

文化脈絡中的數學期末報告

文化冗餘：資訊理論視角下的數學與語言脈絡

系級：電機系二年級

學號：113501535

姓名：李佳恆

指導教授：單維彰教授

AI 使用誠實揭露與提問歷程描述：

根據課程的誠實規定，我在撰寫這份報告的時候曾使用生成式 AI (Google Gemini) 作為協作工具。我的提問過程如下：首先，我輸入了整學期的隨堂手寫筆記，例如對傅立葉轉換、卡洛的 Nonsense 文學、幾何原本翻譯史、亞羅不可能定理，以及對 PISA 素養教育的反思。接著，根據這些筆記，我向 AI 提出我的想法：「我想用電機系『通訊系統』中的『夏農資訊理論』與『冗餘 (Redundancy)』概念，去連結與重新詮釋課堂上提到的這些人文與歷史現象。」AI 協助我梳理了段落架構，並將部分口語化的筆記潤飾為較為通順的段落。在初稿完成後，我發現 AI 的語氣過於誇飾而且部分邏輯有點跳躍，因此我針對這份初稿手動進行了大幅度的修改，去除了過度誇大的修辭，並加上我自己的真實修課困惑以及心得，並反覆確認了報告中各個比喻的嚴謹度與參考文獻，因此基本上整份報告幾乎都是我自已手打出來的，AI 僅提供我一開始的想法以及幫助我潤飾一些句子，幫我補充一些理論概念。

一、報告動機以及主題的選擇

1.1 研究動機：數學與電機系的關聯

在修習「文化脈絡中的數學」這門課的初期，我便對這堂課抱持了蠻大的期待，因為當時對我來說，我很好奇「數學」這種充滿理性、邏輯性以及嚴謹性的學科要如何跟充滿不確定性、哲學性以及自由性的「文化」搭上關係。因此我整個學期一直在藉由老師的課程以

及同學的報告去思考這兩個名詞概念之間的關聯。身為電機系大二的學生，我的日常被三電一工（工程數學、電子學、電磁學與電路學）填滿。在還未上老師的這堂通識之前，數學對我而言就是一個毫無感情的工具。我會使用數學去計算電路中的阻抗、推導傳播方程式、計算拉普拉斯轉換等等，這便是數學在我們系的日常。在我們系的訓練裡，數學的價值在於其結果的「正確性」與「高效率」，因此我幾乎把時間都花在如何套用公式算出唯一正解，從未想過這些符號背後有什麼文化土壤。但是當單教授在第一堂課提到，數學不僅是「知」，更是一種「識」時，一開始我對這句話的感受有一定的理解，但是並不深刻，直到這學期的第七週，同樣是我們系的同學上台分享了關於「傅立葉轉換（Fourier Transform）」的簡報，給了我一定的啟發。

1.2 同學報告帶給我的啟發：傅立葉轉換與被消除的「雜訊」

首先，在那次報告中，同學將古人觀測星體的週期，連結到了現代工程的轉子磁場旋轉。同時，同學也連結到了電機系最常用的工具之一——傅立葉轉換。在工程應用上（如音訊壓縮），我們透過演算法，把人類聽不到的高頻訊號或不規律的波形判定為「雜訊」，然後無情的將這些我們認定的雜訊直接利用數學運算消除掉，這整個過程便稱為濾波，藉此可以換取極高的傳輸效率。當時同學也有提到類似的反思是這樣「完美」的濾波是否也消除了這些音訊的某部分靈魂，於是在聽完那堂課後，順著同學提出的省思，我產生了一個有點天馬行空的疑問：「如果把社會比喻成一個像電路系統一樣的整體，那些不符合效率、不規律的『瑕疵』，是不是也都被我們當成雜訊砍掉了？」我們在追求工程上完美的參數時，會不會無意間消滅了人類文化裡特有的多樣性？於是我帶著這份疑惑，製作了這份期末報告。

1.3 從「夏農資訊理論」的視角重新檢視課堂上的內容

為了解答這個困惑，我決定結合課堂內容，並引入一個我們電機通訊領域的基礎理論——克勞德·夏農（Claude Shannon）的「資訊理論」（Information Theory）。夏農資訊理論讓我看到，通訊系統在面對雜訊時，不能只追求壓縮與效率，也需要透過適當的編碼結構提高可靠性。若將這個觀點作為跨領域隱喻，工程系統中的「冗餘編碼」可以啟發我理解文

化脈絡中的「容錯空間」。為論證此一觀點，這份報告將會從以下架構展開：第二部分將以科普的形式解析夏農資訊理論中「資訊熵」與「冗餘」的數學內涵與哲學隱喻；而第三部分將此理論對接到課堂中關於「數學作為語言」的討論，剖析路易斯·卡洛(Lewis Carroll)的 Nonsense 文學與語意雙關，如何透過「語言冗餘」展現人文美感；第四部分將探討歷史與社會體制中的「傳輸雜訊」，從徐光啟翻譯《幾何原本》的歷史斷層，再到亞羅不可能定理在民主制度中的妥協，以及 PISA 教育體制在古德哈特定律下的異化；最後一部分則以生成式 AI 的發展作為當代背景，思考人類的不完美、個人經驗與通識教育，是否也能被理解為一種文化上的「冗餘編碼」：它們不一定提升短期效率，卻可能保留人類面對變動世界時所需要的彈性與容錯能力。換言之，本報告並不是逐一整理整學期的課堂內容，而是以「文化冗餘」作為主線，重新詮釋本學期幾個最令我印象深刻的課程。

二、理論基礎：資訊熵與冗餘

2.1 夏農的資訊熵 (Information Entropy)

1948 年，夏農發表了《通訊的數學理論》，這篇論文解決了工程界的一大難題：如何量化「資訊」？舉例來說：直覺上，一句話所包含的資訊量，應該與它帶給聽眾的「驚奇程度」或「不確定性」成正比。如果說「明天太陽會從東邊升起」，那麼這句話對大部分人而言毫無新意，因為其發生的機率是 100%，因此它所攜帶的資訊量趨近於零。相反地，如果氣象局宣布「台灣明天將迎來百年罕見的大雪」，這個極低機率的事件會帶來極大的震撼，其攜帶的資訊量便極高。因此為了用數學捕捉這種「不確定性」，夏農借用了熱力學中衡量系統混亂度的概念——「熵 (Entropy)」，提出了資訊熵 (Information Entropy) 的公式，用來量化一個訊息來源的平均不確定性。若某個訊息來源有 n 種可能結果，而第 i 種結果出現的機率為 p_i ，則其熵可表示為： $H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$ ，其中 H 代表系統的資訊熵，對數以 2 為底則決定了資訊的單位為二進制單位 (bit)。這個公式代表的意義是：一個系統越是混亂、越是不可預測、可能性越多，則其資訊熵就越高。換句話說，一個訊息越不可預測、包含的不確定性越大，那麼它的資訊量 (熵) 就越高。

夏農用這一個代數公式，成功將原本屬於人文範疇的「未知與驚奇」，展示在理性的數學框架中。

2.2 為什麼我們需要「冗餘」？

在現實世界的通訊管道中，訊號必然會遭遇無處不在的「噪聲 (Noise)」干擾——電纜線的熱噪聲、大氣層的閃電干擾、或是數位訊號在傳輸過程中的位元錯誤。這些噪聲會破壞資訊的結構，使原本可辨識的訊息變得難以解碼。面對這種情況，工程上常見的做法包括提高訊號強度、改善通道品質，或透過濾波器降低干擾。然而，若只追求壓縮與效率，而忽略錯誤偵測與修正機制，系統反而會變得脆弱。

然而夏農在資訊理論中提出了**有雜訊通道編碼定理**：在足夠長的碼長下，只要傳輸速率低於通道容量，理論上便存在某種編碼方式，能使傳輸錯誤率降到任意小。這個結果的重要性在於，它並不是要求通道完全沒有噪聲，而是指出可靠傳輸可以透過適當的編碼來達成。換言之，在實際通訊工程中，對抗噪聲的關鍵往往不是完全消滅噪聲，而是在資料中加入有結構的冗餘，使接收端能偵測甚至修正錯誤。

所謂冗餘，是指超出承載原始資料所需的**額外位元**或額外結構。例如典型的(7,4)漢明碼，會將4個資料位元加上3個檢查位元，形成7位元碼。這3個檢查位元本身不承載新的原始資料，而是根據資料位元計算出的檢查結構。當傳輸過程中因噪聲造成單一位元錯誤時，接收端可以利用這些檢查位元判斷錯誤位置並加以修正。也就是說，這些看似多出來的位元（冗餘），正是系統能夠容忍錯誤、維持可靠性的關鍵。

因此，若一個通訊系統只追求極致壓縮與效率，而缺乏任何錯誤偵測或修正機制，微小的噪聲便可能造成難以修復的錯誤。從這個角度來看，冗餘雖然會增加額外位元、降低部分傳輸效率，但在有雜訊的環境中，它能換取更高的可靠性與容錯能力。

2.3 從位元到文化：冗餘如何成為一種文化上的容錯

作為一名電機系學生，夏農資訊理論給了我一個很有意思的跨領域視角。需要先說明的是，我並不是要把人類社會完全化約成一套通訊模型，但如果把文化傳承與日常溝通暫時看成一種訊息傳遞，那麼人與人之間的觀念交流、歷史文獻的保存、政策的推行，都是在某種通道中被傳送的訊號。而階級隔閡、語言差異、偏見與遺忘，則像是這個通道中無法完全排除的噪聲。如果從這個角度回頭看，我便開始懷疑那種過度追求效率的思維。假如社會如同數學邏輯一樣只重視立即變現、標準化成果以及最高效率，那麼那些看似繞遠路的東西，例如歷史故事、文學藝術、通識教育，甚至是耗費時間的民主討論，就很容易被視為「不必要的部分」。可是，借用夏農資訊理論的冗餘的概念來看，這些東西也許正是社會的容錯空間。它們不一定能提高短期效率，卻可能讓一個社會在面對金融危機、疫情、技術變遷或價值衝突時，不至於立刻失去調整與修復的能力。

需要特別說明的是，本報告並非主張夏農資訊理論能直接解釋語言、歷史或民主制度等文化現象，而是將其中「資訊熵」、「冗餘」與「容錯」的概念作為跨領域的分析視角。本文所提出的「文化冗餘」是一種隱喻性的理解方式，目的在於重新思考課程中所討論的數學、人文與社會議題，而非將複雜的人類文化化約為單一數學模型。

	夏農通訊工程系統	人類文化與社會系統
核心訊息	二進位位元、電壓訊號、調變後的訊號波形	語言、文字、歷史記憶、社會核心價值
通道噪聲	大氣干擾、線路熱噪聲、位元翻轉錯誤	文化隔閡、偏見、遺忘、階級與利益衝突
過濾機制	傅立葉轉換、濾波器	技術官僚體制、實用主義考核、標準化評量、思想審查
冗餘	漢明碼、同位元檢查	通識教育、文學藝術、雙關語、民主議事與試錯空間
系統核心追求目標	在通道容量限制內，使錯誤機率趨近於零，同時達成可靠解碼	在歷史與環境變化中保持文明的容錯與韌性

表一 通訊工程系統 vs. 文化與社會系統之概念對照

註：本表並非主張工程系統與文化社會系統在價值或運作機制上完全等同，而是著重於「訊息傳遞、篩選、排除、冗餘與容錯」等功能上的類比。

三、課堂連結(上)：數學語言的邊界與文學的彈性

3.1 數學的非黑即白與自然語言的效率

第二週的課程講到「數學作為一種語言」時，我第一次比較明確地意識到，數學語言和日常語言其實很不一樣。數學語言之所以強大，在於它追求定義與推論的明確性。在《幾何原本》那樣的公理體系中，「點」、「線」、「面」等詞彙一旦被定義，就必須在後續推論中保持一致；而在古典邏輯的框架下，一個命題通常也會被判定為真或假。這種高度精確的語言特性，使數學能夠跨越國界與文化，成為科學研究中相對穩定的共同語言。

可是，當我把數學語言和人類日常使用的自然語言相比時，也開始看到數學語言的限制。自然語言如中文或英文，充滿歧義、多義性與語境依賴。若用通訊工程的眼光來看，自然語言其實並不「有效率」：一句話常常可以換很多種說法，同一個詞也可能因情境不同而有不同意思。甚至在英文中，即使刪掉部分字母，例如將“*This is an example of communication*”寫成“*Ths s n exmpl f commnctn*”，讀者仍可能依靠前後文猜出大致意思。

從壓縮的角度看，這些重複、暗示與語境線索似乎是多餘的；但從文化的角度看，它們反而是自然語言的彈性來源。正因為語言不是像數學符號那樣完全一對一對應，人類才有可能透過雙關、隱喻、幽默與詩意，表達那些無法被精確公式化的經驗。也因此，我開始理解：自然語言中的冗餘不一定只是低效率，它也可能是文化溝通得以容錯與延伸的空間。

3.2 路易斯·卡洛：用 Nonsense 文學對抗理性

第四週介紹路易斯·卡洛（Lewis Carroll）時，我其實非常驚訝。一個研究幾何與代數的牛津數學家，怎麼會寫出《愛麗絲夢遊仙境》這種毫無邏輯（Nonsense）的作品？

後來整理筆記時，我慢慢覺得，卡洛並不是單純在逃離數學，而是用荒誕的方式反過來測試邏輯與自然語言的邊界。在瘋帽客與三月兔的茶會場景中，愛麗絲說「我說的是我所想的」，但瘋帽客立刻指出，這並不等於「我想的是我所說的」。他接著用「我看見我所吃

的」和「我吃我所看見的」作為例子，說明語句的順序一旦改變，意思就完全不同。這讓我聯想到代數中的「非交換性」：有些運算或語句，不能只是把順序調換後就當作同一件事。從這個角度看，《愛麗絲夢遊仙境》的 Nonsense 並不只是胡鬧，而像是在提醒我們：語言不只是符號排列，也需要語境、習慣與文化經驗來支撐。如果人類溝通完全被抽成機械式的邏輯判斷，反而可能失去日常語言原本的彈性。對我而言，卡洛的荒誕文學就像是一種「語言上的冗餘」：雖然它看似並不精確、沒有非常有效率，卻讓語言保有幽默、雙關與想像的空間，也為過度緊繃的理性世界留下了一點感性的喘息。

3.3 雙關語與視覺錯覺

在卡洛的作品中，我最感興趣的是他對「語意雙關」的使用。例如經典的“Tale”（故事）與“Tail”（尾巴）的諧音。在《愛麗絲夢遊仙境》中，老鼠向愛麗絲講述牠漫長而悲傷的“tale”時，愛麗絲卻聯想到老鼠的“tail”，於是文字在頁面上被排成一條彎曲的尾巴形狀。這段故事讓我第一次感受到，語言的曖昧不清導致的不一定只是溝通上的缺陷，也可以成為文學創造的來源。

整理筆記時，我看到我之前在筆記上畫過的魯賓之杯（Rubin Vase），老師曾經也在課堂上介紹過。同一張圖，當我們看白色部分時，它像是一個花瓶；當我們看黑色部分時，又像是兩張對視的人臉。這和語言雙關有某種相似之處：同一個形式，會因為觀看角度或語境不同，而產生不同的解讀。換句話說，不論是“Tale/Tail”的諧音，還是魯賓之杯的視覺錯覺，它們都不是單純傳遞一個固定答案，而是取決於接收者「如何解碼」。

如果回到數學與通訊工程的角度來看，雙關語其實挑戰了「一對一對應」的理想。數學語言通常希望一個符號對應一個明確定義，但雙關語卻讓同一個聲音或符號導向兩種不同意思，因此它在資訊傳遞上確實是一種不穩定的訊號，容易造成歧義，這違反了要求高精度的通訊準則。但在文化脈絡中，這種歧義反而產生了幽默、詩意與藝術效果。人類之所以能理解雙關，不只是因為聽見了某個聲音，而是因為我們會動用過去累積的語言經驗、文化背景與生活情境去補足空白。如果從我這篇報告的角度來說，這些背景知識就像是一種

「文化冗餘」，讓我們在面對不精確的訊號時，仍有能力做出有彈性的解碼。

這也讓我想到 AI 與人類理解的差異。AI 可以從大量文本中學到雙關語的形式，甚至模仿某些幽默效果；但當雙關涉及特定歷史、身體經驗、社會情境或政治諷刺時，它還是有可能會漏掉真正關鍵的語境。也因此，卡洛的雙關語讓我看到：自然語言的價值不只在於準確傳輸資訊，同時也在於它保留了多重理解與文化再詮釋的空間。

四、課堂連結(下)：文化歷史的傳輸

4.1 《幾何原本》的翻譯：缺乏冗餘的跨文化傳播

在第八週的課堂上，講到徐光啟與利瑪竇合譯《幾何原本》的歷史。我發現這段歷史其實很適合用「資訊傳輸」的角度來理解。明末徐光啟與利瑪竇合譯《幾何原本》，表面上是一項翻譯工作，但如果從通訊理論的隱喻來看，也像是一場困難的跨文化訊息傳遞：一套來自西方的公理化幾何系統，必須被送進另一個語言、制度與知識傳統都不同的文化環境中。

當時中國已有相當成熟的數學傳統，例如《九章算術》以來重視田畝測量、租稅分配、工程計算與天文曆法等實用問題。相較之下，歐幾里得幾何強調從定義、公理出發，透過一步步演繹推理來證明命題。這種表達方式對當時許多中國知識分子而言並不熟悉。換句話說，同樣是數學，兩邊重視的問題、使用的語言與判準並不相同。若從我報告主題的角度來看，這就是一種跨文化傳輸中的「解碼困難」。

徐光啟的重要性，在於他意識到這套方法不只是幾何知識本身，更是一種新的推理方式。因此，他與利瑪竇不只是把西方文字翻成中文，也必須建立一套能讓中文讀者理解的概念介面，例如「幾何」、「點」、「線」等術語。從資訊理論的隱喻來看，這些術語就像是接收端必要的解碼基底；如果沒這些共同語言，再精確的理論也可能被讀者當作陌生而無用的訊號。

然而，這場傳輸並沒有立刻改變整個知識體系。當時科舉與實用取向的知識環境，未必能充分接收《幾何原本》中那種重視抽象證明的精神，當時的科舉社會缺乏解碼這些抽象概念的「文化基底」。這讓我想到：一項數學理論能否真正傳播，不只取決於它本身是否正確，也取決於接收端是否具備足夠的文化脈絡與理解條件。若缺乏這樣的解碼基底，新的知識即使被翻譯進來，也可能暫時被當成無用或難以理解的東西。也就是說，因為接收端（中國社會）缺乏容錯與理解的冗餘空間，這場跨文化傳輸未能在當時立即形成廣泛影響，也反映出中國在接收西方公理化科學方法時所面臨的文化與制度限制。

4.2 亞羅不可能定理：將「低效」視為民主的冗餘

在本學期第十一週的課堂上，講述了有關投票的制度以及公平性的問題。其中我覺得最有趣同時也讓我思考比較多的是亞羅不可能定理（Arrow's Impossibility Theorem）。

在修課前，我其實很直覺地相信，民主投票雖然不完美，但只要制度設計得夠好，應該就能相對公平地反映多數人的集體意志。然而，亞羅不可能定理動搖了我原本的想法。亞羅指出，若一套投票制度要同時滿足非獨裁性、選民偏好的無限制性、帕雷托／一致性條件、無關選項獨立性，以及結果排序的理性等條件，當選項或候選人達到三個以上時，就不存在一套規則能在所有情況下同時滿足這些要求。

這個結果讓我第一次意識到，投票制度不是單純把個人意見加總起來那麼簡單。例如孔多塞悖論（Condorcet Paradox）中的循環：群體偏好可能出現 $A > B$ 、 $B > C$ ，但同時又 $C > A$ 的情況，形成 $A > B > C > A$ 的循環。也就是說，個別選民的偏好看似合理，合在一起後卻可能形成無法穩定排序的集體結果。

如果借用資訊理論的語言來說，人類社會的集體意志並不是一個能被簡單壓縮成單一答案的訊號。我們無法期待一套公式或演算法，一次性解決所有政治衝突。從這個角度看，民主制度中那些看似低效率的部分，例如討論、協商、程序、制衡與妥協，反而可以被理解為一種「制度冗餘」。它們不一定讓決策最快，也不保證產生數學上的最優解，但它們讓社會在意見衝突時仍保有修正、緩衝與避免暴力失控的空間。

4.3 PISA 素養與古德哈特定律

類似的問題，也讓我想到臺灣教育體制中對量化指標的依賴。在第十二週有聲書的課程中，老師與我們討論了 PISA 以及近年推行的「素養教育」。這個主題讓我相當有感，因為類似的觀念在我讀高中時，老師也時常跟我們提到，當時我也在筆記上面寫了很多與自己國高中經驗的連結。

PISA 的原意其實並不壞。它希望學生不要只是死背公式，而是能在真實生活情境中運用數學解決問題。從這個角度看，「素養」本來是在數學教育中加入更多語境、理解與應用的空間。然而，當這套理念進入臺灣以考試為核心的教育環境後，它明顯出現了某種變形。學校與補習班很快把「素養」轉化成另一套可以被訓練的解題模式：題目變長了，情境包裝變多了，但學生最後仍然是在做相似的事情——在有限時間內快速過濾文字，找出關鍵字，以及背後可以套用的公式。

後來我做了一些課外延伸，找到了古德哈特定律（Goodhart's Law）：「當一個測量指標變成追求的目標時，它就不再是一個好的測量指標。」原本用來衡量學生數學素養的題目，一旦成為升學競爭中的目標，就很容易被補習、刷題與考試技巧重新改造。教育主管機關或學校試圖用分數去衡量一個學生是否具備「素養」，但人的理解力、好奇心與創造力其實很難被壓縮成單一指標。

根據以上的內容，如果借用資訊理論的語言來說，這是一種對教育經驗的過度壓縮。當整個系統只追求可測量、可排名、可比較的結果時，學生在課堂外自主探索、發呆、試錯的時間，就很容易被視為沒有意義或沒效率的部分，久而久之，我們好像被訓練成只把考試成績當成最重要的目標，其他探索與興趣都被擠到很後面，只為了取得所謂的高分。但回頭看，我反而覺得這些時間很重要。高中時，我身邊有些同學其實很有數學上的敏銳度，也很願意自己摸索問題，只是不一定適應速度導向、閱讀量很大的考題形式。這些人在標準化評量中可能被低估，並不代表他們沒有真正的數學能力。

因此，這堂課讓我重新理解「素養教育」的矛盾：它原本想把真實情境帶回數學，但一旦被單一分數綁架，就可能再次變成新的標準化訓練。對我來說，教育真正需要保留的，或

許正是那些不容易被量化的「成長冗餘」：提問的時間、犯錯的空間、慢慢理解的過程，以及學生用自己的方式去學習數學的可能，並且這種可能並不會侷限在解題而已。

五、發展與反思：AI 時代下的不完美與文化冗餘

5.1 生成式 AI 是否會消除語言習慣的獨特性？

將視角拉回現在，生成式 AI 與大型語言模型已經快速進入日常生活。身為電機系學生，我一方面驚訝於這些技術的能力，另一方面也開始思考它們對語言與文化的影響。雖然大型語言模型並不完全等於夏農資訊理論中所述，但它們確實建立在大量資料、機率分布與統計預測之上。簡單來說，模型會根據過去得到的語言資料中學到的規律，生成在特定語境下最可能成立、最容易被接受的答案。

這種能力帶來了很高的效率。AI 可以快速整理資料、潤飾文字、生成摘要，能讓許多原本耗時的工作變得更方便，也讓我在學習上面變得更加有效率。但當我修完這堂課之後，回過頭來看，我也開始擔心另一件事：如果越來越多文字都由相似的模型生成，那麼人類語言會不會逐漸變得過於平滑、標準與安全？那些不合常理的怪想法、尚未成形的直覺、帶有個人經驗的笨拙表達，會不會在追求「更順、更漂亮、更有效率」的過程中被慢慢修掉？我想這對我們文化的傳承並不會是一件好事。

如果借用我前面談過的資訊理論隱喻，AI 的語言生成有時可以比喻成是一種文化上的濾波器。它能去除錯字、雜亂與不流暢，卻也可能一起削弱語言中那些不穩定但有創造力的部分。問題不在於 AI 本身一定有害，而在於我們是否只追求標準答案，卻忘了文化真正有生命力的地方，常常來自那些不夠有效率、不夠整齊，甚至一開始看起來像雜亂無章（雜訊）的東西。

因此，這門課讓我重新理解了「冗餘」的重要性。在 AI 時代，人類或許更需要保留一些不被演算法完全優化的空間：自己慢慢想的時間、不成熟的草稿、帶有個人語氣的表達，以及那些暫時無法被標準答案吸收的怪問題。這些看似低效率的部分，可能正是人類文化

避免同質化的重要容錯空間。

5.2 AI 時代下的調適：人與機器的差別

在這樣的科技變化下，修完這門文化脈絡中的數學後反而讓我重新思考人文素養的價值。我曾在筆記中寫：人類與機器最大的差異，也許不只在於計算能力，而在於我們有情感、經驗、瑕疵與不完美。AI 可以整理徐光啟翻譯《幾何原本》的年代與歷史意義，卻不一定能真正經歷一個人在時代困局中，試圖用新的知識改變世界時所承受的焦慮與孤獨。AI 也可以說明亞羅不可能定理的邏輯結構，卻不一定能理解人們明知道制度不完美，仍然願意參與投票與公共討論的原因。

這些情感、直覺、尊嚴，甚至人的短視與偏見，若從純粹工程效率的角度來看，可能都像系統中的雜訊。但從文化脈絡來看，它們正是人類社會真實而複雜的部分。正因為人並不完美，才會創作出艾雪那樣挑戰空間直覺的錯覺藝術；也正因為語言和理性並不總是穩定，卡洛的 Nonsense 文學才會讓人感到有趣與共鳴。

因此，這門課讓我理解到，「瑕疵」不一定只是需要被修正的錯誤。某些不精確、不高效率、不標準的部分，可能正是人類文化保有彈性與創造力的來源。在 AI 時代，真正重要的或許不是把自己訓練得更像機器，而是學會保留那些機器難以取代的經驗、語氣、猶豫與不完美。

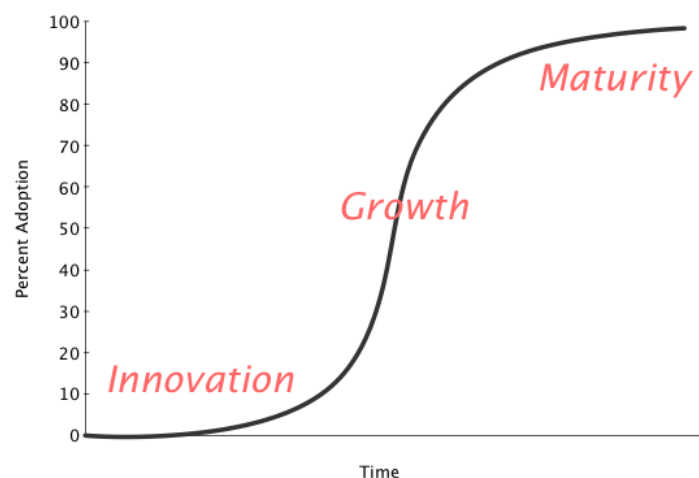
5.3 成長冗餘：在學習平原期中保留容錯空間

這種關於「冗餘與不完美」的思考，不只改變了我看待數學與文化的方式，也影響了我面對學業挫折的心態。在修這門課的同時，我也正面對電機系大二專業科目的壓力。電子學、電磁學的公式和觀念一口氣湧上來，很多時候即使我花了很長時間待在圖書館，大腦還是很混亂，考試結果也不一定如預期。那段時間，我常常懷疑自己是不是不適合這個科系，覺得自己在吸收知識的過程就像是一個傳輸效率很低、錯誤率很高的通道。

在第九週講到關於「指數函數與 S 曲線」的內容時，我開始用另一種方式理解這段低潮。無論是指數增長，還是 S 曲線，都提醒我：很多成長在前期其實不容易被看見。尤其是 S 曲線，在真正進入快速成長前，往往會有一段看似停滯的平原期。在這段時間裡，投入的時間、算錯的題目、讀不懂的章節，從短期考試分數來看好像都沒有效率，但它們未必真的沒有意義。

如果借用夏農資訊理論的語言來說，這些挫折不一定只是學習過程中的噪聲，也可能是在建立我的「知識冗餘」。如果我只追求短期效率，只背下下週小考會用到的公式，也許可以暫時得到比較好的分數；但一旦遇到沒看過的題型或更複雜的工程問題，這樣的知識結構就會變得很脆弱。相反地，那些看似繞遠路的理解、試錯與補充閱讀，可能會讓我在未來面對新問題時，有更多重新解碼與修正的空間。

理解這一點後，我開始比較能接受自己學不會、算錯、進步很慢的時候。我也開始允許自己花一點時間讀歷史、哲學，或是思考那些看似和電機系沒有直接關係的問題。這些東西不一定能立刻反映在成績上，但它們讓我的知識系統不再只是為了考試而存在。對我來說，這也是這門通識課給我帶來的影響之一：它讓我學會把低效、挫折與繞路，看成一種成長所需要的容錯空間。



圖一 S 曲線與學習平原期示意圖

圖片來源：〈科技的 S 型曲線〉（2014）

六、結論：把「通識」當作人生的安全網

6.1 全篇的數學人文反思

這份報告從我身為電機系學生的專業出發，從傅立葉轉換中的「濾波」概念產生靈感，引發我對人文經驗是否也可能被過度過濾的疑問。為了回應這個問題，引入了夏農資訊理論，並嘗試將通訊工程中的「冗餘編碼」，轉化為理解文化脈絡中「容錯空間」的隱喻。在路易斯·卡洛的荒誕仙境中，我看見語言的歧義與冗餘如何產生文學、幽默與雙關的美感；在徐光啟與利瑪竇翻譯《幾何原本》的歷史中，我理解到一套數學理論要被真正接收，除了內容正確之外，也需要相應的文化脈絡作為解碼基底；在亞羅不可能定理中，我承認民主制度不可能被簡化成一套完美公式；而在對 PISA 與素養教育的反思中，我也看見過度依賴量化指標可能造成的教育變形。

這些課堂內容與個人經驗最後讓我形成一個新的理解：冗餘與不完美不一定只是低效率或錯誤。它們有時也是語言、制度、教育與文化能夠保有彈性、修正與重新解碼能力的來源。對我而言，這或許正是這門課最重要的啟發——數學不只是追求精確與效率的工具，也可以成為我重新理解人文世界的一種方式。

6.2 展望：通識教育帶給我啟發

回應教授在課程一開始對「通識教育」的期許，在這門課中我重新理解了通識課在理工教育中的位置。在現代大學高度分工的環境裡，通識課常常被理工科學生視為和專業無關、只是為了湊學分的課程。老實說，在修課以前，我也多少有過類似的想法。但經過這一學期，我開始覺得，這些看似沒有立即關聯的課程，或許正是大學教育刻意保留下來的一種「人文冗餘」。以資訊理論的隱喻來說，即使這門「文化脈絡中的數學」不會直接讓我寫程式更快，也不會立刻幫我解出電子學或電磁學的題目，它看起來不像專業訓練中最有效率的部分。但是，當我未來面對真實社會中的偏見、制度的不完美，或是自己生命中的低潮與迷惘時，這些課堂中累積的歷史、文學與哲學思考，可能會成為另一種容錯空間。

因此，我現在不再把通識課看成專業之外的多餘部分。相反地，它像是一層額外的檢查碼，提醒我在追求效率、精確與最佳化的同時，也要保留對人、歷史與文化的理解。對我而言，這就是這門課最重要的收穫：數學不只是一套冰冷的工具，它也可以幫助我看見那些無法被公式完全壓縮的人文經驗。修完這門課後，我開始相信，一個文明真正的成熟，不在於能否把一切都壓縮成最有效率的答案，而在於是否願意保留那些看似多餘、卻能讓人重新理解世界的冗餘空間。

七、參考文獻

- 單維彰（2026）。《文化脈絡中的數學》課堂授課講義。國立中央大學通識中心。
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379–423, 623–656.
- 路易斯卡洛（著），吳明實（譯）（2012）。《愛麗絲夢遊仙境與鏡中奇緣》。台北：經典文學出版社。
- 李國偉（2001）。《漫遊數學仙境：從愛麗絲到質數》。台北：天下文化。（參考其中關於卡洛之數學背景）。
- Arrow, K. J. (1951). *Social Choice and Individual Values*. New York: Wiley. (參考亞羅不可能定理之定義)。
- Strathern, M. (1997). 'Improving ratings': audit in the British University system. *European Review*, 5(3), 305-321. (參考其對 Goodhart's Law 在教育評鑑上的延伸探討)。
- 黃敏晃（2012）。《數學素養與評量》。台北：三民書局。（參考對於臺灣數學素養教育現場的反思）。
- 黃信遠（2026）。〈從比魯尼的「弦」到現代訊號：一場跨越千年的幾何接力〉。文化脈絡中的數學第七週同學簡報，國立中央大學。
- Drmaker（2014年5月25日）。〈科技的 S 型曲線〉。《日子》。取自 <https://zwang0331.blogspot.com/2014/05/s.html>