等無關，
定義自數學公式與定則。

▲：但數學起源便是為了現實需求的計量，這是本末倒置了。

②直覺主義：數學是心智的建構
我只聽得懂「不可能假中真」，也就是證明某事為真，不能去證
該事不可能假，便得出為真的結論。

雖然我不太懂更detail的說明，但我不完全認同，反例就是
前述圖靈的炸彈機便是用排除法——不可能是b.c.d.e...，來
證明答案是a，而實務上看來這是可行的。

結 語

〇〇這次的學生發表都讓我大開眼界，除了前述的主題外，音樂中的數
學也讓我頗感興趣，但礙於我還在消化前面的內容，我沒能太專心
的聽部份發表，有點遺憾。

〇〇而我最感興趣的便是花了一面半篇幅寫筆記的這篇——「數學是發明？
還是發現？」，我一直都很喜歡聽這種數學哲學的話題，像是老師之前上課
提到的“Why $1+1=2?$ ”。

對於這個問題，我最認同伽利略的觀點。在我看來，自然法則是既有
的，不會因為克卜勒提出軌道定律，行星才像現在大家認知那樣運動；也不是
有了牛頓定律後地球才有引力，也就是說，我認為數學是人類發明出用來
認識世界的工具。可能宇宙某處的外星人也有一套他們的數學。

不過，在我當天晚上和朋友張柏歲分享這個主題後，我又得到了稍不
同的看法。他原則上也和我持相同想法，但有前提是「現在的數學」。他認為
古希臘人的數學和現在不同，希臘人認為理想世界有完美的圓形、矩形等，
而我們人類只是看到地球上長得類似的物體，回憶出理想世界的形體並命
名之，也就是「唯心主義」。而現代主流則是唯物主義。因此若上升到這兩主義的
比較，便沒有對錯，畢竟沒人知道是否真有所謂的理想世界。

可是我仍偏向數學是人(或神)發明的，若真有理想世界，也真有理想的

「〇、□、△」，那是誰把它定義成「圓形、矩形、三角形」？總還是有人(或神)給予這個名稱？
若老師有看到的話，我也想聽聽老師的看法！！

關於複數，其實同學有企圖說出「發現」的脈絡，可能太快了，導致沒有順利傳達。對大二學生而言，已經整理得不錯。「發現 vs 發明」恰好我在前一個週五的另一堂課就講到，張柏崑有旁聽，他已經跟你分享了我講課的一部份。從「負數」開始就是人的發明了，而希臘人連負數都沒想過。所以「發現 or 發明」確實是希臘文化背景中的有意義的問題，但時至今日已經不太有意義。我的答案，簡單說還是這門課的第一堂：數學作為一種語言。語詞是我們創造的，例如負數和複數，可一旦創造出來，它們各有不能任意更改的必然關係，例如負負得正和複數乘法的旋轉意義，而這些關係是我們發現的。用一句話簡單總結：數學是我們發明出來描述我們發現之關係的語言。