

國立中央大學

數學系  
碩士論文

德國六至八年級數學教科書  
函數單元之內容分析

Content Analysis of the Function Unit in the German LS  
Mathematics Textbook for Grades 6 to 8

附錄一

研究生：曾仲祐

指導教授：單維彰

中華民國 113 年 6 月

## 德國 LS 版教科書函數單元教學例題題目

### 6-8-6 表示變量之間的關係

6-8-6-1 (a,b,c)

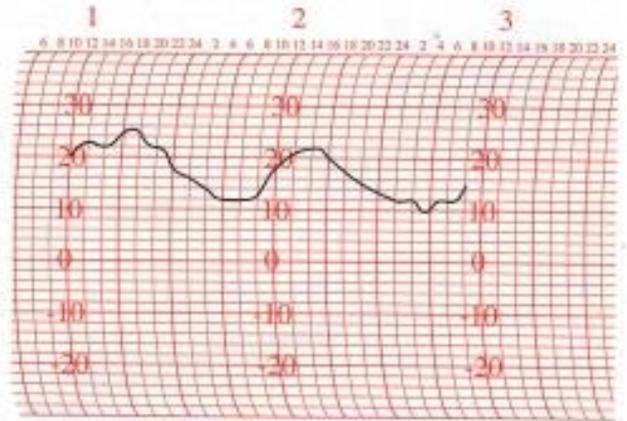
1

Im Verlauf von zwei Tagen wurde die Temperatur gemessen und von einem Thermographen aufgezeichnet.

- Beschreibe den Temperaturverlauf.
- Zeichne die Tabelle in dein Heft und trage die Werte des ersten Tages ein.

Zeitpunkt (Uhr)	12	14	16	18	20
Temp. (in °C)					

- Wann beträgt die Temperatur 20°C?



在兩天內測量溫度並通過溫度記錄儀記錄。

- 描述溫度曲線。
- 在你的練習本上畫出表格並輸入第一天的數值。
- 什麼時候溫度是 20°C?

6-8-6-2



### Beispiel 2

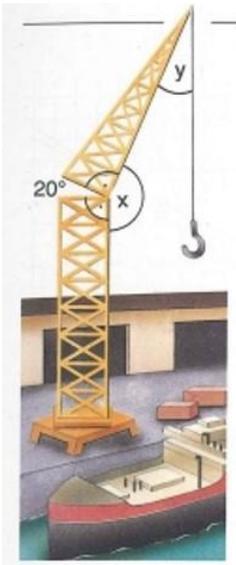
Klaus ist auf seinem Schulweg zu Fuß und mit der U-Bahn unterwegs (vgl. nebenstehendes Diagramm).

Beschreibe seinen Schulweg.

克勞斯正在步行和乘地鐵上學的路上（見左圖）。  
描述他上學的路。

### 7-3-4 分配:變量值-式子值

7-3-4-1 (a,b,c)



**1**

Bei einem Kran kann der Ausleger von der abgebildeten höchsten Stellung um maximal  $60^\circ$  weiter nach unten gekippt werden.

a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und fülle sie vollständig aus.

x	$160^\circ$	$150^\circ$	$140^\circ$	$130^\circ$	$120^\circ$	$110^\circ$
y						

b) Gib einen Term für die Zuordnung an, die jeder Winkelgröße  $x$  die Winkelgröße  $y$  zuordnet.

c) Veranschauliche die Zuordnung graphisch in einem Koordinatensystem.

在起重機上，起重臂可以從所示的最高位置向下傾斜  $60^\circ$ 。

a) 將表格複製到筆記本中並完整填寫。

b) 給出一個式子，將角度大小  $x$  分配給每個角度大小。

c) 在坐標系中以圖形方式說明分配。

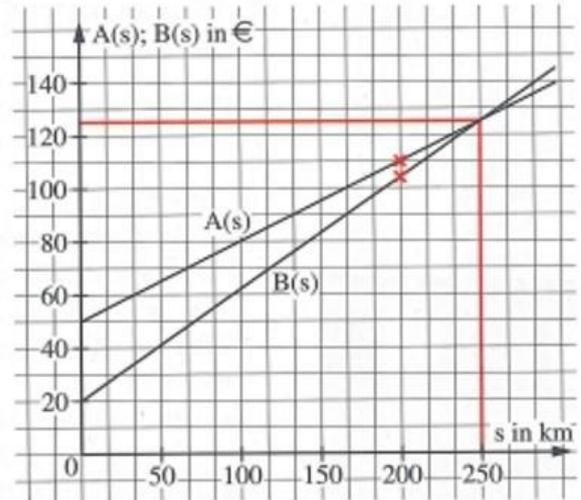
7-3-4-2

### Beispiel 1

Herr Huber liest in der Zeitung zwei Angebote für einen Leihwagen gleicher Qualität. Er überlegt, auf welches Angebot er eingehen soll.

Hilf ihm beim Preisvergleich durch Aufstellen von Termen für die Endpreise und durch graphische Veranschaulichung der Zuordnung *gefahrte Kilometer*  $\mapsto$  *Endpreis*.

Wann ist das Angebot B günstiger?



Huber 先生在報紙上讀到了兩份同等重量的租車報價。

他考慮接受哪個提議。

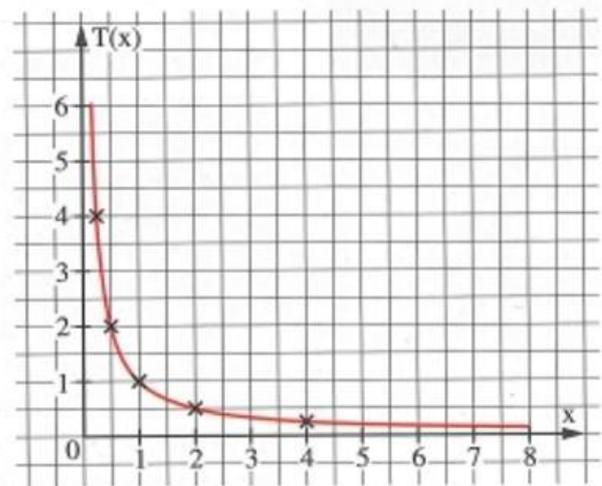
通過設置最終價格條款並以圖形方式說明驅動的分配公里數  $\rightarrow$  最終價格，幫助他比較價格。

優惠 B 什麼時候更便宜？

7-3-4-3

**Beispiel 2**

Zeichne den Graphen der Zuordnung  
 $T(x) = \frac{1}{x}$  für  $x > 0$  und vergleiche das Verhalten der Termwerte für  $x > 1$  und  $x < 1$ .



繪製作業圖

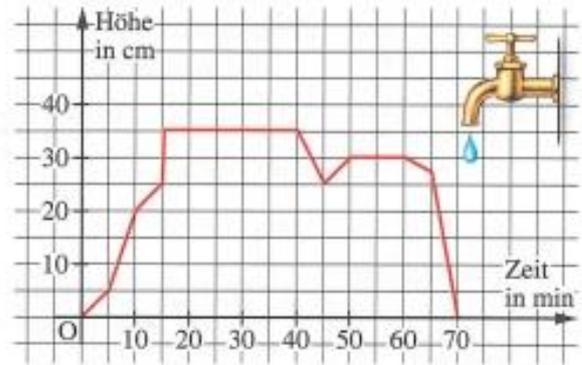
$T(x) = \frac{1}{x}$  對於  $x > 0$  並比較  $x > 1$  和  $x < 1$  的式子值的變化。

## 8-2-1 函數

### 8-2-1-1

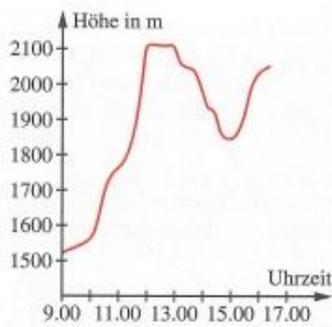
1

Das Diagramm zeigt, wie sich in einer Badewanne die Wasserhöhe ändert. Da es für eine Veränderung verschiedene Gründe geben kann (z. B. Wasser läuft zu oder jemand steigt in die Wanne), können sich hinter dem Graphen auch verschiedene Geschichten verbergen. Denke dir zum abgebildeten Graphen eine Geschichte aus und schreibe sie auf.

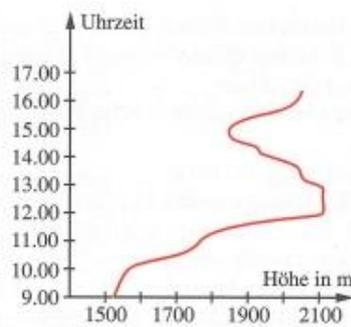


該圖顯示了浴缸中的水位如何變化。由於更改可能有多種原因（例如水流入或有人進入浴缸），因此圖表背後也可能有各種故事。編一個關於所顯示圖表的故事並寫下來。

8-2-1-2 (a,b,c)



Graph der Zuordnung  
Zeit  $\mapsto$  Höhe



Graph der Zuordnung  
Höhe  $\mapsto$  Zeit

**2**

Max und sein Vater unternehmen gemeinsam eine Bergtour. Beide Graphen beschreiben für ihre Tour den Zusammenhang zwischen erreichter Höhe und Uhrzeit.

- In welcher Höhe befinden sich die zwei um 15.30 Uhr?
- Als sie sich in einer Höhe von 1800 m befinden, entdeckt Max ein Murmeltier. Zu welcher Uhrzeit geschieht dies?
- Als sie sich in einer Höhe von 1950 m befinden, entdeckt der Vater eine Gämse. Zu welcher Uhrzeit geschieht dies?

馬克斯和他的父親一起去登山。這兩個圖表都描述了到達的高度與您的旅行時間之間的聯繫。

- 下午 3 點 30 分，兩人在什麼高度？
- 當他們在 1800m 的高度時，Max 發現了一隻土撥鼠。這是什麼時候發生的？
- 當他們在海拔 1950m 時，父親發現了一隻羚羊。這是什麼時候發生的？

8-2-1-3

**Beispiel 1**

In einer Autobetriebsanleitung steht:

Geschwindigkeit (in km/h)	Gang
0 – 20	1
15 – 50	2
30 – 100	3
90 – 160	4

Zeichne den Graphen der Zuordnung

*Geschwindigkeit*  $\mapsto$  *Gang*.

Handelt es sich um eine Funktion?

一本汽車手冊說：

速度（公里/小時）	排檔
0-20	1
15-50	2
30-100	3
90-160	4

繪製坐標圖：速度 $\rightarrow$ 排檔。

它是一個函數嗎？

8-2-1-4

### Beispiel 2

In einer annähernd zylinderförmigen Regentonne steht das Wasser um Mitternacht 30 cm hoch. Anschließend regnet es und am nächsten Morgen ist die Tonne voll.

Skizziere einen möglichen Graphen, der die Funktion  $w: \text{Uhrzeit} \rightarrow \text{Wasserhöhe}$  veranschaulicht, für den Fall, dass es jeweils von 1.00 Uhr bis 1.30 Uhr und von 3.30 Uhr bis 3.45 Uhr heftige Schauer gab und es dazwischen nicht geregnet hat.

Beschreibe den Verlauf des Graphen mit Worten.

在一個幾乎呈圓柱形的雨桶中，水在午夜有 30 公分高。然後下雨，第二天早上垃圾桶滿了。

繪製一個可能的圖表來說明函數  $w: \text{時間} \rightarrow \text{水位}$ ，如果從凌晨 1:00 到凌晨 1:30 和從凌晨 3:30 到凌晨 3:45 有大陣雨並且沒有下雨之間。

用文字描述圖表的過程。

## 8-2-2 函數和式子

8-2-2-1 (a,b,c)

**1**

Gegeben ist der Term  $T(x) = 0,5x^2 - 1$ .

- Zeichne in einem Koordinatensystem für Variablenwerte zwischen  $-5$  und  $5$  den Graphen der Zuordnung  $t$ : *Variablenwert*  $\mapsto$  *Termwert*.
- Handelt es sich bei der Zuordnung  $t$  um eine Funktion? Begründe deine Antwort.
- Liegen die Punkte  $A(1,8|0,6)$  und  $B(10|49)$  auf dem Graphen?

給出式子  $T(x) = 0.5x^2 - 1$

- 為賦值  $t$  的  $-5$  到  $5$  之間的變量值在坐標系中繪製：變量值  $\rightarrow$  術語值。
- 分配  $t$  是函數嗎？證明你的答案是正確的。
- 點  $A(1.8|0.6)$  和  $B(10|49)$  在圖上嗎？

8-2-2-2 (a-1, a-2, b, c-1, c-2, d, e)

### Beispiel 1

Gegeben sind die Funktionen  $f: x \mapsto -\frac{1}{2}x - 1$  und  $g: x \mapsto \frac{0,5}{x+1}$ .

- Gib für  $f$  den Funktionsterm und für  $g$  die Funktionsgleichung an.
- Gib jeweils die maximal mögliche Definitionsmenge an.
- Zeichne die Graphen  $G_f$  und  $G_g$  der Funktionen in ein Koordinatensystem.
- Liegt der Punkt  $A(10,5|-6)$  auf  $G_f$ ?
- Für welche  $x$ -Werte sind bei  $f$  die Funktionswerte kleiner null? Was bedeutet dies für den Graphen  $G_f$ ?

給出了函數  $f: x \rightarrow -\frac{1}{2}x - 1$  和  $g: x \rightarrow \frac{0,5}{x+1}$ 。

- 給出  $f$  的函數項。
- 給出  $g$  的函數方程。
- 在每種情況下，說明最大可能的定義集。
  - 在坐標系中畫出函數的圖形  $G_f$ 。
  - 在坐標系中畫出函數的圖形  $G_g$ 。
- 點  $A(10,5|-6)$  是否位於  $G_f$  上？
- 對於  $f$  處的哪些  $x$  值是小於零的函數值？這對圖  $G_f$  意味著什麼？

8-2-2-3

**Beispiel 2**

Bestimme für  $f: x \mapsto x^2 + 2,74x + 1$  mit Hilfe eines Funktionsplotters denjenigen  $x$ -Wert auf zwei Nachkommastellen genau, für den  $f$  den kleinsten Funktionswert besitzt.

對於  $f: x \rightarrow x^2 + 2.74x + 1$ ，使用函數繪圖器將  $x$  值確定為小數點後兩位使  $f$  具有最小函數值。

### 8-2-3 函數和圖形:根與斜率

8-2-3-1 (a,b)

**1**

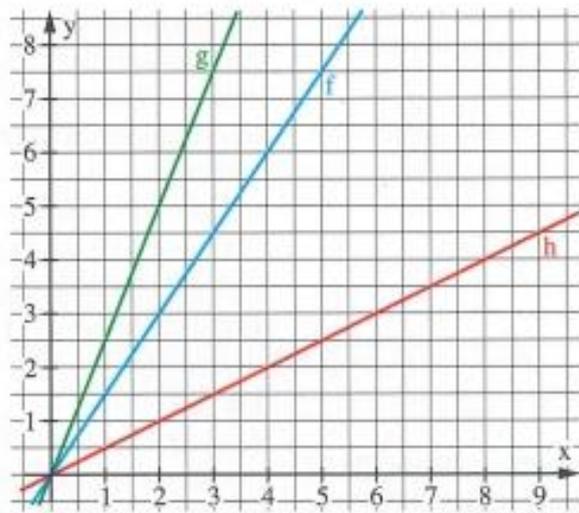
Eine 20 cm lange Kerze wird angezündet und brennt langsam herab. Die Kerzenlänge (in cm) zum Zeitpunkt  $x$  (in Stunden) kann durch die Funktion  $k: x \mapsto 20 - \frac{5}{3}x$  beschrieben werden.

- Nach welcher Zeit ist die Kerze vollständig abgebrannt?
- Welche Werte kann man sinnvollerweise für  $x$  einsetzen?

一根 20 公分長的蠟燭被點燃，慢慢燃燒。當時間為  $x$ （以小時為單位）時的蠟燭長度（以 cm 為單位）可以用函數  $k$  來描述： $x \rightarrow 20 - \frac{5}{3}x$ 。

- 蠟燭完全燃燒需要多長時間？
- 哪些值可以合理地用於  $x$ ？

8-2-3-2 (a,b,c)



2

Die Abbildung zeigt die Graphen der Funktionen  $f: x \mapsto 1,5x$ ,  $g: x \mapsto 2,5x$  und  $h: x \mapsto 0,5x$ .

- Wie würdest du den Verlauf des Graphen  $G_f$  im Vergleich mit dem Verlauf des Graphen  $G_g$  einerseits und dem des Graphen  $G_h$  andererseits beschreiben?
- Der Graph  $G_f$  verläuft zwischen den Graphen  $G_g$  und  $G_h$ . Woran erkennt man dies an den Funktionstermen?
- Gib den Term einer Funktion an, dessen Graph eine Gerade durch den Ursprung ist und der im II. und IV. Quadranten verläuft.

該圖顯示了函數  $f: x \rightarrow 1.5x$ ,  $g: x \rightarrow 2.5x$ ,  $h: x \rightarrow 0.5x$  的圖形。

- 與圖  $G_g$  的進程和圖  $G_h$  的過程相比，您如何描述圖  $G_f$  的過程？
- 圖形  $G_f$  在圖形  $G_g$  和  $G_h$  之間運行。如何從函數項中看出這一點？
- 給出一個函數的式子，該函數的圖形是一條通過原點的直線，並且在第二象限和第四象限運行。

8-2-3-3 (a,b)

**Beispiel 1**

Eine 15 cm lange Wunderkerze brennt in 30 Sekunden gleichmäßig ab.

a) Wie lang ist das abgebrannte Stück nach 6 Sekunden ( $x$  Sekunden) Brenndauer?

b) Wie lang ist das noch nicht abgebrannte Stück nach  $x$  Sekunden Brenndauer?

Stelle je einen Funktionsterm auf. Erläutere dein Vorgehen.

一個 15 公分長的煙火在 30 秒內均勻燃燒。

a) 燃燒 6 秒 ( $x$  秒) 後，燃燒的碎片有多長？

b) 燃燒  $x$  秒後，未燃燒的碎片有多長？

為每個設置一個函數式子。解釋你的方法。

8-2-3-4

**Beispiel 2**

Zeichne den Graphen der proportionalen Funktion  $f: x \mapsto \frac{4}{3}x$  unter Verwendung des Steigungsdreiecks.

使用斜率三角形繪製比例函數  $f: x \mapsto \frac{4}{3}x$  的圖形。

8-2-3-5 (a,b)

### Beispiel 3

Bestimme mit Hilfe des Graphen die eventuell vorhandenen Nullstellen der Funktion.

a)  $g: x \mapsto x^2 + 1$       b)  $k: x \mapsto \frac{1}{x} + \frac{2}{3}$

使用圖表確定函數的根（如果有）。

## 8-3-1 線型函數

8-3-1-1 (a,b,c)



1

In einem Fachgeschäft werden leere Kabelrollen und Kabelrollen mit Kabeln verschiedener Länge verkauft.

- Gib das Gesamtgewicht einer Trommel mit 20 m, 30 m bzw. 40 m Kabel an.
- Liegt eine Proportionalität vor?
- Zeichne die Graphen der Funktionen  $f$ : *Kabellänge* (in m)  $\mapsto$  *Gewicht des Kabels* (in kg) und  $g$ : *Kabellänge* (in m)  $\mapsto$  *Gesamtgewicht* (in kg)

家專賣店出售空電纜捲筒和帶有各種長度電纜的電纜捲筒。

- 說明帶有 20 m、30 m 或 40 m 電纜的捲筒的總重量。
  - 是否存在比例關係？
  - 繪製函數圖
- $f$ : 電纜長度 (m)  $\rightarrow$  電纜重量 (kg) 和  $g$ : 電纜長度 (m)  $\rightarrow$  總重量 (kg)

8-3-1-2 (a,b)

**2**

a) Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem.

$f: x \mapsto 2x$ ;  $g: x \mapsto 2x + 4$ ;  $h: x \mapsto 2x - 3$ .

b) Was haben die Graphen gemeinsam und wodurch unterscheiden sie sich?

a) 在坐標系中繪製函數圖。 $f: x \rightarrow 2x$ ;  $g: x \rightarrow 2x + 4$ ;  $h: x \rightarrow 2x - 3$ 。

b) 這些圖表有什麼共同點，它們有何不同？

8-3-1-3

**Beispiel 1**

Zeichne die Graphen folgender Funktionen und gib jeweils Steigung und  $y$ -Abschnitt an.

f:  $x \mapsto 2x - 3$

g:  $x \mapsto 2 - 3x$

h:  $x \mapsto \frac{4}{3}x - 2$

k:  $x \mapsto -0,8x + 1$

畫出下列函數的圖形，並給出每個函數的斜率和  $y$  軸截距。

8-3-1-4

### Beispiel 2

Ein Schwimmbecken mit einem Fassungsvermögen von  $75 \text{ m}^3$  wird durch eine Pumpe mit gleich bleibender Pumpleistung geleert.

Nach 15 Minuten sind noch  $72,6 \text{ m}^3$  Wasser im Becken.

Stelle eine Zuordnungsvorschrift für die Funktion *Zeit* (in min)  $\mapsto$  *Wassermenge im Becken* (in  $\text{m}^3$ ) auf und erkläre, wie du vorgehst.

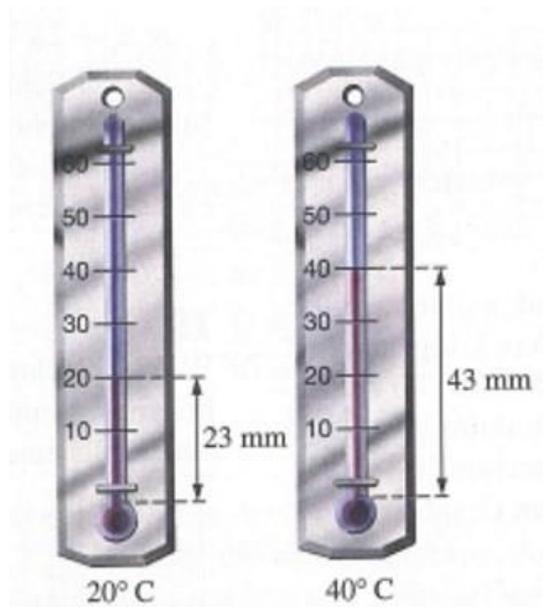
Die Variable  $x$  soll für die Zeit in Minuten stehen.

一個容量為  $75\text{m}^3$  的游泳池由一個恆定流量的泵排空。15 分鐘後，池中仍有 72.6 立方公尺的水。

為函數:時間(分鐘)  $\rightarrow$  水池中的水量(立方公尺) 制定分配規則，並解釋如何進行。  
變量  $x$  應該代表以分鐘為單位的時間。

## 8-3-2 函數式的規定

### 8-3-2-1



1

Flüssigkeitsthermometer werden so gebaut, dass die Funktion  $f$ : Temperatur  $\mapsto$  Höhe der Flüssigkeitssäule linear ist. Wie viel Millimeter hoch ist die Flüssigkeitssäule bei einer Temperatur von 25 °C?

液體溫度計的構建方式使得函數  $f$ : 溫度  $\rightarrow$  液柱高度是線性的。25°C時液柱高多少毫米？

8-3-2-2 (a,b)

**2**

Zeichne die beschriebenen Geraden.  
Welche Steigung haben sie jeweils?

- a) Eine Gerade  $g$  geht durch  $A(0|3)$  und  $P(1|5)$ .
- b) Eine Gerade  $h$  geht durch  $A(0|3)$  und  $Q(2|4)$ .

畫出描述的線條。他們各自有什麼斜度？

- a) 一條直線  $g$  穿過  $A(0|3)$  和  $P(1|5)$ 。
- b) 一條直線  $h$  通過  $A(0|3)$  和  $Q(2|4)$ 。

8-3-2-3

**Beispiel 1**

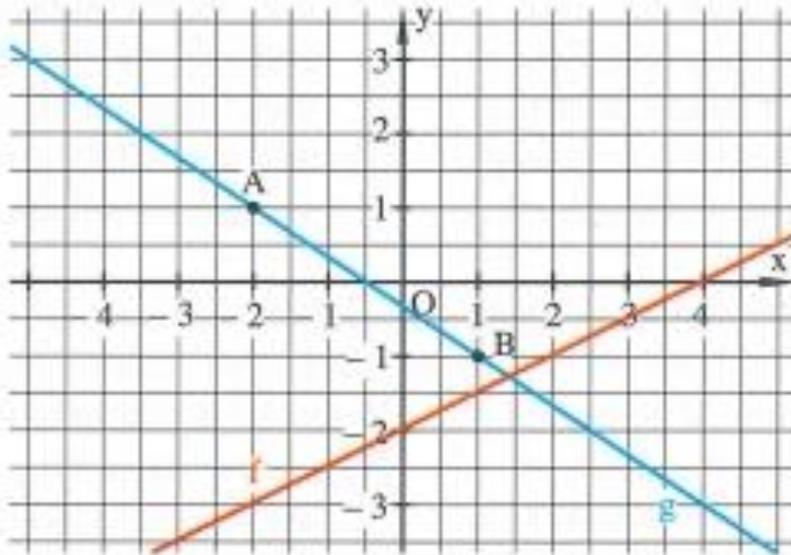
Eine lineare Funktion  $f$  hat die Steigung 1,5 und es gilt  $f(2) = 0,5$ . Bestimme die Funktionsvorschrift von  $f$  und beschreibe deine Vorgehensweise.

線型函數  $f$  具有 1.5 的斜率並且適用  $f(2) = 0.5$ 。確定  $f$  的函數規則並描述你的過程。

8-3-2-4

### Beispiel 2

Bestimme die Geradengleichungen  $y = mx + t$  der gezeichneten Geraden  $g$  und  $h$  und erkläre deine Vorgehensweise.



計算線型函數  $g$  和  $f$  的方程式  $y = mx + t$ ，並解釋你的程序。

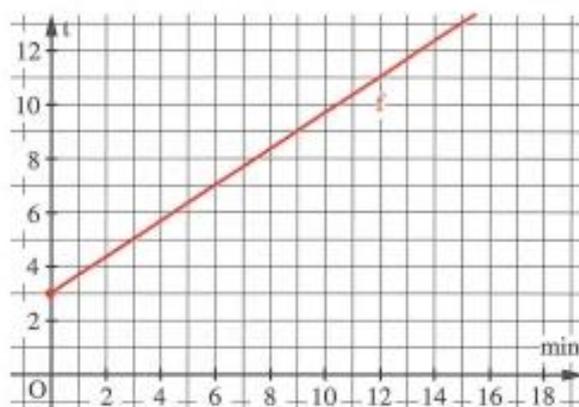
### 8-3-3 線型函數與方程式

8-3-3-1 (a,b,c)

1

Ein Lkw-Anhänger wiegt leer 3 t. Er wird durch eine Schütтанlage mit Kies beladen, die stündlich 40 t schafft. Der dargestellte Graph gehört zur Funktion  $f$ : Schüttzeit (in min)  $\mapsto$  Anhängergesamtgewicht (in t).

- Lies am Graphen ab, nach wie viel Minuten das zulässige Gesamtgewicht von 11,5 t erreicht ist.
- Stelle einen Term für die Funktion  $f$  auf.
- Berechne die Antwort zu a).



一輛卡車拖車空載 3 公噸。它由每小時可處理裝載礫石的料 40 公噸。所示圖表屬於函數  $f$ : 切割時間 (分鐘)  $\rightarrow$  拖車總重量 (公噸)。

- 在達到 11.5 公噸的允許總重量的分鐘後讀取圖表。
- 為函數  $f$  建立一個表達式。
- 計算 a) 的答案。

8-3-3-2 (a,b,c,d)

2

Löse die Gleichungen zeichnerisch.

a)  $2x + 1 = -x + 4$

b)  $2x + 1 = 0$

c)  $2x + 1 = 4$

d)  $2x + 1 = 2x$

以圖形方式求解方程。

(a)  $2x + 1 = -x + 4$

(b)  $2x + 1 = 0$

(c)  $2x + 1 = 4$

(d)  $2x + 1 = 2x$

8-3-3-3

### **Beispiel 1**

Löse die Gleichung  $0,5x + 1,5 = 2,5$   
rechnerisch und graphisch.

以數學和圖形方式求解方程  $0.5x + 1.5 = 2.5$ 。

8-3-3-4

### Beispiel 2

Bestimme den Schnittpunkt S der Graphen

der Funktionen  $a: x \mapsto \frac{1}{3}x + 2,5$  und

$b: x \mapsto -2x - 1$

求函數  $a: x \rightarrow \frac{1}{3}x + 2.5$  和  $b: x \rightarrow -2x - 1$  的圖的交點 S