

107高中數學課程的 新方向

MTS 2016

單維彰

國立中央大學師資培育中心與數學系

民國105年11月12日

素養、數位、特色課程

◆ 高二分軌，三類課程終點

「文」與「商」的分離

◆ 數學作為一種語言

把握「素養」的精神

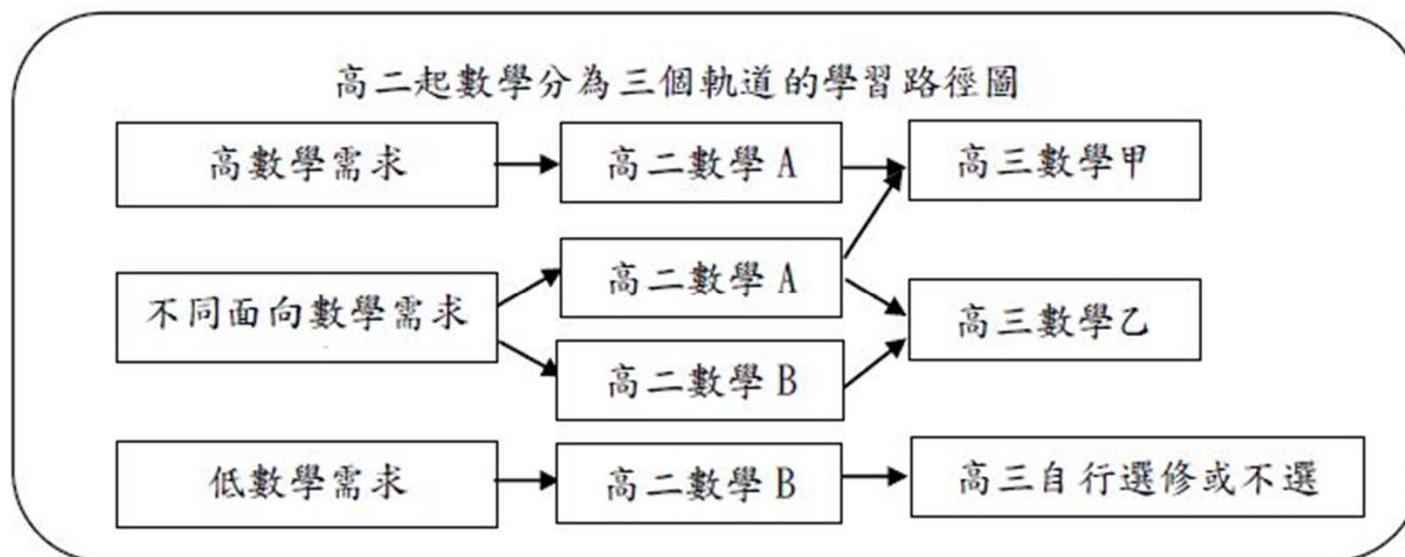
◆ 自然且常態地使用 Calculator

可觀察，可實驗（忌盲動，慎歸納）

◆ 加深 vs 加廣的數學選修課程

高中數學分三軌

- ◆ 「社會組」和「文組」的分辨
- ◆ 「社會組」和「自然組」的分辨



數學素養

◆ **Literacy**

知某數 · 識某文

◆ **Numeracy**

◆ **Mathematical Literacy**

數學素養——PISA 2011 版

在不同情境脈絡中，個人能辨識、做及運用數學的能力，以及藉由描述、建模、解釋與預測不同現象，來瞭解數學在世界上所扮演的角色之能力。

數學素養是連續的，即數學素養愈高的人，愈能善用數學工具做出有根據的判斷，這也正是具建設性、投入性及反思能力的公民所需具備的。

臺灣 PISA 國家研究中心 (民100)

數學素養——PISA 2013 版

個人有能力在多樣的情境中去形成、應用與詮譯數學，這包括了數學化推理與使用數學概念、程序、事實與工具來描述、解釋與預測現象。

數學素養輔助個人認知到數學在世界上扮演的角色，促成建設性、積極參與以及能反思的公民所需之周延有據的判斷與決策。

OECD (2013)

數學素養——國民素養版

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效與他人溝通觀點。

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)

數學素養的思想原則

- ◆ 數學作為一種語言（支持終身學習）
- ◆ 重視數學中的文化素材
- ◆ （對學習者）有意義的學習脈絡
- ◆ 實踐「以人為本」的核心內涵

數學作為一種語言

- ◆ 1—4年級：母語的學習

- ◆ 搭配自然語言的日常意義而學習

- ◆ 5—10年級：基礎外語的學習

- ◆ 輔以母語的第二語言學習

- ◆ 以支援終身學習（掃除文盲）為基本原則

- ◆ 11—12年級：專業外語的學習

- ◆ 滿足專業或博雅的需求，不必假扮動機與情境

- ◆ 目標清楚、鷹架完整、講究效率

高中數學作為一門學科

◆ 學科 vs 學術

◆ 學科：School Subject / 在規劃中達成目標 (PCK) (考試)

◆ 學術：Academic Discipline / 產生新的知識或典範

◆ 理工商管社醫農之普通高中數學學科 (2A、甲、乙)： 作為大學之數學相關共同基礎

微積分、線性代數、統計

計算機概論/原理

的預備教育 (專業)

◆ 文史法政藝美之普通高中數學學科 (2B)： 作為文化傳承者的博雅教育 (素養)

例 1：11B 內容綱要

- ◆ 較早介紹圓錐曲線，視覺與投影的認識
- ◆ 仍有條件機率與貝氏定理，但以列聯表作為工具
- ◆ 仍有空間概念但強調截面的認識，外加球面的經緯線
- ◆ 比例問題的再現，搭配設計觀點的平面幾何
- ◆ 仍有弧度量但僅以正弦函數描述週期現象
- ◆ 不但有指數函數而且認識連續複利

例 2：多項式函數

- ◆ 繼續調整多項式的教學方向
 - ◆ 99：刪除其對應正整數的代數性質
 - ◆ 107：延後方程式論的課題，不急著求根
- ◆ 函數圖形的特徵
 - ◆ 大域由最高次項決定
 - ◆ 局部像一條直線
- ◆ 從二次函數提升到三次函數
 - ◆ 相對極值與反曲點的前置經驗

例 3：向量與矩陣

- ◆ 繼續調整向量的教學方向
 - ◆ 99：弱化平面向量、強調線性組合
 - ◆ 107：減輕位移向量，加重位置向量
- ◆ 線性組合
 - ◆ 矩陣乘法與聯立方程式的一致性表徵
 - ◆ 向量作為點的「交通工具」
- ◆ （坐標方法足以取代平面向量）
 - ◆ 平面向量可僅為空間向量的簡化類比

計算機 Calculator

- ◆ 已經談了卅年，不願再「談」下去
- ◆ 不好高騖「電腦」「平板」
- ◆ 每台300元以內的「公平」
- ◆ 不取代手算 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 與化簡 $\sqrt{12}$
- ◆ 數的客觀存在；常態化
- ◆ 用來「學數學」：實驗、探索、真情境

數的客觀存在

- ◆ 指數：分數或小數次方是什麼？算
- ◆ 對數： $\log_7 10$ 「10的幾次方是7」？算
科學記號數字的「尾數」(mantissa)
- ◆ 通過原點的直線與極坐標，算
(從直線上的點坐標「定義」三角比)
- ◆ 三角：斜率與兩直線夾角，算
無坐標： \arcsin 、 \arccos ，有坐標： \arctan

極限的逼近意涵

- ◆ 多項式函數的極限（通常）是假議題
- ◆ 超越函數的不定形式極限才有趣
- ◆ 弧度量的動機

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

- ◆ 標準指數的動機

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} < 1 < \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x}$$

加深、加廣選修課程

◆ 加深 or 加廣

都與升學有關：須嚴謹而公開

◆ 遺珠之集結

較易實施，留意其意義與價值

◆ 加深

著重於銜接

◆ 加廣

仍須著重素養

遺珠集結

- ◆ 排列組合
- ◆ 多項式與正整數
- ◆ 轉移矩陣
- ◆ 線性規劃
- ◆ 平面幾何中的向量方法
- ◆ 圓錐曲線

遺珠集結

- ◆ 排列組合
- ◆ 多項式與正整數
- ◆ 轉移矩陣
- ◆ 線性規劃
- ◆ 平面幾何中的向量方法
- ◆ 圓錐曲線

加深：高中必修 → 大學基礎

◆ 微積分

- ◆ 銜接高一多項式（泰勒形式）
- ◆ 從多項式除法原理到導數的極限定義
- ◆ 相對極值 \leftrightarrow 二次多項式函數的特徵
- ◆ 反曲點 \leftrightarrow 三次多項式函數的特徵
- ◆ 連續複利與標準指數的動機
- ◆ 弧度量作為三角函數自變數單位的動機

加深：高中必修 → 大學基礎

◆ 統計

- ◆ 目的：從資料中擷取訊息
- ◆ 工具：統計，必須使用電腦 Computer
- ◆ 語言：機率
- ◆ 銜接高一數據分析、高二貝氏定理
- ◆ 搭配選修微積分，延伸至連續型隨機變數的分布
- ◆ 信賴區間與信心水準

加深：高中必修 → 大學基礎

◆ 線性代數 or 矩陣計算

- ◆ 從高二必修的二維（二階）推廣到高維
- ◆ 高斯消去法的推廣與應用：必須使用電腦
- ◆ 特徵向量與特徵值（轉移矩陣）
- ◆ 基底概念與線性映設的對應矩陣
- ◆ 矩陣的相似性與不變量
- ◆ 矩陣的分解

加深：高中必修 → 大學基礎

◆ 離散數學 or 有限數學

◆ 計數方法的典型應用

◆ 樹狀圖的推廣：圖與網路的實用模型

◆ 銜接矩陣計算

◆ 銜接計算機的數學原理

加深：高中必修 → 大學基礎

◆ 計算機的數學原理

- ◆ 進位制的原理與轉換
- ◆ 基本資料型態：文字、顏色、圖像、數值
- ◆ 檔案系統與網域系統的樹狀結構
- ◆ 數位邏輯的數學原理（真值表與布林代數）
- ◆ 計算機的有限性誤差
- ◆ 編碼與密碼的原理及其應用範例
- ◆ 《計算機概論 16 講》

加廣：增進素養的教育

◆ 數學建模

◆ 建國中學林信安老師

math1.ck.tp.edu.tw/林信安/math.htm

◆ Google 「數學建模範例」

加廣：增進素養的教育

◆ 數學軟體

◆ 數值計算或數據分析

Matlab 或者 Python + R

◆ 符號計算或電腦代數系統 (CAS)

Maple、Mathematica 或者 Maxima

◆ 平面和立體幾何

GSP

◆ 各種 App 與雲端工具

加廣：增進素養的教育

◆ 數學文化 or 《文化脈絡中的數學》

◆ 中央大學 #1 通識課程

◆ 教育部「全國傑出通識教育教師」獎

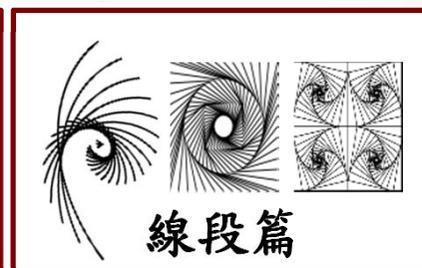
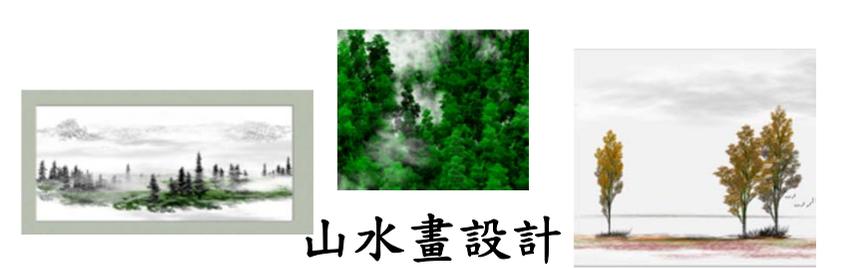
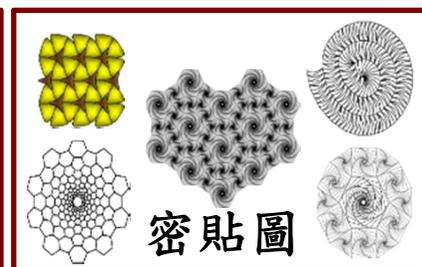
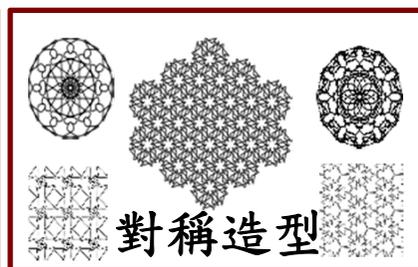
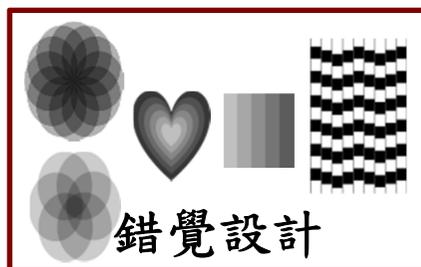
◆ 「台灣通識網」優質課程（影片）

◆ 授課網站含教材，投影片，作業題庫：

shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel

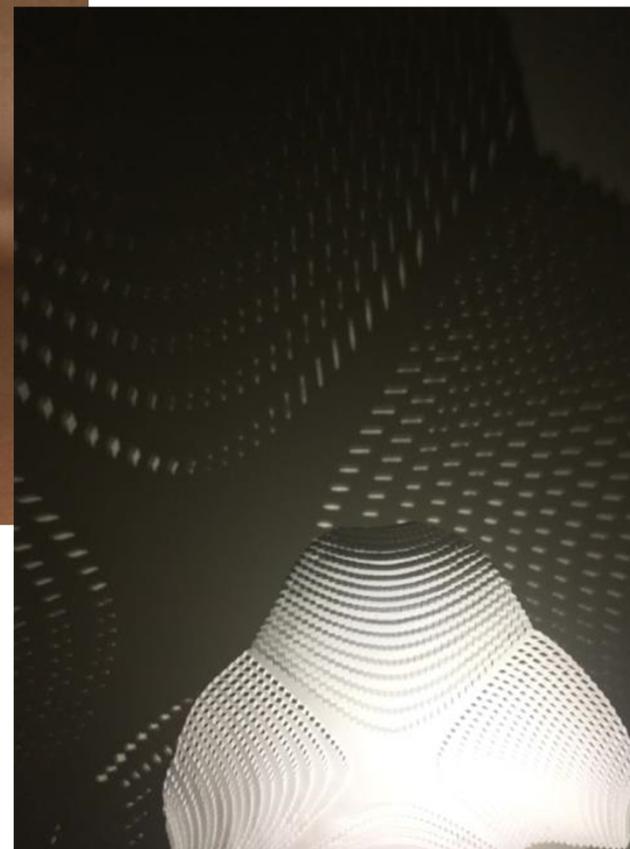
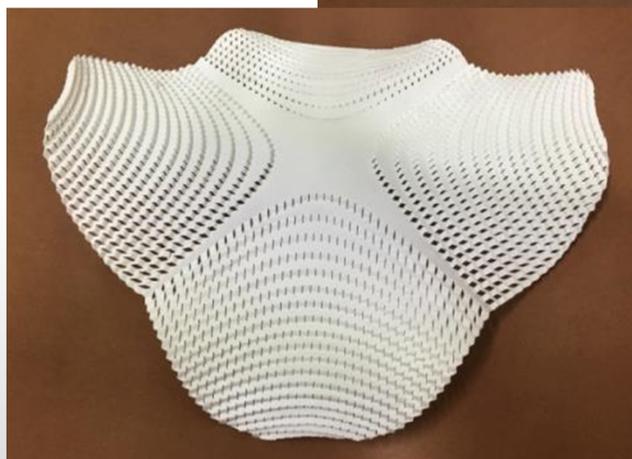
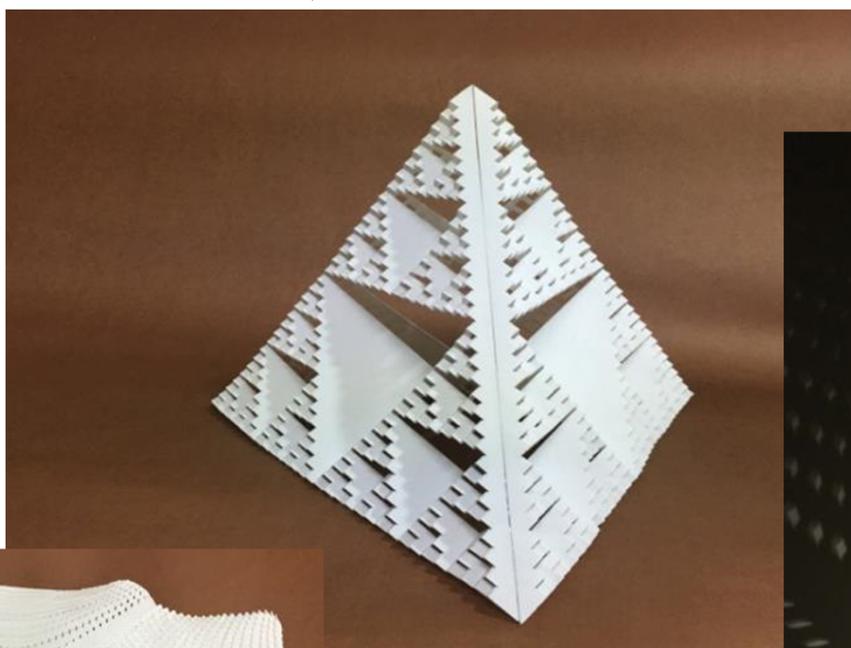
加廣：增進素養的教育

◆ 數學與藝術（交通大學陳明璋 MOOC 認證）



加廣：增進素養的教育

◆ 數學與設計（中華大學李華倫）



唯有教師
方能
導向素養

敬請支持107課綱
養成「有素養的終身學習」國民