

## 5 月 26 日課後筆記分享

- 資工二許同學的筆記清楚，課後的反思也頗有深度。

### 閏年的由來

閏年規則：四年一閏，百年不閏，每四百年又閏  
地球公轉一圈的精確時間大約是 365.2422 天（回歸年），  
如果我們只過 365 天，每年就會少算大約 0.24219 天。  
累積 400 年後，日曆就會跟實際季節錯開將近 100 天。  
為了避免這種混亂，數學家和天文學家就出了一個  
「每隔幾年，加入幾天」的循環公式。

格勒哥里曆：原本儒略曆在 400 年內會有 100 個閏年，格  
勒哥里曆直接取消了其中 3 個。這就誕生了流傳至今的  
著名規則：世紀年（如 1700, 1800）必須能被 400 整除才是  
閏年。

### 從徐光啟的數學到機器人

麥克納姆輪底盤的運動數學模型，主要透過正運動  
學（將輪速轉換為底盤速度）和逆運動學（將底盤目  
標速度拆解為各輪轉速）來描述。例如想要控制  
機器人向某個方向移動時，必須計算出四個輪子各自需  
要多少轉速。反之，若已知四個輪子的速度，想求出  
當前車體的移動速度，則可將矩陣反轉求解。

### 為什麼超級瑪莉聽起來像超級瑪莉？

當時任天堂發行的紅白機，只能發出些許不同的聲音，  
因此靠著機器脈衝波頻率的不同，去合成超級瑪莉  
的經典配樂。

中西方哲學如何影響各自的數學發展？

中西方不同的文化會直接影響人們思考數學的方式。西方較重視邏輯演繹與公理化，東方則較著重於處理現實問題。例如儒家思想強調政治倫理與社會治理，其認為知識的價值在於能否解決實際問題，如治水、曆法、賦稅、丈量土地。兩者都同樣重要，現代科技靠著理論與應用的結合才得以蓬勃發展。

和算

和算是西方數學傳入前，日本獨創的傳統數學體系。它在江戶時代隨著和平穩定與商業發展而蓬勃興盛，並深受中國算學與算盤文化的影響。關孝和被譽為日本「算聖」，他建立了「點竄術」（一種代數符號系統），甚至早於西方獨立發明了行列式，對和算發展貢獻卓著。

和算與算額的文化

算額是指在日本（主要在江戶時代）書寫在匾額或繪馬的和算問題及其解答。奉納算額的風俗是日本獨有的文化，而其意義有三：感謝神佛的恩賜，表示對和算教師的尊崇，以及展示自己的研究成果。因為神社和寺廟是當時日本交流的一個最佳場所，因此算額的關注度很高。

座標在天文學和太空工程的演變

座標系統的演變直接反映了人類觀測能力與活動範圍的擴張。從最初站在地球仰望星空、將天體投射在虛擬球面上，到如今太空船在太陽系深空導航，座標系統經歷了從二維到三維、從地心到太陽系中心、再到星系中心的演變。

馬丘比丘 - 沒有文字的文明

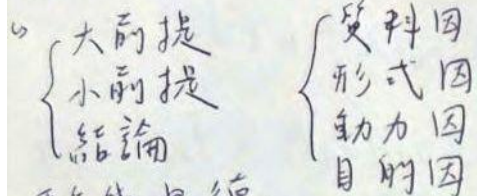
Quipu 是古代印加人及安地斯文明使用的結繩記事系統。它由一條主繩與多條垂掛的彩色支繩組成，透過繩結的位置與數量來記錄數據（多採用十進制），並利用繩線的顏色來象徵不同的人事物，是一種古老而複雜的資訊處理工具。

西方的幾何原本追求的是從不可動搖「公理」推導出萬物；而中國的《九章算術》或台灣、中國古代的曆法，則多是為了治水、稅收與農時服務。有趣的是，日本的「和算」與「算額文化」展現了數學的另一種生命力。江戶時代的日本人把數學題寫在匾額上掛在神社，這已經超越了「實用主義」，轉化為一種帶有宗教儀式感「庶民美學」與社群交流。

日本算聖關孝和獨立發明了「點竄術」（代數符號）與行列式。這說明了當數學發展到一定程度時，人類不分東西方，都會自動走向「抽象化」和「符號化」的道路。如果當時東亞的代數符號體系持續發展，沒有被西方數學系統取代，今天的程式語言或數學公式會呈現什麼樣的面貌？

- 理學二翁同學筆記與延伸都很豐富，我節選分享她的後三頁。

柏拉圖：推動抽象化、理論化數學  
 ↳ 洞穴寓言：影子—經驗，洞外—理型真理，數學—拖囚犯出洞穴之人  
 亞里斯多德：數學因此更重視演繹證明



歐幾里德  
 ↳ 公理 Axioms → 定義 Definitions → 定理 Theorem → 證明 Proofs  
 中國哲學核心方向：實用、自然變化  
 ↳ 儒家：「通乎乘之國，敬其事而信，節用而愛人，使民以時。」  
 道家：「人法地，地法天，天法道，道法自然。」  
 陰陽五行：「一陰一陽之謂道。」  
 《九章算術》：問 → 答 → 衍  
 結論



● 現代數學：嚴謹 × 可用

(因為篇幅 & 時間問題，只節錄這些內容)

**課後延伸思考**

✦ 我的查詢結果

↳ 我課餘時間查了 "Christopher Clavius" 跟 "Gregorian Calendar" 在 "The Renaissance Mathematicus" 的標題名稱的網站，發現這位博主提到其實格勒哥里曆是由丁先生訂定出來的是——個誤解，以下附上網站上的文字摘要：

The mathematical model on which the Gregorian calendar reform was

based was produced by the Italian physician and astronomer, Luigi Lilio, who definitely used the length of the tropical year, as determined by the Alfonsine Tables and neither Copernicus' from De revolutionibus nor Reinhold's from the Prutenic Tables, they differ." 但除此之外,我也沒查到太多資料,所以也未能提供另一種歷史故事的可能性。

### 春分

↳ 同樣是在查格勒哥里曆時,查到當初是因原定義在春分的復活節,會隨每年的固定日期卻對應到不同季節,而煩惱的,故而決定換成新的格勒哥里曆。

### 牛頓的2個生日

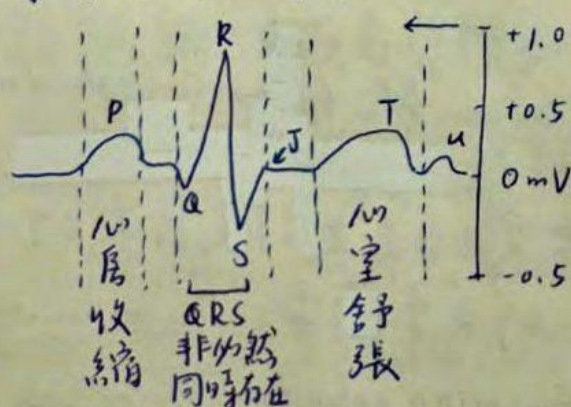
↳ 如同老師的補充,我去查了牛頓的生日,有格勒哥里曆下的1643/1/4,也有指號1642/12/25的儒略曆版本,挺有趣的小知識XD

### 交換律

↳ 因為簡報中的左反矩陣和右反矩陣是共用一種符號 $A^+$ 的,故上網搜索,發現二者只有在 $A$ 是 $m \times n$ 矩陣時成立。讓我聯想到前幾講提到的四元數,捨棄交換律,並具有降階可能性的特質。

### 心電圖

↳ 因為簡報的圖讓我聯想到心電圖,所以在此簡單分享一下。



Q波下探很深 = 可能發生心肌梗塞  
 R波大幅上升 = 可能左心室肥大  
 T波倒置 = 可能心臟缺血 or

## \*電影音效

↳ 用噪音處理後模擬各種聲音,使我想到之前看過的一個有趣的影片介紹電影音效。(但一時之間找不到原本的,所以另查詢一個介紹擬音師的網站)

↳ 電影	—————>	現實使用的聲音來源
拳頭揍人的聲音		撲泡過水的毛巾
肋骨碎裂的聲音		夾碎胡桃
嘔吐聲		咀嚼香蕉
● 狗走路的聲音		手套+迴紋針

- 數學二王同學的筆記略，節選分享她的延伸。

## 二、探索與發展

Q. 為什麼「麥克納姆輪全向移動機器人」中,在進行運動學轉換時,不會像尤拉角那樣發生萬向鎖的數學退化?如何用線性代數達到完美的全向移動控制?

1. 其實麥克納姆輪機器人是運作在二維平面

3自由度: X軸前後, Y軸左右, 繞Z軸自轉( $\omega$ ) → 線性獨立

\* 4個輪子是並聯運作 → 各自獨立驅動

2. Inverse Kinematics

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(a+b) \\ 1 & 1 & (a+b) \\ 1 & -1 & -(a+b) \\ 1 & 1 & (a+b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{bmatrix} \quad \text{p.s. 期望速度: } [V_x V_y \omega]^T; \omega_{1..4}: 4 \text{ 個輪子}$$

3. 動態抵消

\* 輪胎上45°的斜向滾子 → 地面反作用力會被拆解成斜向的分力

⇒ 車頭不轉動, 直接「平移」走

## 三、心得

聽完這些報告,我深刻的體會到數學從來就不是考卷上的死板公式,而是人類文明為了解決現實困境、追求極致美感所淬鍊出的共同語言。而讓我最為驚豔的是數學從抽象思維走向現實控制,這些簡報的舉例都完美實踐了在真實世界裡讓數學解決具體問題的最高價值。數學於我的魅力,就是在於它既能存在於古老神社屋簷下的算額中,也能存在於阿波羅計畫的導航電腦+現代機器人中,它跨越了時代和學門,是人類理解萬物最理性也浪漫的方式。