

### 5 月 5 日課後筆記分享

- 資工二黃同學將選舉程序延伸到拍賣程序

投票

民主的技術與意義

↳ 民主的整個意義就只有投票

Democracy

希臘文：負面，混亂，反理智

法國大革命：混亂，無法治（解散法國科學院）

五卅運動：暴動  
 學生 ↗ science 賽先生：廢除八股...  
 democracy 德先生

↓  
 有些科學家（平民）被砍頭

煽動宣傳詞：民主—人民當家作主

邱吉爾：一個小人走進一個小房間，在一個小紙片上畫一個小記號

民主只是一套程序  
↳ 選舉程序：投票規則與計票規定

一群人做共同決定的方法之一 ←

管理與決定公眾事務的一套程序

每個人說出來的都是“真心”的真知灼見

→ 誰的真知灼見該成為社會的定見

民主不是承諾與應許 → 沒有應許美好的社會

\* 不是唯一的程序  
↳ 暴力 權力的根本/基礎就是暴力

孔子：「爾愛其羊，我愛其禮」  
 成本 ← 愛惜，捨不得，接受代價  
 ↳ 程序

民主的代價：犧牲效率 → 耐心 是美德

別怪民主導致平庸

反過來想，靠破壞一件事也是沒用的

程序上：每個人都能免於恐懼地表達意見

沉默是另一種表達方式

可以不說話

↳ 能免於恐懼地保持沉默

● 是就事論事：不做事實以外的煽動與臆測

教育 → 知識 → 民主

↓

素養：支撐民主社會的生活所需要的基礎知識

：能聽懂各方論述，且有「判斷力」，能分辨

意見  
事實

每個意見群體都不該自詡為正義的一方

無人得以凌駕於「當時」的法律之上

若右時宜 → 民主程序應能順利修改法律

● 所有事實和意見是否獲得充分表達的機會

是否所有人都該接受此程序所產生的結果

案例：同樂會二等

結論：不同的投票程序會產生不同的結果（同一批人，誠實作答）

15人：T 冰台茶，B 啤酒，C 雞尾酒

1. 一人一票相對多數決 (領導人想弄損壞團體就進行投票)

$T > B > C$   
6 5 4

主席: 犯了嚴重的錯誤  $\rightarrow$  二輪投票  $B > T$   
9 6

3. 「科學」計分制:  $C > B > T$

Borda Count 19 14 12

選舉程序: 根據選民表達的意願, 將候選對象排序  
的規則

函數: { 輸入: 選民卷宗  
輸出: 候選對象的排序

$N$  位選民  $\rightarrow$  卷宗有  $N$  個元素

$K$  個選擇對象, 每個元素有  $K$  個項目

以「二籌」為例:  $6: T > C > B$   
 $5: B > C > T$   
 $4: C > B > T$

1.  $T: 6, B: 5, C: 4$  / 2.  $T: 6, B: 9$  / 3.  $T: 12, B: 14, C: 19$  2, 1, 0 分

$\rightarrow$  沒有陰謀, 只是選舉的規則改變了結果

第一回: 選出「多數人最不喜歡的」

誠實: 依照定見與規則投票, 否則稱「有策略」

理性: 定見符合遞移律: 若  $A > B$  且  $B > C$ , 則  $A > C$

以  $>$  選舉當下的定見  
人性.

選舉程序的數學理論：

只需  $k \geq 2$ ，存在特殊的卷宗，使得以設計  $k$  種不同程序，針對同一組卷宗，讓每個候選對象在誠實且理性的) 選舉中獲勝一次

→ 有沒有最「公道」的選舉程序？

什麼叫做「公道」？

● → 16歲發表第一篇數學論文，法國大革命→通緝犯  
華多薩 (論數學分析應用於多數決之機率問題) (1785)

一個公道的勝選者，必須是與所有其他候選人在投票方案中都能獲勝的那個人

成本：若有  $k$  個候選對象，舉辦一場選舉  
致命傷：可能無法產生結果(不理性) → 沒選多律

● 
$$\left. \begin{array}{l} 5: T > C > B \\ 5: B > T > C \\ 5: C > B > T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T: C = 10:5 \rightarrow T > C \\ B: C = 5:10 \rightarrow C > B \\ T: B = 5:10 \rightarrow B > T \end{array} \right\} \Rightarrow T, C, B \text{ 各贏一次}$$

波達：波達計票法 (Borda Count) 二等的第三回投票程序

在投票上依序給  $k-1, k-2, \dots, 0$  分

公道：累計得分最高，操作較複雜，廢票的定義嚴格

波達 - 有貴族背景，幫英國人打獨立戰爭

巴黎經線 (當初以為每條經線一樣長)

↳ 用來定義「公尺」，法國革命皇帝批准此計畫

筆多程序成為「公道基準」  
時離機率最高者  
一人一票相對多數決

早期共通問題：沒有「公道」的定義

→ 雅樂不可能定理：1971 諾貝爾經濟學獎  
(普遍可能性定理)

「公道」不能用更基本的觀念來定義，採取「幾何原本」

建構知識體系的方式：公道 → 不是對或錯的問題，

而是接不接受 (社會選擇)

5 條「公道」公理

1. 每一個選民的影響力都一樣
2. 除了不能不理性之外，對選民的排序沒有任何限制
3. 如果所有選民都認為  $A > B$ ，那結果也要  $A > B$
4. 選舉結果關於  $A$  和  $B$  的排序，應只由卷宗內  $A$  和  $B$  的相對排序決定，與任何第三者無關 → 似平行公設
5. 如果所有選民都是理性且誠實投票，則選舉的結果也要顯示理性的排序

雅樂：如果  $K > 2$ ，則不存在同時滿足 5 個公理的程序

波達計票法第5條 (選舉結果顯示不理性的排序)

波達計票法第4條 (第三者改變某兩者的順序)

多數決 → 非常容易違背4

同意票制 → 違背1, 全選。全不選 ⇒ 相對於棄權

只選一名 ⇒ 影響力最大

● 薩伊: 修訂公理4°

→ 選舉結果關於A和B的排序應該只由卷宗內A和B的相對順序和距離決定, 與任何第三者無關

⇒ 波達計票法未違背公理4°, 符合薩伊的「公道, 公理」

結語: 民主不是應許

探索與發展心得

● 上完這堂課後, 我一直在想一件事, 我們平常覺得「多數決」是很公平的, 卻沒想到它竟然最有可能產生多數人最不想要的結果, 如果沒有用它背後的數學告訴我, 我一定很難相信這件事, 而上課用實際的案例說明「不同的投票程序, 會產生不同投票結果」這件事讓我聯想到我修的經濟學中所提到的——拍賣。拍賣有很多玩法, 英式拍賣是大家公開喊, 越喊越高, 荷式拍賣是從高價位下降, 第一個點頭的人得

標，還有一種叫 Vickrey 拍賣，每個人密封寫下自己願意出的最高價，但最後只需支付「第二高」的價格。這幾種方式，就像投票裡的多數決、二輪決、波達計票法，規則不同，結果可能不同。不過就像投票中的問題：選民可能不誠實投票，而是用策略。在拍賣中也一樣，就譬如在一般密封拍賣中，大家不會傻傻地喊出心裡真正的底價，因為這樣就算得標也沒有賺到，大家都在猜，都在算，沒人真實表達自己的意願。Vickrey 拍賣聰明之處就在這，它把規則設計成「誠實出價對你最有利」，所以你不需要策略，透過更好的規則設計，讓每個人的「真心」能被看見。不過不同於投票，投票追求公平，但遺失了「我有多在乎」的資訊，也就是拍賣中有的「價格」（我想波達計票有點像要還原這個資訊的概念），但拍賣有個問題，顯然大家擁有的錢並不一樣，就算你願意出高價，你沒錢依舊只能沉默。最後，同樣的是，我想拍賣也沒有完美的機制，只有不同的取捨。

- 數學二王同學補充了「策略性投票」之不可避免（課堂內容略）

## 二、探索與發展

Q. 既然數學已經證明「完美的程序」並不存在，以**博弈論**與社會演化的角度，探討**策略性投票** (Strategy Voting) 是否破壞民主的本質？

• Gibbard - Satterthwaite Thm: For 候選人  $K > 3$ , 沒有一種投票制度能免於「**策略性投票**」

⇒ 選民不按真實偏好排序，在技術上是**理性的**

• 訊息反饋機制: Borda Count 在數學上**較**公道，但實務上極其複雜  
因選民在投票前就已經在進行偏好強度的權衡

• 代價的平攤: 當程序本身不完美時，民主透過「**任期制**」提供重新洗牌的機會 → 是一種**時間軸上的公道**

<ans>: 不應將民主視為一種「**尋找真理**」的計算機，而應是一種「**社會契約壓力閥**」

① 接受「**次優解**」的理性: 民主的正當性來自於 → 即使結果不是我的第一首選，但承認這個程序是目前對抗「**最差結果**」最有效的技術

② 從「投票者」進化為「公民»: 正因投票程序有數學缺陷，所以「**程序外的溝通**」才顯得至關重要

→ 民主的正當性不在單純選票的計算，而是在於「**同意用投票來替代暴力**」

→ 民主的正當性在於「**認賠與共存**」的契約

(後面還有)

### 三、心得

在這場關於「投票技術」的探討，我最深刻的體悟是，民主並非一套能夠精準算出「真理」的完美公式，而是容許「次優選擇」與避免「極端災難」的人文防護網。

過去我常直覺認為「少數服從多數」即代表公平，然而 Arrow's Impossibility Theorem 徹底打破這種幻覺。數學上不存在絕對完美的程序，那對特定結果的「執著」，就該轉化為對「程序正義」的尊重。另外民主需要建立在比法律更高層次的「形上程序」之上。並且人的素養——溝通與透明、自制與認賠，可以補足投票程序的漏洞。

所以民主是一場代價昂貴的實驗，需要每個人持續學習與自省。唯有選民具備了區分意見與事實的能力，並能以理性對抗程序的內在缺陷時，才能在「不可能定理」下，依然保持追求更好社會的動力。



(後面還有)

- 電機二蕭同學將民主機制類比於負回饋 (課堂內容略)

## 課程心得

這次課程從語源開始解釋民主為何物，將民主從過往宏大的政治標語拉回到了具體的程序技術。令我印象深刻的是邱吉爾對民主的認識。讓我重新思考，民主並非保證完美結果的應許，而是在暴力與痛苦間權衡的決策程序。

關於羊與禮的例子很好的體現了民主的代價，雖然決策效率低，溝通成本高，但其恰恰也是守護社會的護城河。再者透過同樂會的案例分析，得出了選舉程序是如何深刻的影響最終結果，即便保持著誠實與理性，也依然會被過程影響。

最後，雅樂不可能定理從數學上證明了公道的程序並不存在。這使我反思，或許民主的本質並非尋找絕對的真理，而是透過合法程序取得社會共識。在現代社會區分事實與意見的能力將越發重要，不以正義自居，並在殘缺的程序中尊重結果。這堂課使我明白，民主雖不完美，卻是人類歷史中最慎重的平衡點。

## 延伸發展

我想就民主制度及電路的回饋做連結  
我們可以将民主視為一個帶有 Negative feedback 的閉環系統。

1. 誤差修正: 獨裁是 open loop, 缺乏回饋修正機制, 一旦指令出錯, 誤差會不斷累積至系統崩潰。民主則透過定期選舉, 將社會的不滿做回傳, 調整下一階段的輸出。

2. 防止正回饋: 獨裁容易陷入正回饋, 例如為了掩蓋錯誤而採取更激進之手段, 最終導致系統飽和。民主的回饋雖然慢, 但能確保系統不至脫離穩定區域。