

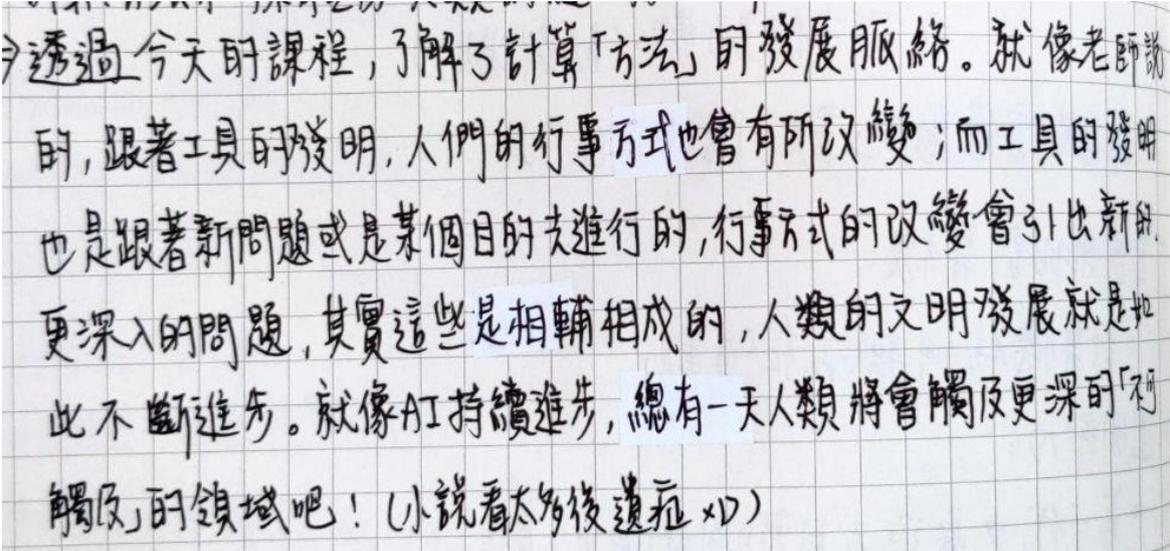
文化脈絡中的數學 2023 年 4 月 25 日課堂筆記分享

電機 2 林同學以一篇短文記錄這兩堂課的摘要，帶出自己的心得與感應，很不錯的筆記。

在人類文明的歷史長河中，為了各式各樣的應用或者單純的研究，人們持續地在「計算」方面的革新做出努力。從一開始只有語言，到有文字可以記錄，後面甚至出現計算工具，工具從輔助人類到自動生成結果，而計算的方法隨著數學領域的進步也在持續發展。在工具以及方法的相輔相成下，集大成的產物就是現今的「計算機」(computer)，而計算機的發展也在工程師們對於架構以及製程的進步，大致遵循著摩爾定律的預測在演進。這漫長的過程中，有一些想法即使以現代的角度來看，依舊是非常不可思議，我個人認為其中最無法想像的是 20 世紀初期到中期的機械計算機，透過各種機械的結構，就能做到加減乘除以及其他更加複雜的計算，而且整個過程是全自動的。在 19 世紀^這提出個想法的人，真的很了不起。

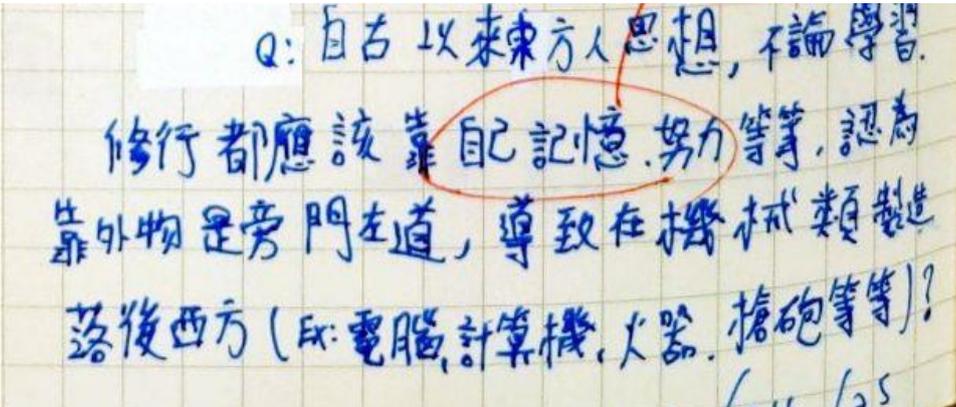
(後面還有)

財金 3 張同學的簡短心得也很有意思。



透過今天的課程，了解了計算「方法」的發展脈絡。就像老師說的，跟著工具的發明，人們的行事方式也會有所改變；而工具的發明也是跟著新問題或是某個目的去進行的，行事方式的改變會引出新的更深入的問題，其實這些是相輔相成的，人類的文明發展就是如此不斷進步。就像AI持續進步，總有一天人類將會觸及更深的「所觸及」的領域吧！（小說看太多後遺症XD）

土木 3 黃同學的提問，代表不少類似的說法，想要以某種傳統的價值觀，來解釋中國（主詞可以改成所有「西方」以外的民族）落後的原因。希望各位同學讀到這類說法時，都暫時存疑；事情通常沒有這麼單純。



Q: 自古以來東方人思想，不論學習修行都應該靠自己記憶、努力等等，認為靠外物是旁門左道，導致在機械類製造落後西方（如：電腦、計算機、火器、槍砲等等）？

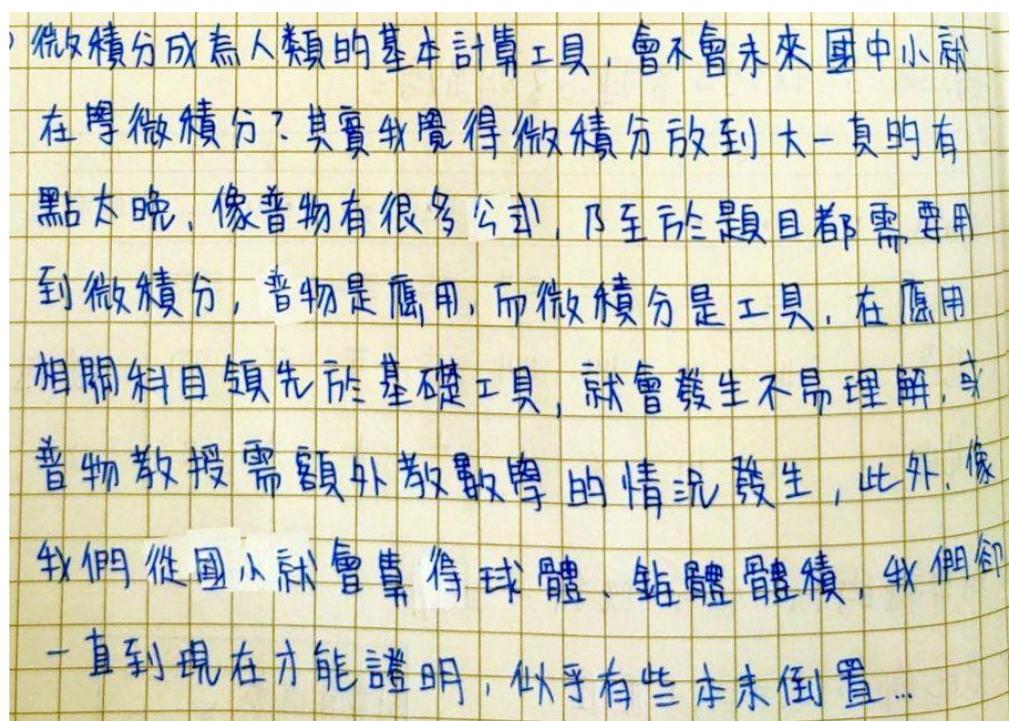
我認為「人」沒有那麼大的差異；西方人也一樣認為「學習、修行都應該靠自己記憶、努力」，閱讀十五到十七世紀之間的科技發展歷史故事，就知道當時的「新思維」遭受多少阻礙，新工具遭受多少排斥。他們比較早開始，也就比較早適應。後來學習這些科技的某些民族，比如明治維新時期的日本、改革開放時期的中國，接納、適應新工具的速度比西方更快；在這些文化裡，有些領域變得快，有些慢。有興趣的人，還是可以討論為何有早晚之別？為何有快慢之差？挖開來看，發掘出連結越來越綿密的脈絡，答案應該不會是單純的一兩個因素。

數學 4 周同學提問為何古代有那麼多種「非十進制」計數法？我想，這個問題應該找不到歷史證據。但想當然耳的原因，是因為方便取「部份」： $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$ 等。臺灣直到今天仍保持「一斤十六兩」是這個原因，它在交易時很容易取 $1/2$ 、 $1/4$ 、 $1/8$ ；但大陸已經放棄這項傳統了，他們的一斤是十兩。當市場裡都使用電子秤時，一斤幾兩其實並不重要了。

來老師談到了計數的進位制，這讓我想到我之前有過的一個疑問，我之前看到過一種說法「十進位的產生與多數人都只有十根手指息息相關」，而這種說法也被許多學者認可，但是實際上為什麼也有許多文明並不是使用十進位，而是十二甚至十六進位？老師今天上課講到了許多數學發展中，各個文明在沒有相互

大氣 1 劉同學和**電機 3** 涂同學都贊成提早學習微積分。謝謝支持。但是我說「國小」實在是誇張修辭法，各位同學可別當真！

致劉同學：在初學階段先學會使用公式，長大之後再證明，是不得不如此的手段，在教育理念上是可以接受的。甚至在技術型專業裡，操作人員不知道如何證明她 / 他天天使用的公式，也是正常而且可以接受的。



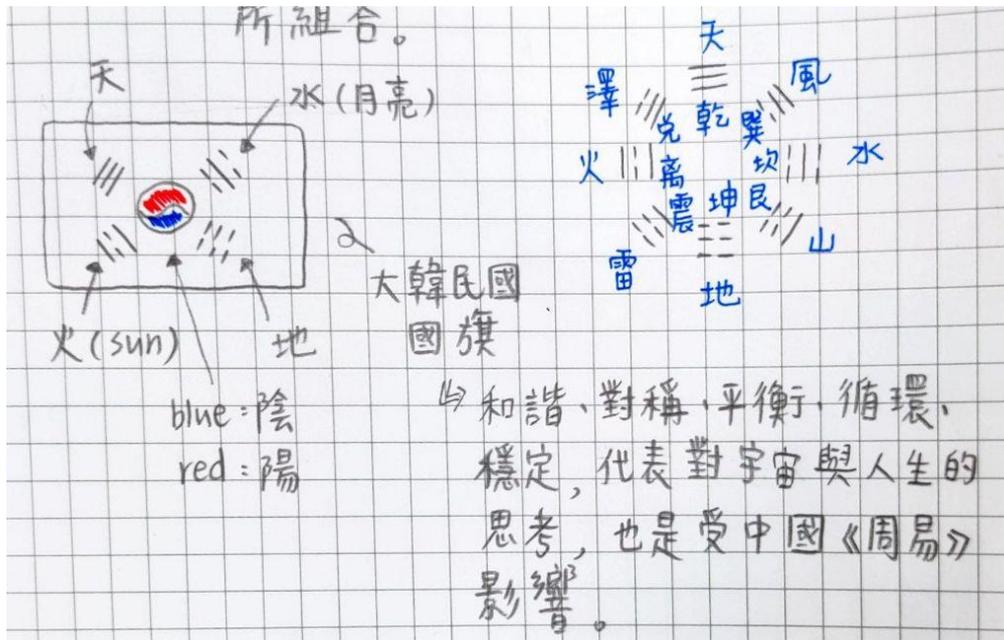
微積分成為人類的基本計算工具，會不會未來國中小就在學微積分？其實我覺得微積分放到大一真的有點太晚，像普物有很多公式，乃至於題目都需要用到微積分，普物是應用，而微積分是工具，在應用相關科目領先於基礎工具，就會發生不易理解，或普物教授需額外教數學的情況發生，此外，像我們從國小就會算得球體、錐體體積，我們卻一直到現在才能證明，似乎有些本末倒置...

(後面還有)

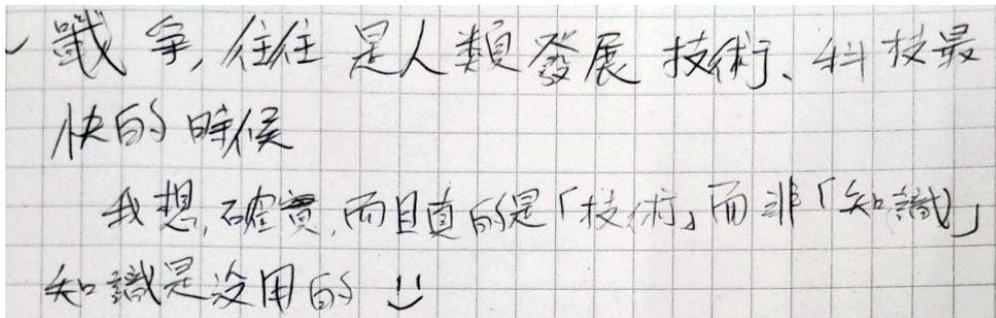
致涂同學：我很贊成你說流言謂「微積分超難」造成心理陰影。其實，不少理工同學應該會同意：微積分其實比高一、高二大部分數學課簡單，而且威力更大。但即使如此，我說「國小」真的太誇張，別當真。至於「國中」我感覺真有可能：跟在二次函數之後。

在今天老師談到了微積分之後，我非常認同微積分是一個非常重要的算法，在現今的物理、化學、天文、等等的領域，幾乎都會用到微積分，它完全就是人類文明進步的鑰匙之一，也因為聊到這個，又因老師提到以後會不會大家都要學加減乘除微積分六種算法，我與同學討論到要不要以後國中就學微積分？我是抱持支持態度，我認為微積分的概念在國小（加減乘除，面積）與國一（斜率）就已經學到了，我覺得微積分在現在被多數人視為妖魔鬼怪大部分是因為從以前某人傳下來說：「微積分超難」導致的心理作用，所以每個人在學習之前就有了先入為主的觀念，自然而然可能也有了「因為很難，學不會也罷」的想法，但我覺得要是當初沒有「微積分很難」的流傳，學習條件又符合（足夠能力），那我覺得把微積分移到基本教育裡頭，是完全沒有問題的。

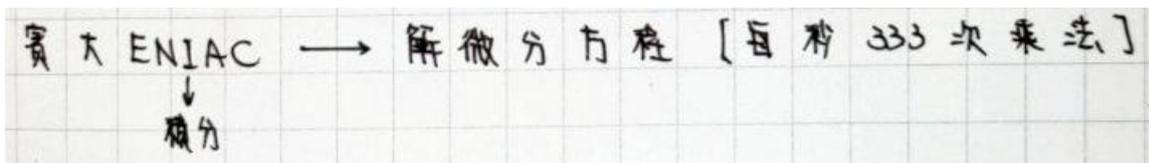
大氣 1 陳同學分享韓國國旗上的二進制數字——卦象：



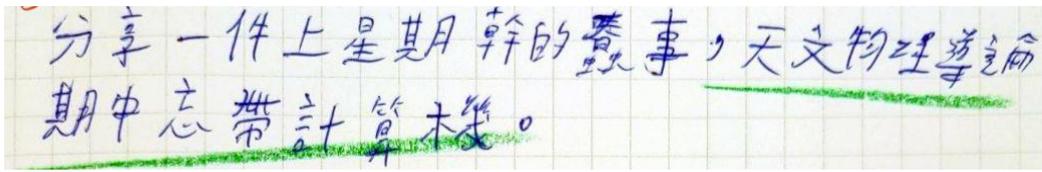
地科 2 林同學記下「戰爭」快速推進技術。沒錯，戰時來不及深究技術背後的知識。但是戰後就可能繼續發展，許多數學、電子、統計知識都是探究二戰時期的技術而發展起來的。



地科 2 彭同學記下第一部電子計算機 ENIAC 當中的 I 是積分 (integration) 的意思。

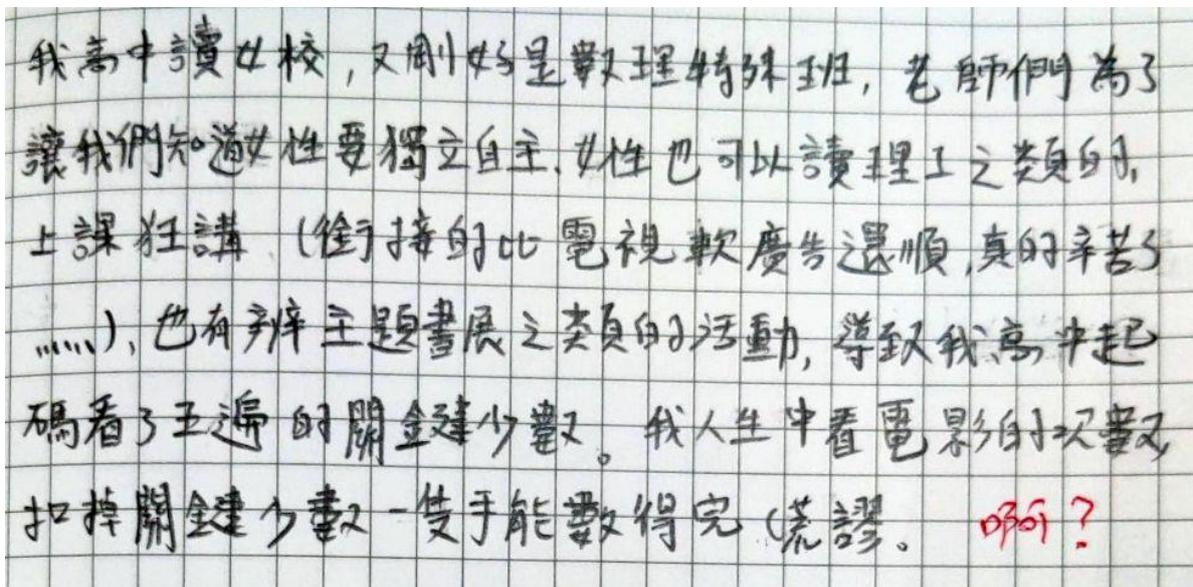


物理 2 陳同學自爆一件「悲劇」。其實我不知道大學裡有考試需要計算機（手持式電算器），數學系好像都不准用。



分享一件上星期幹的蠢事，天文物理導論
期中忘帶計算機。

我在教室裡隨口問一下同學們有沒有看過《關鍵少數》？地科 1 劉同學說她起碼看了五遍！哇。希望沒有勾起妳的痛苦回憶。



我高中讀女校，又剛好是數理特殊班，老師們為了讓我們知道女性要獨立自主，女性也可以讀理工之類的，上課狂講（銜接的比電視軟廣告還順，真的辛苦……），也有辯論主題書展之類的活動，導致我高中起碼看了五遍的《關鍵少數》。我人生中看電影的次數，扣掉《關鍵少數》一隻手能數得完（荒謬）。哪？

（後面還有）

經濟 2 黃同學記下了我的「題外話」，並且提出感想。面臨機器的挑戰，作為一個「人」的條件就越來越高了。不知道「總體經濟學」怎樣討論這種議題？

Chat GPT, 但是面對這種防不勝防的問題, 我認為改變作業的方式, 或許會更有效益呢! 好比說把紙本的報告, 改成口頭的報告, Chat GPT 沒辦法給你直覺, 控時能力, 吸引人的魅力這種軟實力, 亦或直接正面迎擊, 出一題從 Chat GPT 得到的錯誤答案, 請學生解答錯在哪裡。方法其實有很多, 而我想說的是既然專業知識機器人就擁有, 那類人的價值存在哪裡? 我想軟實力就很重要, 或許 Chat GPT 的出現是在暗示我們該有不一樣的視野了呢?

(後面還有)

數學 4 凌同學在教室裡查詢了計算圓周率的現況，隨後發表了富有感情的詮釋：

今天有提到 π 的計算方法，用 $\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ 的泰勒展開為公式，以規律性的算法進行計算，我自國一以來認識到圓周率為 3.14... 後，就深深對它著迷，不僅背了 100 位數的 π ，也看過許多不同 π 的計算方式，例如：布豐投針、割圓的約率、Basel 公式 ($\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$) 等。

而提到了梅欽公式使得 π 的計算一舉突破到了 300 多位，所以我特別去查了一下，現在計算 π 位數的方式，目前已經計算至 10^{14} 位數，用的是 Bailey-Borwein-Plouff Formula，稱作 BBP 公式，

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right) \right]$$

用這個方法最大的好處，就是因為此公式可以轉為 16 進位的 digit-extraction formula，即不需計算第 $n-1$ 位數，便可以直接計算第 n 位數。雖然大眾普遍會認為 π 的位數要這麼多幹嘛，然而我覺得這個神祕的數字蘊含著許多的魔力，就如同其他超越數 e 、 ϕ ，在自然、圖畫、幾何結構、生活應用中都可見到，這些數對我來說更像是人類在研究這個世界的過程中，所發現的美好產物。人往往會以觀察統整出規律，並渴求各種事物都要有個標準規律，這些數字便是在各種規律的一部分，如今已不是在為了需要更加精確的數字而去計算 π ，更像是為了更好的感受這個世界而去計算 π 。