

國 立 中 央 大 學

學 習 與 教 學 研 究 所

博 士 論 文

數 學 識 讀 文 本 發 展 與 研 究

以 七 年 級 的 負 數 與 分 數 單 元 為 例

研 究 生：陳 玉 芬

指 導 教 授：單 維 彰 博 士

趙 子 揚 博 士

中 華 民 國 1 1 3 年 6 月

第貳章 文獻探討

第一節 數學素養

根據十二年國民教育理念與目標，課程的學習內容與學習表現應以「核心素養」做為發展方向，以培育十二年國教的學生所應具備的基本且共同的素養 (教育部，2014)。本研究所發展之「數學識讀文本」即以十二年國教數學領域課程綱要 [數學領綱] 所符應之「數學素養」為設計文本的依據。「核心素養」與「數學素養」兩概念的源起與發展各有脈絡，亦曾分別發展，無明確的首從關係；儘管如此，兩者的基本立場和總體目標，卻是相容的 (單維彰，2016)。本文僅從「數學識讀文本」之發展需求，探討「數學素養」的精神與內涵。以下，在個人學習過程中，針對「數學素養」應達成的整體目標，本文謂之宏觀理念；而為達成此一理念，所有可實踐之數學內涵，本文謂之微觀解析。

一、「數學素養」的宏觀理念

「素養」一詞，中文本有。民國 57 年實施九年一貫國民義務教育，可以說是臺灣教育發展史的一大里程碑，在教育上自有深遠的意義與價值，而那一年劃時代變革之一就是小學階段的學科名稱，從「算術」改成了「數學」 (單維彰，2016)。水心在 1968 年寫的一句話，似也簡潔地說明了何以有此名稱改變的理由：「由於數學知識本身之急遽增加，因而對於現代公民應有的素養，提出了比以前更大的要求 (水心，1979，頁 160)」，這一段文字可算是為臺灣的數學教育揭開了「素養」說法的序幕。到了 1972 年統計圖表首度進入臺灣的中學課程 (國中二年級)，陳冒海 (1989) 詮釋其意義為：「統計圖表之判讀是針對國民應有數學素養而設計的」。緊接著 1973 年公告的《高中數學課程標準》則明確指出「素養方面、訓練方面、應用方面」的課程目標，其中數學素養被解釋為「了解數學的一般內容、方法與意義」 (單維彰，2017)。到了 1995 年高級中學課程標準則有「提升高中生人文與科學素養」的說法 (教育部，2005，頁 599；鄭章華、單維彰，2015)。上述文獻說明了臺灣的數學教育在國小、國中、高中階段開始關注並使用「數學素養」的理念已超過半個世紀了，只是當時的「素養」還未發展成專

門化的教育術語，更白話地說，大概也只是意指一般人平常就應具備的「知識水平」(單維彰，2018c)。

蔡清田 (2020) 認為「素養」是指個人為了健全發展成為一個健全個體，必須因應社會之複雜生活情境需求，所不可或缺的知識 (knowledge)、能力 (ability) 與態度 (attitude)。可見「素養」一詞，會因強調的內容不同、發展脈絡不同，而有了不同的詮釋。「素養」做為教育的特定觀念並賦予專門化的定義，是外來的 (單維彰，2016)，最廣泛與之對譯的英文是 Competence、Literacy 或 Proficiency，以下分述其源。

1997 年 OECD 委託「素養的定義與選擇」研究案 (DeSeCo: Definition and Selection of Competencies) [OECD/ DeSeCo]，即直接使用了「key competence」一詞。Competence 可以直譯為「能耐」，它長期以來是人力資源管理 (HR: Human Resources, 簡稱人資) 領域中的用語，所以更注重學習所得的能耐 (單維彰，2016)。洪裕宏 (2011) 也提到一份德國的報告中，將 Competence 定義為「knowledge × experience × power of judgment」。在這裡，知識是 Competence 的基礎，經驗是知識應用在問題之解決的過程，判斷力則是行動的依據。統整而言，Competence 可以被瞭解為認知、能力或技能的表現，當然也包含情感、情緒及價值判斷與選擇的能力，若依此看，Competence 對譯於「素養」是恰當的。

Literacy 來自於國際學生能力評量計畫 (Program for International Student Assessment [PISA]) 之中對於數學評量內容的定義 (詳細定義內文可參看本研究 1 頁)。PISA 也是 OECD 所推動主導的計畫，同樣是在描述數學的知識、技能和行為表現，卻不使用 Competence 而改用 Literacy，透露出主事者將數學視為一種語言 (單維彰，2016)。Literacy 的原意是識字與讀寫能力，此概念不含聽與說的能力，因為它原指母語而非外語，能流利聽與說的人可能是文盲，不能算是具備了 Literacy，而將基礎數學視為一種語言，做為一切學習的基本工具，所以 Literacy 傾向於泛指文字與數字的特定基礎能力 (讀、寫、算)。為了細緻探討「素養」的外來概念，以下暫時將 Mathematical Literacy 譯作「數學識讀」。

至於 proficiency 一詞，相對於歐洲的 OECD 以「能耐」、「識讀」概括稱呼數學教育的預期成效，美國各州共同核心標準數學科 (Common Core States Standards—Mathematics [CCSS Math]) 的說法則是 proficiency (National Governors Association et al.,

2010, p.6)，暫譯為「精練」(精通熟練)，較有特定能力之精熟表現之義。CCSS 以八種行為表現定義數學精練 (mathematically proficient)：(1) 洞察問題並堅毅求解 (make sense of problems and persevere in solving them)，(2) 抽象與量化推理 (reason abstractly and quantitatively)，(3) 以理服人並可批判他人論述 (construct viable arguments and critique the reasoning of others)，(4) 以數學建立模型 (model with mathematics)，(5) 有策略地使用適當工具 (use appropriate tools strategically)，(6) 力求精確 (attend to precision)，(7) 探尋並善用結構 (look for and make use of structure)，(8) 敏察重複並尋思其規律 (look for and express regularity in repeated reasoning) (Ibid, pp. 6 – 8) (作者譯)。而這八項數學精練的行為規準，來自於美國國家研究委員會 (NRC, 2001) 對數學精練所提的五個面向，如本文第 2 頁所列。

不論是中文的「素養」，或是外來語的「competence」或「literacy」或「proficiency」都顯得較為不易介定。單維彰(2016)認為 Competence 與 Literacy 雖都有「能力」之意，前者較為綜合性與一般性(知識、技能與行為表現)，而後者傾向於特指基礎能力(讀、寫、算)，至於「proficiency」，基本上也是「能力」，但意指較為專門化的能力 (professional)，而且意指因為精熟而產生的有效性 (efficiency)，亦可說此三者之表現都在「能力」之上。

其實，在西方的數學教育發展脈絡中，Competence 一詞可追溯至 1944 年美國數學教師學會 (NCTM) 的戰後計畫委員會 (NCTM, 1970/2002, p. 244; NCTM, 1945)，文中記錄了美國二戰後對於代數 (Algebra) 有一個明確的目的——幫助軍隊和工業界應對戰爭，因此數學教育者希望幫助學生認識到一般公民生活中對代數的需求。下文即為該報告文之部分內文：

The arithmetic of the elementary school can be and must be improved. The high school needs to come to grips with its dual responsibility, (1) to provide sound mathematical training for our future leaders of science, mathematics, and other learned fields, and (2) to insure mathematical *competence* for the ordinary affairs of life to the extent that this can be done for all citizens as a part of a general education appropriate for the major fraction of the high school population. (研究者加註字型)

該報告提出改善從小學到大專最後一年的數學教學的建議，認為小學的算術必須提升，高中的需求則需要負起兩種責任：(1) 為我們未來的科學、數學和其他學術領域的開拓者提供良好的數學訓練，(2) 就所有公民而言，確保其具備足以應付日常生活事務的數學能耐，而上述課程是適合大部分高中生的一般性教育。當時委員會即要求學校應盡可能確保所有高中學生達成「數學能耐」。隨後加拿大即開始沿用 (Jablonka & Niss, 2014) 此說法。是故「數學能耐」是強調完成學業之後所具有的能力，故「數學能耐」此一專門術語可說是為「數學素養」提供了第一個範式。

至於 PISA 的評量理念將 Competency 改用 Literacy，¹ 探究此專門化定義的意涵，是將數學視為一種語言，它跟母語和外語一樣是學習與溝通的基礎媒介 (鄭章華、單維彰，2015)。在 NCTM 1989 第 5 頁內容中，亦直接使用數學識讀和有數學識讀能力的學生 (mathematically literate students) 這樣用語，而且並未加以定義，這說明此術語概念在當時已普及化，並已接受 mathematical literacy 做為數學教育的專門術語。NCTM 1989 也明確提出五種服務所有學生追求數學素養的總體目標：² 學習珍視數學、對自己的數學能力充滿信心、成為數學問題解題者、學習用數學溝通，以及學習數學化推理，可以看出這些目標皆在強調個人在數學領域中的實踐指標。

到了 1995 年「國際教育學習成就調查委員會」(International Association for the Evaluation of Education Achievement, [IEA]) 所舉辦的第三屆國際數學與科學教育成就趨勢研究 (Trends in International Mathematics and Science Study, [TIMSS])，首次針對中學生的科學識讀 (scientific literacy) 表達「每個國家應能培養所有在校學生，在離開學校之後能應用數學和科學知識來應對生活的挑戰」。數學識讀的學習從個人數學能力培養、

¹ 針對數字的讀寫和計算能力，英文本來就有相對 literacy (識字與讀寫能力) 的字 numeracy (識數與筆算能力)，而 PISA 不直接用 numeracy 而另造 mathematical literacy 的原因顯然是它的評量內容不僅是數與量，還包括形體、代數、變化關係與不確定性。數學教育學者將 Mathematical Literacy 和 Mathematical Competence 都轉譯成數學素養。(鄭章華、單維彰，2015)

² 數學素養的五個總體目標英譯依序如下：(1) They learn to value mathematics、(2) They become confident with their ability to do mathematics、(3) They become mathematical problem solvers、(4) They learn to communicate mathematically、(5) They learn to reason mathematically

欣賞數學價值之外，增加了從數學學習得的能力運用於生活中的溝通與解決問題，並強調「數學識讀」已不僅僅只是具備數學學科能力，更重要的是能將數學做為解決生活中問題的良好工具，同時「數學識讀」也代表與觀察、描述、解釋、預測行為或現象的過程有關 (Dym, 2004; Haara et al., 2017)，而在英國的數學課綱也同時採用了「數學識讀」這個用語 (Department for Education, 2013)。

OECD 所主持的 PISA 始於 2000 年，至 2003 年數學首次成為主要評估領域，PISA 為此制定了完整的數學素養框架，當時的定義為：「個人在現實生活中識別和理解數學的能力，指出數學素養即為具有建設性、關心和深思熟慮的公民，能在生活上運用數學作出有根據的判斷與決策之能力」(OECD, 2004)。接著在 2012 年，PISA 再次提出數學素養的重點應在於「……積極地參與數學，旨在數學推理和使用數學概念、程序、事實和工具來描述、解釋和預測現象」(OECD, 2013)，其中特別強調學生在積極地解決問題的過程中，應包含三個主要程序：「制定數學」、「使用數學」及「解釋數學」(OECD, 2013)。至此，PISA 數學素養似乎明確呼應了 Arcavi (2003) 對於數學識讀的新定義：(1) 以數學方式表述現實世界的問題；(2) 使用數學來解決以數學方式表述的問題；然後 (3) 解釋和評估現實世界中的數學結果。

到了 2018 年，OECD 宣布 PISA 2021 將修改數學識讀的定義為：「個體在各種真實世界的情境脈絡中，進行數學推理，並透過形成、應用、詮釋數學以解決問題的能力，包含運用數學概念、程序、事實與工具，來描述、解釋和預測現象。數學素養促進個體瞭解數學在世界中所扮演的角色，並促使個體作出有根據的判斷與決策，此乃成為具建設性、投入性與反思力的 21 世紀公民所需」(OECD, 2018)。直至 2022 年 PISA (原定 2021 年實施，因全球新冠肺炎疫情延後一年)，更將數學素養評量全面性分成三大向度：數學推理與解決問題 (數學建模)、數學內容、真實生活情境中的挑戰，並強調數學素養即為具有反思性的公民在參與社會相關重大議題時，能理解數學在世界所扮演的角色，並作出有根據的判斷與決策的能力 (OECD, 2019)。這些呼籲代表了開始重視數學在不同領域的有用性和解決問題能力的意識，也更進一步地強調數學識讀與公民之間的聯繫。

而臺灣數學教育領域中的「數學素養」開始普遍使用，則是源自於 2006 年開始加入由 OECD 主辦的 PISA 的評量測驗。教育部提倡的十二年國民基本教育，亦以素養概念統整過往教學中所強調的知識、技能和態度 (曾志朗等，2017)，其中的數學素養就是培養學生成為理性溝通、社會參與的國民重要素養之一，也因此是重要的基礎教育課程目標 (左台益等，2018，頁 35)。再看李國偉等 (教育部，2013，頁 7) 主張：

數學素養指個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。

由於曾志朗等 (2017) 採用 literacy 當作「素養」的對譯英文，而且李國偉等 (2013) 對數學素養所做的解釋，顯然呼應 PISA 的數學識讀定義，從此之後，mathematical literacy 便成為我國「數學素養」的對譯英文，沿用至今。只是臺灣數學教育社群表達「數學素養」的時候，仍然可能引用「能耐」和「精練」當中的概念細項 (單維彰，2019)，這些論述皆明確說明數學素養呼應了 OECD (2018) 對於積極參與社會及重視將學校裡所學的數學應用於日常生活中的面向。

另外還有人倡議新素養 (new literacy)：隨著科技的進步，學校不再是學習知識的唯一途徑。就像 Coiro 與 Dobler (2007) 主張數位閱讀理解比紙本閱讀理解需要更多能力，這包含了適應網路與科技變化的學習力，所以新素養已包含了訊息定位 (locate)、批判性評估 (critical evaluation)、訊息整合 (integration)、以及溝通分享。而這樣的新素養亦應融入數學教育中，因為「能力」、「知識」與「理解監督」，這三者是彼此交互影響的關鍵 (柯華葳著／陳明蕾編，2022)。亦如 PISA 自 2012 起，除了評估學生的閱讀素養、數學素養與科學素養外，每次評測都會再加測一項素養能力——2012 年加測解決問題能力，2015 年加測合作式解決問題能力，2018 年則加測全球素養，使得評量情境變得更加廣泛且更貼近日常生活，藉此評估學生是否能運用自己的知識與技能來解決現實生活中的問題 (陳盈如等，2022)。顯然對於數學素養的定義，除了聚焦在數學學科知識的獲得，以及數學問題解題能力之外，已經開始考慮數學素養的其他維度。

但不論是數學素養，抑或是新素養，透過時代的演變以及數學教育的發展，我們理解「數學素養」是會為了適應時代需求或數學知識的發展而改變的，是會隨著時代的流變與時俱進的。我們預期數學素養愈成功的人，愈能善用數學工具做出有根據的判斷，亦愈能適應社會的變化，這是具建設性、投入性及反思能力的公民所需應具備的 (Thrilling & Fadel, 2009; OECD, 2022; Kristanto & Santoso, 2020)。所以，觀之數學素養的宏觀理念，就是「數學素養」是一個得以讓個體運用數學知識為基礎，並有自信地應用相關知識解決日常生活問題的有機體。而素養導向之課程的最終理想目標即是養成能隨著社會變遷、時代演進，而不斷學習以支持個體改變得適應世界的學習能力。

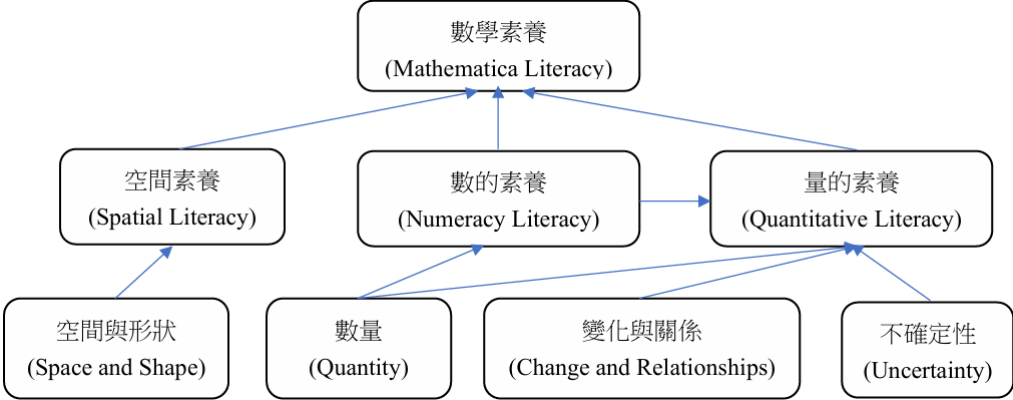
二、「數學素養」的微觀解析

如前文所述，「數學素養」是理念，一種能力展現的理念，那麼學習者應依據哪些指標或內容達成這樣的理念？de Lange (2003) 認為要釐清數學素養內涵，應先了解數學的組成究竟為何，亦即「數學素養」的微觀解析。de Lange 將數學學習內容區分為數量 (quantity)、空間與形狀 (space and shape)、變化與關係 (change and relationships)、以及不確定性 (uncertainty)，這四部份也成為 PISA 2022 評量所採用的架構 (OECD, 2018)。其中，數量就是我們需藉由理解一些量化的各種表徵，如「大小」、「多少」、「長短」等這些數量來解釋周遭的環境；不確定性所包含的特定數學概念像資料呈現、以圖表表現資料、用平均數或中位數等數值描述資料，或由資料獲得的推論等；變化與關係通常可以用數據 (包括表格)、符號、和圖形表徵並自由地轉換，以及瞭解察覺基本的關係和變化；空間與形狀則包含察覺形狀與模式、瞭解形體的動態變化、或形體在二維平面及三維空間的表徵及其對應關係，以及在空間中進行有目的的移動等。

從這四類知識內容出發，de Lange 描繪出數學素養的關係架構圖，如圖 1，其中的箭頭即指上一層的知識概念可由下一層的知識概念來養成。舉例來說，「空間素養 (spatial literacy)」可由「空間與形狀」的知識養成，或是說「空間素養」能力可藉由「空間與形狀」的訓練而習得；數的素養 (numeracy literacy) 可由數量的知識養成；至於量的素養 (quantitative literacy) 則需要數量、變化與關係和不確定性 (uncertainty) 的知

識養成，並需要數的素養支持。而最終的數學素養，即可藉由空間素養、數的素養和量的素養達成。

圖 1
數學素養關係架構圖



譯自 Mathematics for Literacy, by de Lange (2003)

儘管 de Lange 描繪出數學知識對數學素養的關係架構圖，但 de Lange 並沒有說明他所謂的 literacy 與學習內容之間有何差別？因此，要在課程中實踐數學素養，則需更明確的描述，就像 NRC (2001) 主張「數學熟練程度」概念，具體描述有關個人思維的知識以及監控個人理解和問題解決活動的後設認知能力，是與善用各種解題策略及適性的推論有密切的關聯 (左台益，2018；NRC, 2001)，認為每位成功的數學學習者的方法，可透過五個面向學習：(1) 概念理解，指各數學概念間的整合性及功能性中樞；(2) 程序流暢，指對於程序性知識的瞭解以及如何適當使用程序知識，以及彈性、準確而有效率地、合適地運用程序性知識及執行的過程技能；(3) 策略運用，指能夠形成、表徵和解決數學問題的能力；(4) 適性推論，指能夠在概念及情境間進行邏輯性思維的能力；(5) 建設性傾向，是指將數學視為有理、有用且有價值的學問，並且相信自己有能力且願意努力成為有效率的學習者，以及數學知識的實踐者。前述五個學習面向，又稱為五股數學力，說明概念的理解及程序的流暢扮演重要的輔助角色。同時學習者如果無法學會監控和調整自己的學習過程，知識基模將無法完整地建構，也無法轉化學習經驗以幫助新知識的學習，影響正確學習方法的建立。在這裡，前四者可視為能力的表現，第五項的數學力已超乎了慣有的數學精熟表現，取而代之的是強調個人特質的心智能力、意向取向以及態度表現。

另外，Steen (1997) 提出數學素養涉及十個要素：對數學的信心、對數學文化的欣賞、能解釋數據、能邏輯思考、能做出決策、對上下文中數學的理解、對數字有敏感度、具有實踐技能、擁有先備知識及代數符號的能力。Graven 與 Venkat (2007) 亦簡單指出數學素養的關鍵能力在於能理解內容與上下文之間的脈絡關係。Jablonka 與 Niss (2014) 則具體提出數學素養應具備特定數學構面的八種「能力」，分別是：數學式思考、數學布題與解題、數學建模、數學式推理、數學表徵、處理數學符號和形式、數學溝通、利用輔助工具；後來，Niss 與 Jablonka (2020) 在數學教育百科全書之「數學素養」單元中，也以這八種「能力」作為數學素養的詮釋 (陳盈如等，2022)。國內學者左台益等 (2018) 也統整出數學素養的三面 15 項要素，如表 1。

表 1
數學素養之要素

建模歷程	數學識能 (左) ³	內容知識
形成	溝通	數與量
應用	數學化	代數
詮釋	表徵	幾何
評估	擬定策略	機率統計
	符號使用	
	推理論證	
	工具使用	

(引自左台益等，2018，頁 42)

將表 1 與上述內容比較，不難發現 de Lange 數學素養的知識關係架構，可對應於左台益等人的「內容知識」構面；Jablonka 與 Niss (2014) 所指數學式思考，即為數學化的能力與應用，再加上其餘七種能力，皆可涵蓋於左台益等人的「數學識能 (左)」與「建模歷程」構面下。

³表 1 中的「數學識能」是指左台益等 (2018) 的用語，為避免混淆，在本文中記作「數學識能 (左)」，與本研究將要定義的「數學識能」評量是不同的概念。如下一節所述，本研究將以「知行識」做為課程架構，而課程包括評量，所以對「知行識」三個向度皆須有評量規準，本研究「知行識」各向度的學習表現分別稱為「知能」、「技能」和「識能」，並據以設計評量規準。

綜觀所述，我們可以說「數學素養」的宏觀理念就是能夠將習得之數學能力轉化為解決問題的有效工具，為需探究或不確定的訊息進行評估預測，享受與時俱進的學習樂趣，養成面對生活的挑戰與自信的一種信念與力量。而「數學素養」的微觀解析，則是為達成此一宏觀理念所應學習之數學課程。本研究所發展之「識讀文本」及其課程即在於實踐「數學素養」之微觀解析。而「知行識」即為有助於實踐此微觀解析之課程架構，企圖實現「數學素養」的宏觀理念。

第二節 「知行識」課程架構

十二年國教總綱開宗明義地將「核心素養」定義為「一個人為適應現在生活及未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度」(教育部，2014，頁 3)。然數學領綱的研修團隊認為「知識」和「能力」都是可以在十二年國教課程裡次第發展的學習目標，但是「態度」的層次較高，可以說是十二年國民基本教育完成之時的總體目標(單維彰，2016)。亦如前文所述，在數學素養的學習內容中，也內含較高層次的認知，甚至包括賞識 (appreciation)、信念價值等情意面向，因此「態度」向度不容易直接用來做為數學課程或教材設計的架構。基於此，「前導研究」提出以數學素養為核心理念，以「知行識」做為各階段課程的架構，以便「容易讓教科書編著者、教學者、評量者，都能了解課程設計的方向，使課程整體與實際執行之間能夠順利銜接」(林福來等，2013，頁 30)，如圖 2 所示，透過數學的「知行識」滾動，育成國民基本數學素養。

圖 2
12 年國教數學課程架構



(取自林福來等，2013，頁 31)

在「知行識」三者中，前二者可對應核心素養的「知識、能力」，而「識」即在數學課程設計的考量之下取代了「態度」。關於「知行識」的詮釋，單維彰(2018a)的描述，值得全文引述如下：

參考文獻

- 水心 (1979)。國民教育論叢。臺北市：臺灣商務印書館。
- 左台益、李健恆 (2017)。從教學事件分析國中數學教科書與備課用書之設計脈絡——以三角形性質單元為例。教科書研究，10 (2)，67-97。
- 左台益、李健恆、潘亞衛、呂鳳琳 (2018)。臺灣、新加坡及巴西數學教科書中數學素養內涵之比較—以畢氏定理為例。教科書研究，11 (3)，33-62。
- 呂秀蓮 (2019)。課綱為本課程設計經驗之研究：以國中教師為對象。教育實踐與研究，32(1)，1-32。
- 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏 (2013)。教育部提升國民素養實施方案—數學素養研究計劃結案報告。教育部提升國民素養專案辦公室研究計劃成果報告。取自 <http://literacytw.naer.edu.tw/data/cht/20140801/20140801lu4v194.pdf>
- 林芳玫、洪萬生 (2009)。數學小說初探：以結構主義敘事分析比較兩本小說。科學教育學刊，17 (6)，531-549。
- 林保平 (2005)。正負數的概念及其加減運算。科學教育月刊，277，10-22。
- 林福來 (2021)。二十一世紀技能數學素養教學與評量的指標。載於教育部國教署 (編)，央團數學月刊。取自 <https://cirn.moe.edu.tw/Upload/file/42440/119817.pdf>
- 林福來、單維彰、李源順、鄭章華 (2013)。十二年國民基本教育領域綱要內容前導研究「整合型研究子計畫三：十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究研究報告」。新北市：國家教育研究院。
- 柯華葳著、陳明蕾編 (2022)。語言、語文與閱讀。新竹市：國立清華大學出版社。
- 洪有情編 (2023)。國中數學 1 上、1 下 (教科書、習作、教師手冊)。臺北市：康軒。
- 洪裕宏 (2011)。定義與選擇國民核心素養的理論架構。研習資訊，28(4)，15-24。
- 洪震宇 (2022)。精準提問。臺北市：漫遊者文化。
- 徐偉民 (2013)。國小教師數學教科書使用之初探。科學教育學刊，21(1)，25-48。
- 徐偉民、柯富淪 (2014)。臺灣、芬蘭、新加坡國小數學教科書幾何教材之比較。教科書研究，7(3)，101-141。
- 徐偉民、黃皇元 (2012)。臺灣與芬蘭國小數學教科書分數教材內容之分析。課程與教學季刊，15 (3)，75-108。
- 秦麗花 (2016)。數學閱讀指導的理論與實務。臺北市：洪葉文化。

- 秦麗花、邱上真 (2004)。數學文本閱讀理解相關因素探討及其模式建立之研究~以角度單元為例。《**特殊教育與復健學報**》，**12**，99-121。
- 國立臺灣師範大學心理與教育測驗研究發展中心 [心測中心] (2021)。十二年國教課綱國民中學標準本位評量示例彙編：數學領域。臺北市：作者。取自 <https://sbasa.rcpet.edu.tw/SBASA/documents/Math.pdf?20200805>
- 國家教育研究院 (2021)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。新北市：作者。取自 <https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>
- 張幼賢編 (2023)。國中數學 1 上、1 下 (教科書、習作、教師手冊)。臺北市：翰林。
- 張芬芬 (2012)。文本分析方法論及其對教科書分析研究的啟示。載於國家教育研究院 (主編)，**開卷有益：教科書的回顧與前瞻** (頁 161-197)。臺北市：高等教育出版社。
- 張芬芬、陳麗華、楊國揚 (2010)。臺灣九年一貫課程轉化之議題與因應。《**教科書研究**》，**3(1)**，1-40。
- 張春興 (2012)。教育心理學—三化取向的理論與實踐。臺北市：東華書局。
- 張祖忻、朱純 (1995)。教學設計—基本原理與方法。臺北市：五南書局。
- 教育部 (1973)。高級中學課程標準。臺北市：正中書局。
- 教育部 (2005)。普通高級中學課程暫行綱要。臺北市：作者。
- 教育部 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市：作者。
- 教育部 (2018)。十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要。取自 <https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>
- 郭明田 (2021)。國中數學素養導向教學設計與學習成效之行動研究。《**臺灣教育評論月刊**》，**10(10)**，196-228。
- 陳玉芬、單維彰 (2021)。符號語言學做為數學的教學進路初探—以負數的概念模型譬喻為例。《**臺灣數學教師**》，**42(1)**，1-16
- 陳玉芬、單維彰 (2022)。數學識能評量初探—以 7 年級分數主題為例。《**臺灣教育評論月刊**》，**11(9)**，118-123。
- 陳玉芬、趙子揚、單維彰 (2023)。數學識讀文本教學對數學素養之影響—以負數單元為例。《**臺灣數學教育期刊**》，**10(2)**，27-54。 [http://doi.org/10.6278/tjme.202310_10\(2\).002](http://doi.org/10.6278/tjme.202310_10(2).002)
- 陳宜良、單維彰、洪萬生、袁媛 (2005)。中小學數學科課程綱要評估與發展研究。臺北市：教育部

- 陳金尚 (2016)。國中數學素養之數位評量設計與探討 (未出版論文)。國立臺灣師範大學數學系研究所碩士論文。
- 陳冒海 (1989)。我國國民中學數學課程之發展。教育資料集刊，14，157-194。
- 陳冒海編 (2023)。國中數學 1 上、1 下 (教科書、習作、教師手冊)。臺北市：南一。
- 陳盈如、左太政、劉嘉茹 (2022)。PISA 視角下：數學素養概念架構與量表工具之發展與驗證。科學教育學刊，30 (2)，121-147。
- 陳珮珊、秦爾聰 (2013)。數學探究教學對國中七年級學生數學素養影響之研究。科學教育月刊，361，37-49。
- 陳麗華 (2008)。評介「為學習而設計的教科書」及其對我國中小學教科書設計與研究的啟示。教科書研究，1 (2)，137-159
- 陳嘉皇 (2007)。國小三年級學童代數推理教學與解題表現研究。高雄師大學報：自然科學與科技類，23，125-150。https://doi.org/10.7060/KNUJST.200712.0125
- 單維彰 (2016)。素養、課程與教材—以數學為例。國家教育研究院《教育脈動》電子期刊 5。https://bit.ly/3bcSYBj
- 單維彰 (2017)。以知行識做為數學素養培育架構的課程綱要內涵。第 19 屆「兩岸三地課程理論」研討會，台北市：國立臺北教育大學。
- 單維彰 (2018a)。論知行識做為素養培育的課程架構—以數學為例。臺灣教育評論月刊，7 (2)，101-106。
- 單維彰 (2018b)。108 數學課程的展望。國家教育研究院「21 世紀人才培育：教育系統之自主·跨域·創新」國際學術研討會，新北市。
- 單維彰 (2018c)。中學數學教育的半世紀回顧及其啟示，教育研究月刊，294，4-18。
- 單維彰 (2021)。數學素養課程的轉銜。課程研究期刊，16 (1)，1-16。
- 單維彰 (主編) (2020)。分科教材教法：中學數學教材教法。臺北市：五南。
- 曾志朗、柯華葳、李俊仁、陳明蕾 (2017)。105 年度「十二年國民基本教育實施計畫提升國民素養實施方案」。國家教育研究院研究報告 (NAER-105-12 -B-2-05-00-1-05)。新北市：國家研究院。
- 游自達 (2016)。數學素養之意涵與其變遷。國家教育研究院《教育脈動》電子期刊 5。https://bit.ly/3bcSYBj
- 黃嘉雄 (2017)。十二年國教素養 導向教學的觀念迷思。論文發表於國立臺北教育大學舉辦之「第十九屆兩岸三地課程理論研討會」，臺北市。

- 楊德清 (2018)。未來中小學數學教科書發展新方向之我見我思。臺灣教育評論月刊，7 (10)，151-155。
- 楊德清、洪素敏 (2008) 分數補救教學之歷程的研究。教育研究與發展期刊，4 (2)，85-118。
- 楊德清、鄭婷芸 (2015)。臺灣、美國與新加坡國中階段幾何教材內容之分析比較。教育科學研究期刊，60 (1)，33-72。
- 葉惠貞 (2021)。讀繪本，學素養。天下文化。
- 葉興華 (2011)。我國國中小教科書使用問題及促進未來教科書使用之道。教師天地，174，62-68。
- 圖地 [@todemap] (2022，7 月 30 日)。誰是國中課本的霸主[臉書貼文]。臉書。
https://www.facebook.com/110705290699375/posts/566913121745254/?locale=ms_MY
- 歐用生 (2000)。內容分析法。載於黃光雄、簡茂發(主編)，教育研究法(頁 229-254)。臺北市：師大書苑。
- 蔡清田 (2020)。十二年國民基本教育課程綱要研修的核心素養。臺灣教育評論月刊，9 (1)，頁 8-12。
- 鄭章華、單維彰 (2015)。素養導向之數學教材初探。邁向十二年國教新課綱的第一哩路：從課綱轉化到學校教育的系統性變革學術研討會。新北市：國家教育研究院。
- 鍾靜、林鳴芳、白玉如 (2014)。以不同觀點分析問題探討 芬蘭國小數學教科書。教科書研究，7 (1)，31-79。
- 蘇意雯 (2023)。國中數學史數位閱讀文本之開發初探。臺灣數學教育期刊，10 (1)，1-28。
[http://doi.org/10.6278/tjme.202304_10\(1\).001](http://doi.org/10.6278/tjme.202304_10(1).001)
- Wiggins, G., & McTighe, J. (2014). 重理解的課程設計 (賴麗珍譯)。臺北市：心理出版社 (原著出版於 2005)。
- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 786-795.
- Albert, L. R., Corea, D., & Macadino, V. (2012). *Rhetorical ways of thinking: Vygotskian theory and mathematical learning*. Dordrecht: Springer.
- Alibert, D., & Thomas, M. (2002). Research on mathematical proof. In D. Tall (Ed). *Advanced Mathematical thinking* (pp. 215-230). Netherlands: Springer, Dordrecht.
https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_13

- Altıparmak, K., & Özdoan, E. (2010). A Study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31- 47. <http://doi.org/10.1080/00207390903189179>
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representation in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
- Areepattamannil, S. (2014). International note: What factors are associated with reading, mathematics, and science literacy of Indian adolescents? A multilevel examination. *Journal of Adolescence*, 37(4), 367–372. <http://doi.org/10.1016/j.adolescence.2014.02.007>
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1986). The relationship Between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.) *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 75-112). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Berns, R., & Erickson, P. (2001). *Contextual teaching and learning: Preparing students for the new economy*. Retrieved on 12-12-2011 from http://www.cord.org/uploadedfiles/NCCTE_Highlight05ContextualTeachingLearning.pdf.
- Blair, K. P., Rosenberg-Lee, M., Tsang, J. M., Schwartz, D. L., & Menon, V. (2012). Beyond natural numbers: negative number representation in parietal cortex. *Frontiers in Human Neuroscience*, 6(7), 1-17. <http://doi.org/10.3389/fnhum.2012.00007>
- Bofferding, L. (2014). Negative integer understanding: Characterizing first graders' mental models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194–245. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.45.2.0194>
- Branch, R. M. (2009). *Instructional Design: The ADDIE Approach*. New York: Springer.
- Branson, R. K., Rayner, G. T., Cox, J. L., Furman, J. P., & King, F. J. (1975). *Interservice procedures for instructional systems development. Executive summary and model*. Center for Educational, The Florida State University.
- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2004). Rationals and decimals as required in the school curriculum. Part 1: rationals as measurements. *J. Math. Behav.* 23, 1–20. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2003.12.001>
- Brozo, W., Shiel, G., & Topping, K. (2007). Engagement in reading: Lessons learned from three PISA countries, *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 51(4), 304-315.
- Carpenter, T., Corbitt, M., Kepner, H., Lindquist, M., Reys, R. (1980). Results of the second NAEP mathematics assessment: Secondary school. *Mathematics Teacher*, 73, 329-338.
- Cervetti, G., & Pearson, P. D. (2012). Reading, writing, and thinking like a scientist. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 55(7), 580-586. <https://doi.org/10.1002/JAAL.00069>

- Chen, C. H., & Chiu, C. H. (2016). Collaboration scripts for enhancing metacognitive self-regulation and mathematics literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(2), 263–280. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9681-y>
- Coiro, J., & Dobler, E. (2007). Exploring the online comprehension strategies used by sixth-grade skilled readers to search for and locate information on the Internet. *Reading Research Quarterly, 42*(2), 214-257. <https://doi.org/10.1598/RRQ.42.2.2>
- Cortina, J. L., Visnovska, J. & Zuniga, C. (2014). Unit fractions in the context of proportionality: supporting students' reasoning about the inverse order relationship. *Mathematics Education Research Journal, 26*, 79-99. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0112-5>
- Damerow, P. (2007). The Material Culture of Calculation. In U. Gellert & E. Jablonka (Eds.), *Mathematisation and demathematisation: Social, political and philosophical ramifications* (pp. 19-56). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789460911439_003
- Davis, O. L., & Hunkins, F. P. (1986). Textbook questions: What thinking processes do they foster? *Peabody Journal of Education, 43*(5), 285-292.
- de Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. In B. L. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*. Princeton, NJ: National Council on Education and Disciplines.
- Department for Education (2013). The National Curriculum in England: Framework Document. Retrieved 2013.11.18, Retrieved from https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/254336/MASTER_final_national_curriculum_11_9_13_2.pdf.
- Department of Basic Education (DBE). (2011). *Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS): Mathematical Literacy*. Pretoria, South Africa: Government Printers.
- Dick, W., Carey, L., & Carey, J. O. (2009). *The Systematic Design of Instruction* (7th ed.). Upper Saddle River, New Jersey: Pearson.
- Dostal, H. M., & Robinson, R. (2018). Doing mathematics with purpose: mathematical text types. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, 91*(1), 21-28, <http://doi.org/10.1080/00098655.2017.1357409>
- Draper, R. J. (2002). School mathematics reform, constructivism, and literacy: A case for literacy instruction in the reform-oriented math classroom. *Journal of Adolescent and Adult Literacy 45*(6), 520-529.
- Dym, C. L. (2004). *Principles of Mathematical Modeling* (2nd ed.). San Diego, CA: Elsevier Academic Press.
- Ekowati, K. C., Darwis, M., Pua Upa, H. M. D., & Tahmir, S. (2015). The application of contextual approach in learning mathematics to improve students motivation at SMPN. *International Education Studies, 8*(8), 81-86. <http://doi.org/10.5539/ies.v8n8p81>

- Fang, Z., & Coatoam, S. (2013). Disciplinary literacy: What you want to know about it. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 56(8), 627–632.
- Fuadiah, N. F., Suryadi, D., & Turmudi (2017). Some difficulties in understanding negative numbers faced by students: A qualitative study applied at secondary schools in Indonesia. *International Education Studies*, 10(1), 24-38. <http://doi.org/10.5539/ies.v10n1p24>
- Gabriel, F., Coché, F., Szucs D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children’s difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*. 4, 1-12. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715>
- Gagatsis, A., & Maria, A. (2022). A review of the research in teaching and learning the negative numbers: an “action research” concerning the application of the geometrical model of the number line. *Didattica della Matematica [DdM]*. 11, 9-32. <https://doi.org/10.33683/ddm.22.11.1>
- Gagné, R., Wager, W., Golas, K., & Keller, J. (2005). *Principles of Instructional Design* (5th ed.). Belmont , CA : Thomson/Wadsworth.
- Gatabi, A. R., Stacey, K., & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal*, 24(4), 403–421.
- Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: A five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003–1024.
- Graven, M., & Venkat, H. (2007). Emerging pedagogic agendas in the teaching of Mathematical Literacy. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 11(2), 67-84. <https://doi.org/10.1080/10288457.2007.10740622>
- Haara, F. O., Bolstad, O. H., & Jenssen, E. S. (2017). Research on mathematical literacy in schools - Aim, approach and attention. *European Journal of Science and Mathematics Education* , 5(3), 285-284. <https://doi.org/10.30935/scimath/9512>
- Hanna, G. (2002). Mathematical proof. In D. Tall (Ed) *Advanced mathematical thinking*, (pp.54–61). Netherlands: Springer.
- Harlaar, N., Dale, P. S., & Plomin R. (2007). From learning to read to reading to learn: Substantial and stable genetic influence. *Child Development*, 78, 116-131.
- Heinich, R., Molenda, M., & Russell, J. D. (1982). *Instructional Media and The New Technologies of Instruction* (2nd ed.). San Francisco: John Wiley & Sons.
- Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). The cognitive gap between arithmetic and algebra, *Educational Studies in Mathematics* 27(1), 59-78.

- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Höfer, T., & Beckmann, A. (2009). Supporting mathematical literacy: Examples from a cross-curricular project. *International Journal on Mathematics Education*, 41(1), 223–230. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0117-9>
- Hoffer, W. W. (2020). *Developing Literate Mathematicians: A Guide for Integrating Language and Literacy Instruction into Secondary Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Jablonka, E., & Niss, M. (2014). Mathematical literacy. In S. Lerman, B. Sriraman, E. Jablonka, Y. Shimizu, M. Artigue, R. Even, R. Jorgensen, & M. Graven (Eds.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 391-396). Dordrecht: Springer.
- Jewitt, C., & Kress, G. (2003). *Multimodal Literacy*. New York: Peter Lang.
- Johnson, E. B. (2002). *Contextual Teaching and Learning: What It Is and Why It's Here to Stay*. Thousands Oaks: Corwin.
- Jürges, H., Schneider, K., Senkbeil, M., & Carstensen, C. H. (2012). Assessment drives learning: The effect of central exit exams on curricular knowledge and mathematical literacy. *Economics of Education Review*, 31(1), 56-65. <http://dx.doi.org/10.1016/j.econedurev.2011.08.007>
- Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. Unpublished Ph.D. Dissertation, University of Gothenburg, Gothenburg, Sweden. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/305033448_Making_Sense_of_Negative_Numbers on Oct 12, 2020.
- Kirshner, D., & Awtry, T. (2004). Visual salience of algebraic transformations. *Journal for Research in Mathematics Education* 35(4), 224–257.
- Kristanto, Y. D., & Santoso, E. B. (2020). Towards a mathematics textbook for supporting 21st century learning: The student perspective. *Journal of Physics: Conference Series*. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012037>
- Lakoff, G. & Johnson, M. (2003). *Metaphors We Live By*. London: University of Chicago
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books
- Lin, Y. H., & Tsai, L. T. (2021). Development of mathematics reading assessment: psychometric Evaluation Based on SEM and IRT. *International Journal of Education, Psychology and Counselling*, 6(38), 46-56.

- Linchevski, L., & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations, *Educational Studies in Mathematics* 30 (1), 39–65.
- Linchevski, L., & Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173–196. <https://doi.org/10.1023/A:1003606308064>
- Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review*, 38, 201-221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>
- Lustick, D. (2010). The priority of the question: Focus questions for sustained reasoning in science. *Journal of Science Teacher Education*, 21(5), 495-511.
- Mannaz, M. (1998). An expert teacher's thinking and teaching and instructional design models and principles: An Ethnographic study. *Educational Technology Research and Development*, 46(2), 37-64.
- Maryani, N., & Widjajanti, D. B. (2020). Mathematical literacy: How to improve it using contextual teaching and learning method? *Journal of Physics: Conference Series* 1581. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1581/1/012044>
- Mason, J. (1980). When is a symbol symbolic? *For the Learning of Mathematics* 1(2), 8-12.
- Mckenna, M. C., & Robinson, R.D. (2002). *Teaching through text-reading and writing in the content area*. New York: Person.
- Molenda, M. (2003). In search of the elusive ADDIE model. *Performance Improvement*, 42(5), 34–36. <https://doi.org/10.1002/pfi.4930420508>
- Molina, M., & Castro, E. (2021). Third grade students' use of relational thinking. *Mathematics*, 9(2), 187. <https://doi.org/10.3390/math9020187>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1945). The second report of the commission on post-war plans. *The Mathematics Teacher*, 38(5), 195-221. <https://doi.org/10.5951/MT.38.5.0195>
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Authors.
- National Research Council (NRC). (2001). *National Science Education Standards*. Washington, DC: National Academic Press.
- NCTM (1970/2002). *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*, Reston, VA: Author.
- NCTM (1989) *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2002). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2004). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 35-55). Cham, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_2
- Niss, M., & Jablonka, E. (2020). Mathematical literacy. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 391-396). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-157890_100
- Norberg, M. (2019). Potential for meaning making in mathematics textbooks. *Designs for Learning, 11*(1), 52–62. <https://doi.org/10.16993/df1.123>
- NRC (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). *Mathematics learning study committee, center for education, division of behavioral and social sciences and education*. Washington, DC: National Academy Press.
- O'Halloran, K. L. (1998). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education, 10*(3), 359-388. [https://doi.org/10.1016/S0898-5898\(99\)00013-3](https://doi.org/10.1016/S0898-5898(99)00013-3)
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (1999). *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment*. OECD Publishing. Retrieved from <https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33693997.pdf>
- OECD (2004). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. OECD Publishing. Retrieved from <https://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf>
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- OECD (2018). *PISA 2022 Mathematics Framework*. OECD Publishing. Retrieved from <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html>
- OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing. Retrieved from <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- OECD (2022). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing. Retrieved from https://www.oecd-ilibrary.org/fr/education/pisa-2022-assessment-and-analytical-framework_dfe0bf9c-en

- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 33(5), 158-175.
- Pimm, D. (1981). Metaphor and analogy in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 47–50.
- Polya, G. (1954). *Induction and Analogy in Mathematics*. Princeton University Press.
- Pujiastuti, H., & Haryadi, R. (2023). Enhancing mathematical literacy ability through guided inquiry learning with augmented reality. *Journal of Education and e-Learning Research*, 10(1), 43-50. <http://doi.org/10.20448/jeelr.v10i1.4338>
- Roth, W.M., Ercikan, K., Simon, M., & Fola, R. (2015). The assessment of mathematical literacy of linguistic minority students: Results of a multimethod investigation. *Journal of Mathematical Behavior*, 40, 88–105. <http://doi:10.1016/j.jmathb.2015.01.004>
- Saxe, G., et al. (2007). Learning about fractions as points on the number line. In W. G. Martin, M. E. Strutchens, & P. C. Elliott (Eds.), *The learning of mathematics: The 69th yearbook* (pp. 221-237). Reston, VA: NCTM.
- Schmidt, W., Houang, R. & Cogan, L. (2002). A coherent curriculum the case of mathematics. *Journal of Direct Instruction*, 4(1), 13–28.
- Schöber, C., Schütte, K., Köller, O., McElvany, N., & Gebauer, M. M. (2018). Reciprocal effects between self-efficacy and achievement in mathematics and reading. *Learning and Individual Differences*, 63, 1-11.
- Selvianiresal, D., & Prabawanto, S. (2017). *Contextual Teaching and Learning Approach of Mathematics in Primary Schools*. 2017 International Conference on Mathematics and Science Education (ICMScE), IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 895 (2017) 012171. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012171>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.
- Sfard, A. (1997). Commentary: On metaphorical roots of conceptual growth. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (339-371). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communication*. Cambridge University Press.
- Shanahan, C., & Shanahan, T. (2014). Does disciplinary literacy have a place in elementary school? *The Reading Teacher*, 67(8), 636–639.
- Soto-Andrade, J. (2007). Metaphors and cognitive modes in the teaching-learning of mathematics. Proc. CERME 11.

https://www.researchgate.net/publication/228583228_Metaphors_and_cognitive_modes_in_the_teaching-learning_of_mathematics

- Stacey, K. (2015). The International Assessment of Mathematical Literacy: PISA 2012 Framework and Items. In Sung-Je Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th international congress of mathematical education*. (pp.771-790). Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_43
- Steen, L. A. (1997). *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. New York, NY: The College Board.
- Thompson, P. W. & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and Multiplicative Reasoning. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *Research companion to the principles and standards for school mathematics* (pp. 95-114), NCTM Press.
- Thrilling, B., & Fadel, C. (2009). *21st Century Skills: Learning for Life in Our Times*. San Francisco: John Wiley & Sons
- Tymoczko, I. (1986). Making room for mathematicians in the philosophy of mathematics. *The Mathematical Intelligencer*, 8 (3), 44-50.
- Umbara, U., & Suryadi, D. (2019). Re-Interpretation of Mathematical Literacy Based on the Teacher's Perspective. *International Journal of Instruction*, 12(4), 789-806. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12450a>
- Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity'. *Learning and Instruction* 14 (2004), 469–484
- Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization: The case of the minus sign. *Philosophical Psychology*, 21(4), 555-570. doi: 10.1080/09515080802285552
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and language* (E. Hanfmann & G. Vakar, Eds. and Trans.). Cambridge: MIT Press.
- Wible, D. (2005). *Language learning and language technology*. Taipei: Crane Publishing.
- Yuan, Y, & Chen, K. (2023). Whole Number Bias of Students in Fraction Number Line Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education* 21(5), 1433–1449. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10315-0>
- Zaslavsky, O. (2019). There is more to examples than meets the eye: Thinking with and through mathematical examples in different settings. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 245-255. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.10.001>