

數學學科中心六藝研習

對數本事

單維彰
中央大學數學系、師培中心、文院學士班
民國114年6月4日

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

1

關鍵訊息一

- ◆ 指數與對數是同一組觀念。
- ◆ 概念與操作就像手心和手背。
- ◆ 學生感覺指數熟悉，對數陌生，課程與教學可以改進。
- ◆ 零頭指數來得太理所當然/不求甚解，乃是病根。

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

2

文藝復興後 解析幾何前 基督新教起


明代嘉靖、萬曆

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

3

Michael Stifel

施諦斐



1487 – 1567
日耳曼修士
Jena 大學第一代
數學教授
馬丁路德支持者

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

4

Arithmetica Integra



算術全義
MDXLIIII 1544

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

5

等差 / 加減

0	1	2	3	4	5	...
1	2	4	8	16	32	...

等比 / 乘除

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

6

推廣到負數

...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	...

負數存在的正當性
引介負數的另一理由

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[7]

推廣到...

零頭指數
Fractional
Exponent ?

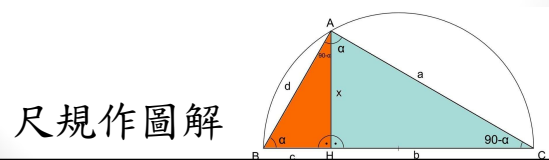
單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[8]

尋找 a 和 x 使得

0	a	1	$0 - a = a - 1$
1	x	2	$1 : x = x : 2$

古希臘的幾何平均



尺規作圖解

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[9]

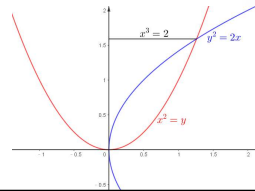
尋找 x 和 y 使得

0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
1	x	y	2

$1 : x = x : y = y : 2$

古希臘的
倍立方

軌跡作圖解



單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[10]

國中等差等比

太快

- ◆ 形式化
- ◆ 公式化

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[11]

零頭指數

- ◆ 是發明：人造的
- ◆ 方根轉分數的源頭
- ◆ 零頭指數與對數同時誕生，手心手背

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[12]

零頭指數學習

- ◆ 來得太理所當然/不費功夫
- ◆ 缺乏操作機會，無法獲得經驗；教學文化使然
- ◆ 文化只能緩慢改變

學生若無法獲得經驗，就只能在孤立無援的窘境下，趨於功利和狹隘，終而無法順遂地學習。

杜威 (1902)

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[13]

John Napier



1550 – 1617

蘇格蘭貴族/地主
克卜勒合作者
新教支持者

證明羅馬教宗是反基督

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[14]

關鍵訊息二

- ◆ Napier 發明了兩款對數。
- ◆ 第一款是偉大的浪費⁽¹⁶¹⁴⁾。
- ◆ 第二款才是常用對數，但他已無力完成。
- ◆ 歷史評價不太公平，有文化因素：Napier 是貴族。

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[15]

偉大的浪費

- ◆ 支持天球與地球的球面三角。
- ◆ 針對正弦做其對數。
- ◆ 等比數列選擇小於1的公比，相當於採用小於1的底數。
- ◆ 等差數列的0對應等比數列的1，對數趨向 ∞ 真數趨近0。

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[16]

Logarithm

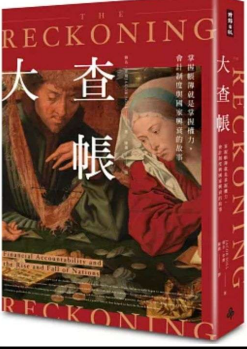
Logos + Arithmos

- ◆ Reckoning Number
- ◆ Ratio

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[17]

Reckon-ing



計算

Reckon
Count
Calculate
Compute

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[18]

Reckoning

等差

...

0.0000

0.2500

0.5000

0.7500

1.0000

...

...

1.0000

1.1892

1.4142

1.6818

2.0000

...

Ratio

等比

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

19

對數

對應等比的等差數

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

20

Henry Briggs

布里格



1561 – 1630

英格蘭平民
清教徒
Gresham 第一代
數學教授
克卜勒支持者

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

21

1615 夏季初會

彼此懷著仰慕之情緊握雙手，
不發一語地沈浸在感動之間達
十五分鐘之久。

執手相看淚眼，竟無語凝噎。

柳永 (1003)

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

22

男人倆感動啥？

- ◆ Napier 悔悟，但為時已晚。
- ◆ Briggs 洞悉偉業，但另有主意需要支持。
- ◆ 一拍即合：納氏心有宏願，布氏心有靈犀，並承諾完成。

托勒密弦表有 360 個數。納氏的第二款對數表欲有 1000 萬個數。

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

23

有效位數初體驗

- ◆ 計算 1000 萬以下正整數的對數，近似於解析度 0.000001。
- ◆ 7 位真數：三角表精確度。
- ◆ 14 位對數：可能源自有效位數的判斷，希望如

$$\log 1.000001 = 0.00000043429426\dots$$

亦有 7 位有效數字可用。

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

24

關鍵訊息三

◆ 高中典型問題

2^{1000} 有幾位數？

是 Napier 建議的 $\log 2$ 算法

◆ 他們追求 14 位精確度，因此需要知道

$2^{100,000,000,000,000}$ 有幾位數？

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[25]

布里格對數

- ◆ 用納氏算法做了 $\log 2$ 和 $\log 7$ ，當作新算法的驗算，新算法有數值分析的前兆。
- ◆ 1616 年夏季二會，確認算法。
- ◆ 原本 1617 夏季要呈獻 1 到 1000 的對數。

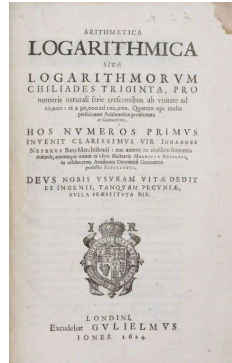
單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[26]

兩款對數



1619



1624

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[27]

納皮爾計畫

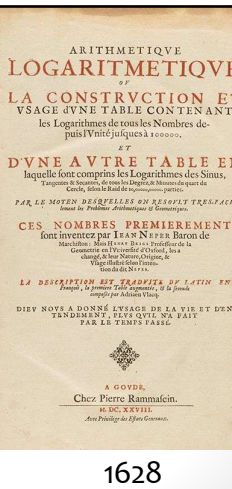
- ◆ 7 位真數，14 位對數。
- ◆ 布里格 1624 出版 1~2 萬與 9~10 萬的 14 位對數，並公佈詳細算法。
- ◆ 荷蘭人弗拉克 (Adriaan Vlacq) 1628 出版完整 1~10 萬的 10 位對數。賺到一桶金。

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[28]



1619



1619

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[29]

後話

- ◆ 1791 法國經緯測量計畫，附帶 de Prony 領導算到 20 萬，精確達 14 位。三道生產線。
- ◆ 李善蘭約 1852 年到上海墨海書館「請教」對數造法。
- ◆ 1952 出版 1~10 萬的 20 位對數，用在登月計畫。最後一版。

單維彰 - 數學研習：對數本事 2025/06/04

[30]

感謝HPM先進

- ◆ 蘇俊鴻 (2003)。數學史融入教學—以對數為例。HPM 通訊6(2,3)。
- ◆ 林倉億 (2010)。數學史融入教學—以對數表為例。HPM 通訊13(12)。
- ◆ 林倉億 (2020)。對數教學的4.5節課。HPM 通訊23(4)。
- ◆ 蘇惠玉 (2014)。布里格斯的《對數算術》與對數表的製作。HPM 通訊17(6)。

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[31]

To be
Continued ...

蘇麗敏老師

單維彰-數學研習：對數本事 2025/06/04

[32]