

數學學科中心六藝研習

對數本事

單維彰
中央大學數學系、師培中心、文院學士班
民國 114 年 6 月 4 日

[1]

關鍵訊息一

- ◆ 指數與對數是同一組觀念。
- ◆ 概念與操作就像手心和手背
- ◆ 學生感覺指數熟悉，對數陌生，課程與教學可以改進。
- ◆ 零頭指數來得太理所當然/不求甚解，乃是病根。

[2]

文藝復興後 解析幾何前 基督新教起

明代嘉靖、萬曆

[3]

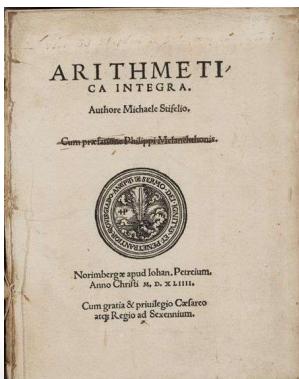
Michael Stifel



施諦斐
1487–1567
日耳曼修士
Jena 大學第一代
數學教授
馬丁路德支持者

[4]

Arithmetica Integra



算術全義
MDXLIV 1544

[5]

等差 / 加減

0	1	2	3	4	5	...
1	2	4	8	16	32	...

等比 / 乘除

[6]

推廣到負數

$$\dots -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots$$

負數存在的正當性
引介負數的另一理由

單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[7]

推廣到 ...

零頭指數

Fractional
Exponent

單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[8]

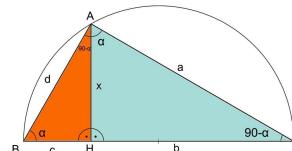
尋找 a 和 x 使得

$$0 \quad a \quad 1 \quad 0-a=a-1$$

$$1 \quad x \quad 2 \quad 1:x=x:2$$

古希臘的幾何平均

尺規作圖解



單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[9]

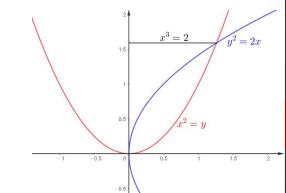
尋找 x 和 y 使得

$$0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad 1$$

$$1 \quad x \quad y \quad 2 \quad 1:x=x:y=y:2$$

古希臘的
倍立方

軌跡作圖解



單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[10]

國中等差等比

太快

- ◆ 形式化
- ◆ 公式化

單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[11]

零頭指數

- ◆ 是**發明**：人造的
- ◆ 方根轉分數的源頭
- ◆ 零頭**指數**與**對數**同
時誕生，手心手背

單維彰 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

[12]

零頭指數學習

- ◆ 來得太理所當然/不費功夫
- ◆ 缺乏操作機會，無法獲得經驗；教學文化使然
- ◆ 文化只能緩慢改變

學生若無法獲得經驗，就只能在孤立無援的窘境下，趨於功利和狹隘，終而無法順遂地學習。

杜威 (1902)

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[13]

John Napier



1550 – 1617

蘇格蘭貴族/地主
克卜勒合作者
新教支持者
證明 羅馬教宗是反基督

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[14]

關鍵訊息二

- ◆ Napier 發明了兩款對數。
- ◆ 第一款是**偉大的浪費**(1614)。
- ◆ 第二款才是**常用對數**，但他已無力完成。
- ◆ 歷史評價不太公平，有文化因素：Napier 是貴族。

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[15]

偉大的浪費

- ◆ 支持天球與地球的球面三角。
- ◆ 針對正弦做其對數。
- ◆ 等比數列選擇小於1的公比，相當於採用小於1的底數。
- ◆ 等差數列的0對應等比數列的1，對數趨向 ∞ 真數趨近0。

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[16]

Logarithm Logos+Arithmos

- ◆ Reckoning Number
- ◆ Ratio

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[17]

Reckon-ing



計算

Reckon
Count
Calculate
Compute

算術影 - 數學研習 - 對數本事 2025/06/04

[18]

Reckoning 等差

...	0.0000	0.2500	0.5000	0.7500	1.0000	...
...	1.0000	1.1892	1.4142	1.6818	2.0000	...

Ratio 等比

[19]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

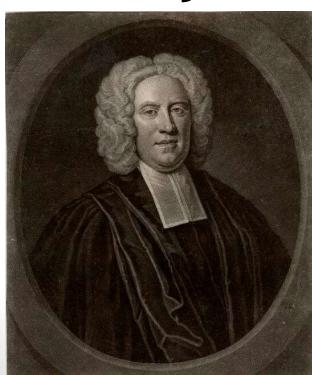
對數

對應等比的等差數

[20]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

Henry Briggs 布里格



1561 – 1630
英格蘭平民
清教徒
Gresham 第一代
數學教授
克卜勒支持者

[21]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

1615 夏季初會

彼此懷著仰慕之情緊握雙手，
不發一語地沈浸在感動之間達
十五分鐘之久。

執手相看淚眼，竟無語凝噎。

柳永 (1003) [22]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

男人倆感動啥？

- ◆ Napier 悔悟，但為時已晚。
- ◆ Briggs 洞悉偉業，但另有主意
需要支持。
- ◆ 一拍即合：納氏心有宏願，
布氏心有靈犀，並承諾完成。

托勒密弦表有 360 個數。納氏的
第二款對數表欲有 1000 萬個數。

[23]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

有效位數初體驗

- ◆ 計算 1000 萬以下正整數的對數，近似於解析度 0.000001。
- ◆ 7 位真數：三角表精確度。
- ◆ 14 位對數：可能源自有效位數的判斷，希望如

$\log 1.000001 = 0.00000043429426\cdots$

亦有 7 位有效數字可用。

[24]

算術影 - 數學研習 : 對數本事 2025/06/04

關鍵訊息三

◆ 高中典型問題

2^{1000} 有幾位數？

是 Napier 建議的 log2 算法

◆ 他們追求 14 位精確度，因此需要知道

$2^{100,000,000,000,000}$ 有幾位數？

算術影 - 數學研習 - 封底本 - 2025/06/04

[25]

布里格對數

◆ 用納氏算法做了 \log_2 和 \log_7 ，當作新算法的驗算，新算法有數值分析的前兆。

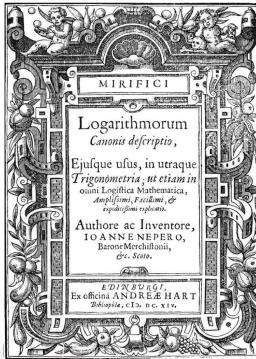
◆ 1616 年夏季二會，確認算法。

◆ 原本 1617 夏季要呈獻 1 到 1000 的對數。

算術影 - 數學研習 - 封底本 - 2025/06/04

[26]

兩款對數



1619



1624

[27]

納皮爾計畫

◆ 7 位真數，14 位對數。

◆ 布里格 1624 出版 1~2 萬與 9~10 萬的 14 位對數，並公佈詳細算法。

◆ 荷蘭人弗拉克 (Adriaan Vlacq) 1628 出版完整 1~10 萬的 10 位對數。賺到一桶金。

算術影 - 數學研習 - 封底本 - 2025/06/04

[28]

Logarithm.	Logarithm.
1.00000000000000	2.30258509299468
1.00100000000000	2.44606804156216
1.00200000000000	2.58955196211259
1.00300000000000	2.73298387266592
1.00400000000000	2.87641578321925
1.00500000000000	3.01984369376258
1.00600000000000	3.16327160431591
1.00700000000000	3.30669941485924
1.00800000000000	3.45012722639257
1.00900000000000	3.59355503792590
1.01000000000000	3.73698284945923
1.01100000000000	3.88041066109256
1.01200000000000	4.02383847262599
1.01300000000000	4.16726628425932
1.01400000000000	4.31069409589265
1.01500000000000	4.45412190852598
1.01600000000000	4.59754972115931
1.01700000000000	4.74107753379264
1.01800000000000	4.88450534642597
1.01900000000000	5.02793265905930
1.02000000000000	5.17136097153263
1.02100000000000	5.31478870496079
1.02200000000000	5.45821623731399
1.02300000000000	5.60164357675227
1.02400000000000	5.74507322082464
1.02500000000000	5.88850186555792
1.02600000000000	6.03193050839120
1.02700000000000	6.17536414207449
1.02800000000000	6.31879777540776
1.02900000000000	6.46223199795815
1.03000000000000	6.60565533445380
1.03100000000000	6.74908856700744
1.03200000000000	6.89252179915794
1.03300000000000	7.03605407080358
1.03400000000000	7.17958733245292
1.03500000000000	7.32311062638666
1.03600000000000	7.46673808276486
1.03700000000000	7.61036556231077
1.03800000000000	7.75399294428585
1.03900000000000	7.89761938949438
1.04000000000000	8.04124677994438
1.04100000000000	8.18487409297556
1.04200000000000	8.32850127978789
1.04300000000000	8.47212839225187
1.04400000000000	8.61575460370082
1.04500000000000	8.75942975551587
1.04600000000000	8.90310503802082
1.04700000000000	9.04678132052482
1.04800000000000	9.19045859312882
1.04900000000000	9.33423586572882
1.05000000000000	9.47701313852882
1.05100000000000	9.62078941132882
1.05200000000000	9.76356568412882
1.05300000000000	9.90634295692882
1.05400000000000	1.04011929187798
1.05500000000000	1.1835942925156187
1.05600000000000	1.326960380370082

1624

ARITHMETIQUE LOGARITHMÉTIQUE	LA CONSTRVCTION ET VSAGE D'UNE TABLE CONTENANT les Logarithmes de tous Nombres de- puis l'Unité jusqu'à 10000.
PAR LE MOYEN DESQUELLES ON RÉSOUT TOUTES LES PROBLÈMES DE BRUTÉTÉS, COMBINAISONS, & GÉOMÉTRIE, PAR LE MÉTHODE DE LOGARITHMES.	
CES NOMBRES PREMIEREMENT FOU INVENTÉZ PAR LE BARON DE BRUNN, PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES À L'UNIVERSITÉ DE COPENHAGUE, & GÉOMÉTRIE EN UNIVERSITÉ DE COPENHAGUE, & SCHOOL OF THE MILITARY ENGINEERS. VIAE ILLUDIS SEMI-TERRITORIIS CUM TABULES LOGARITHMICO-TRIGONOMETRICO- GEOMETRICO-ALGEBRAICO.	
LA DESCRIPTION EST TRADUITE DU LATIN EN FRANÇAIS, ET CORRIGÉE, ET LA FINALE COMPLÉTÉE PAR ADRIAN VLAACQ.	
DIEU NOUS A DONNÉ L'USAGE DE LA VIE ET DES TENDANCES DE CE QUE NOUS FAIT PAR LE TEMPS ET LA PLACE.	
PARIS, Chez Pierre Ramméac. M. DC. X. XVIII.	
Avant la fin de l'Été prochain.	

1628

算術影 - 數學研習 - 封底本 - 2025/06/04

[29]

後話

◆ 1791 法國經線測量計畫，附帶 de Prony 領導算到 20 萬，精確達 14 位。三道生產線。

◆ 李善蘭約 1852 年到上海墨海書館「請教」對數造法。

◆ 1952 出版 1~10 萬的 20 位對數，用在登月計畫。最後一版。

算術影 - 數學研習 - 封底本 - 2025/06/04

[30]

感謝HPM先進

- ◆ 蘇俊鴻 (2003)。數學史融入教學—以對數為例。HPM通訊6(2,3)。
- ◆ 林倉億 (2010)。數學史融入教學—以對數表為例。HPM通訊13(12)。
- ◆ 林倉億 (2020)。對數教學的4.5節課。HPM通訊23(4)。
- ◆ 蘇惠玉 (2014)。布里格斯的《對數算術》與對數表的製作。HPM通訊17(6)。

算學影·數學研究 · 對數本事 · 2025/06/04

[31]

To be
Continued ...

蘇麗敏老師

算學影·數學研究 · 對數本事 · 2025/06/04

[32]