

負數的遊戲

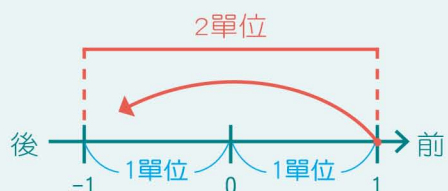
文／單維彰（數學系教授） 圖／Shutterstock

有時候，先別急著問數學有什麼用？把它當作一盤桌遊，了解它的遊戲規則，專心玩一場遊戲，反而是健康的學習態度。第一次學習負數就像這樣。



上回，我們約定了數線的前、後方向，並且發現：數線可以向後延伸，例如做「1減2」($1-2$)時，將抵達0後面的某個刻度。如圖一，這個新刻度跟1一樣，與原點0的距離是1單位；但跟1不同的是，1在0的前面，它在0的後面。數學就把這個「在0後面，跟0距離1單位」的刻度——也就是一種新的「數」——稱為「負1」，記作 -1 。

圖一



注意「負」的記號「-」跟「減」一模一樣，可是讀音不同，意思也不同。這個情況就像破音字，例如「樂」有時候讀「ㄌㄨㄛˋ」，有時候讀「ㄌㄞˋ」，在不同的發音時，意思也不一樣。

練習題

依樣畫葫蘆，我們把「在0後面，跟0距離2單位」的刻度稱為「負2」，記作 -2 。然後請你把 -3 、 $-\frac{1}{2}$ 和 -1.5 標示在正確的刻度上。



關於負數的遊戲規則，主要有兩項：第一，負不是減；第二，負是相反。

負不是減

「-」代表兩個字：「負」和「減」。學習負數的第一步，是把它正確的讀出來。當它是一個數（一個負數）的時候，要讀「負」，當它是一個計算的時候，要讀「減」。例如前面我們學到 $1-2=-1$ ，要讀「1減2等於負1」。所有在0後面的數，通稱為「負數」，它們都要寫上「-」記號。有了負數之後，以前學過的在0前面的數，例如 1 、 2 、 3 、 $\frac{1}{2}$ 、 $1\frac{2}{3}$ 、 2.3 等等，就通稱為「正數」了。正數可以寫上「+」記號，但也可以省略不寫。0本身就無所謂，不管「正0」還是「負0」都等於0，記作 $+0=-0=0$ 。

數線上的刻度都可以做加減。例如 $1+(-2)$ 是「1加負2」，括號可以不讀出來。所以， $(-1)+2$ 就要讀「負1加2」。同樣的道理， $1-(-2)$ 讀「1減負2」， $(-1)-2$ 讀「負1減2」。了解後，你能讀出 $(-1)+(-2)$ 和 $(-1)-(-2)$ 嗎？

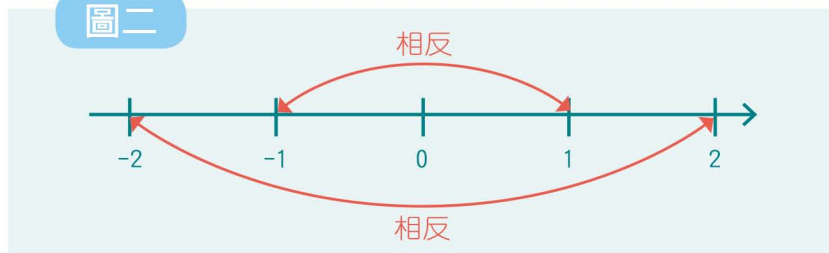
負是相反

1和 -1 在0的兩側，它們跟0的距離相等（都是1單位），數學說它們兩個互相「相反」。同樣地，2和 -2 互相相反，如圖二。所以說 -1 是1的相反數， -2 是2的相反數；相對地，我們也可以說1是 -1

生活大智慧

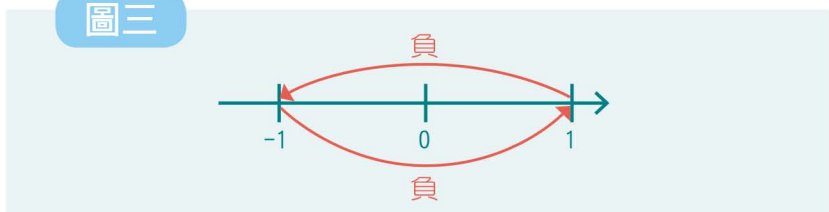
的相反數，2是-2的相反數。於是「負1」可以解釋為「1的相反」，「負2」可以解釋為「2的相反」。

圖二



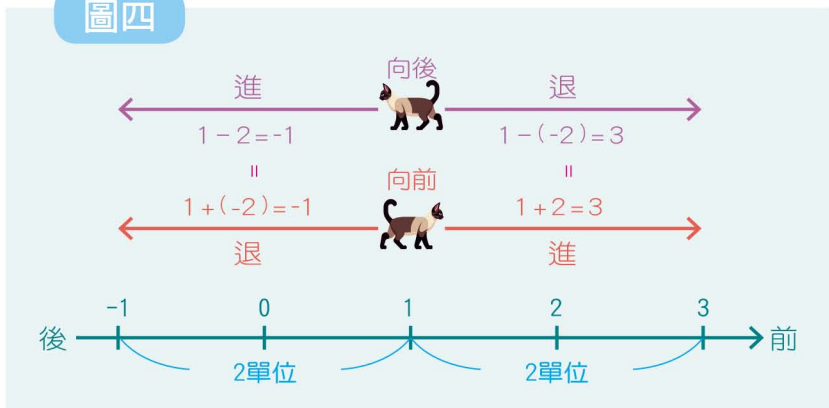
精彩的是：「負負1」就是「負1的相反」，而它就是1；數學記作 $-(-1)=1$ ，如圖三。很顯然，相反再相反就會復原，這就是著名的口訣「負負得正」。同樣的道理： $-(-2)=2$ 、 $-(-\frac{2}{3})=\frac{2}{3}$ 。

圖三



「負」的相反性，用在加減運算，就把「進」變成了「退」。如圖四，上回我們已經知道， $1+2$ 的意思是從1開始，「向前」（面向前）進2單位。相反地， $1+(-2)$ 就是從1開始，「向前」退2單位，它的效果跟「向後」（面向後）進2單位是一樣的，都走到-1，記作 $1+(-2)=1-2=-1$ 。同樣的道理， $1-2$ 是從1開始，「向後」進2單位；相反地， $1-(-2)$ 的意思，則是從1開始，「向後」退2單位，它的效果則跟「向前」進2單位是一樣的，都走到了3，所以記作 $1-(-2)=1+2=3$ 。

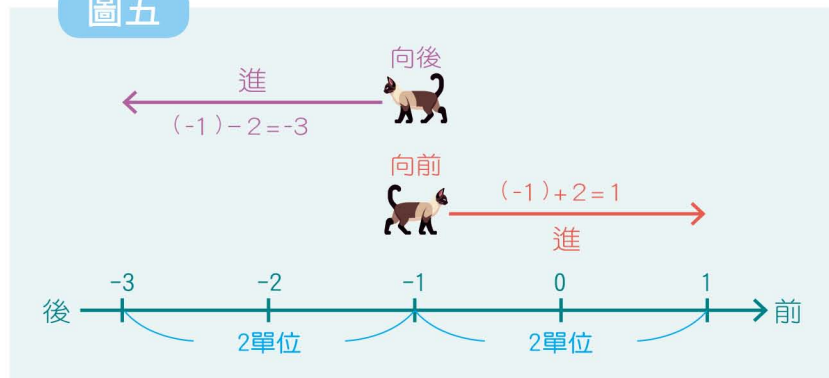
圖四



總之，「加」正數，是「向前」進；「加」負數，是「向前」退。而「減」正數，是「向後」進；「減」負數，是「向後」退。至於 $(-1)+2$ 就很簡單，如圖五，是從-1開始走，「向前」進了2單位，抵達

刻度1，記作 $(-1)+2=1$ 。而 $(-1)-2$ 也很簡單，就是從-1開始，「向後」進2單位，抵達刻度-3，所以記作 $(-1)-2=-3$ 。

圖五



「相反」的另一個妙喻是：「小減大」是「大減小」的相反。這裡所說的「小」是比較小的正數，而「大」是比較大的正數。例如 $1-2$ 是小減大， $2-1$ 是大減小。「小減大」是「大減小」的相反，所以數學記作： $1-2=-(2-1)=-(1)=1$ 。從這個概念，我們就能輕易計算出 $5-12=-(12-5)=-7$ 。

正負數混合加減

雖然加減計算的原理，就是在數線上「向前」進、退或「向後」進、退，但實際上我們還是要把它轉化成正數的相加或者「大減小」，才能算出答案。例如 $(-5)+(-7)$ 先轉化成 $-(5+7)$ ，再算出答案-12；而 $(-12)+5$ 則先轉化成 $5-12$ ，再轉化成 $-(12-5)$ ，才得到答案-7。既然負數的計算都要換回正數，那麼負數並沒有比較方便，為何還要用負數呢？答案之一是：寫電腦程式的時候好用。我們自己做正負混合計算確實有點麻煩，但是讓電腦算就簡單了。其實「負數」還有很多用途，可以說世界上不能沒有負數。然而，你只要把「負數」當作一盤桌遊，了解其遊戲規則後，就會簡單又好玩多了！

單維彰教授小檔案

任教於中央大學數學系、師資培育中心與文學院學士班，從事數學教育的研究與寫作；是《文化脈絡中的數學》等13本書的作者，並擁有多多年編修課綱的經驗。想要多學一些的同学，請看單教授的網頁shann.idv.tw/middle，也歡迎追蹤他的臉書粉專「數學知行識」。