

國立中央大學

學習與教學研究所
碩士論文

臺灣與香港中學階段
機率與統計主題的教科書研究

A Textbook Study of Probability and Statistics in
Taiwan and Hong Kong Secondary Education

研究生：李柏萱

指導教授：單維彰

張佩芬

中華民國 112 年 1 月

國立中央大學圖書館學位論文授權書

填單日期：2023/01/19

2019.9 版

授權人姓名	李柏萱	學號	109127005
系所名稱	學習與教學研究所	學位類別	<input checked="" type="checkbox"/> 碩士 <input type="checkbox"/> 博士
論文名稱	臺灣與香港中學階段 機率與統計主題的教科書研究	指導教授	張佩芬 單維彰

學位論文網路公開授權

授權本人撰寫之學位論文全文電子檔：

·在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」。

(V)同意立即網路公開

()同意 於西元_____年_____月_____日網路公開

()不同意網路公開，原因是：_____

·在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」

(V)同意立即網路公開

()同意 於西元_____年_____月_____日網路公開

()不同意網路公開，原因是：_____

依著作權法規定，非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統與國家圖書館，不限地域、時間與次數，以文件、錄影帶、錄音帶、光碟、微縮、數位化或其他方式將上列授權標的基於非營利目的進行重製。

學位論文紙本延後公開申請 (紙本學位論文立即公開者此欄免填)

本人撰寫之學位論文紙本因以下原因將延後公開

·延後原因

()已申請專利並檢附證明，專利申請案號：

()準備以上列論文投稿期刊

()涉國家機密

()依法不得提供，請說明：_____

·公開日期：西元_____年_____月_____日

※繳交教務處註冊組之紙本論文(送繳國家圖書館)若不立即公開，請加填「國家圖書館學位論文延後公開申請書」

研究生簽名：_____

李柏萱

指導教授簽名：_____

張佩芬
單維彰

國立中央大學碩士班研究生
論文指導教授推薦書

學習與教學研究所碩士班 學系/研究所 李柏萱 研究生

所提之論文 臺灣與香港中學階段機率與統計主題的教科書研究

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授



單維彰

(簽章)

111 年 12 月 15 日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

學習與教學研究所碩士班 學系/研究所 李柏萱 研究生

所提之論文 臺灣與香港中學階段機率與統計主題的教科書研究

經由委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人

陳嘉皇

委

員

陳嘉皇

張佩芬

單維彰

中華民國 112 年 1 月 17 日

摘要

本研究之目的為分析臺灣與香港七至十二年級中學數學教科書的機率統計主題，以瞭解兩地區的教材編寫脈絡。研究的方法為內容分析法，其中量化分析分為機率及統計兩部分。機率部分參考單維彰 (2018) 的機率學前診測雙向細目表與許哲毓 (2019) 的《許氏機率 II》，擴編成「機率雙向細目統整表」作為本研究機率分析工具；統計部分則參考楊凱琳、李健恆 (2012) 統整的統計認知分析表，視其為「統計知識類型分類表」，作為本研究統計分析工具。在質性描述方面，透過質性內容分析對兩地區教科書及課程綱要進行比較，以瞭解機率統計單元編寫脈絡的異同。

量化分析結果顯示，在機率教學例的「機率類型」向度上，臺灣與香港都以古典機率為主（分別占 80% 及 87%），比例遠高於其他機率類型，且兩地區均未涉及主觀機率的討論；在「機率概念層次」向度上，兩地區都以單一事件為主（分別占 50% 及 58%）。針對統計教學例的分布，臺灣與香港皆以統計知識為大宗（分別佔 98% 與 83%），而香港在統計推理及統計思考的比例共佔整體的 17%，臺灣卻只佔 2%，這一點值得吾人注意。

在質性描述方面，兩地區在頻率機率、幾何機率、期望值、條件機率與貝氏定理等機率內容，具有教材編排脈絡的差異；而兩地區的統計內容，在國中並無明顯差異，但在高中階段卻有明顯不同。研究者認為臺灣未來在高中統計主題的修訂，能參考香港延伸更多統計應用情境，以臻於學生的統計實用能力。本研究之結果提供未來中學機率與統計課程設計者參考，並期望對中學數學教科書中機率統計單元的教材設計有所助益。

關鍵字：臺灣、香港、中學數學教科書、機率、統計、內容分析法

Abstract

The purpose of this study is to analyze the subject of Probability and Statistics in the middle school mathematics textbooks of seventh grade to twelfth grade in Taiwan and Hong Kong, so as to understand the context of teaching materials in the two regions. The quantitative analysis is focusing on Probability and Statistics. In the part of Probability, referring to the pre-diagnostic two-way specification table of Probability by Wei-Chang Shann (2018) and “Hsu’s probability II” by Che-Yu Hsu (2019), the “Two-Way Specification of Probability Integrated Table” was expanded to be used as the Probability analysis tool in this study. In the part of Statistics, it refers to the “Statistical Cognition Analysis Table” organized by Kai-Lin Yang and Kin Hang Lei (2012), which is regarded as the “Classification Table of Types of Statistical Knowledge” as the statistical analysis tool of this study. In terms of qualitative description, the textbook and curriculum outline of the two regions were compared through document analysis to understand the similarities and differences in the writing context of Probability and Statistics.

The quantitative analysis results show that in terms of the sample question named “Probability Types” of Probability, the Classical Probability is dominant in Taiwan and Hong Kong (accounting for 80% and 87% respectively), the proportion is much higher than other Probability Types, but the discussion of subjective Probability is not involved in the two regions. In terms of the “Probability Concept Level”, the single events dominate in Taiwan and Hong Kong (accounting for 50% and 58% respectively). In terms of the distribution of Statistical sample questions, Taiwan and Hong Kong both focus on Statistical Knowledge (accounting for 98% and 83% respectively), while the proportion of Statistical Reasoning and Statistical Thinking in Hong Kong accounts for 17% of the whole; however, it only accounts for 2% in Taiwan, indicating that Taiwan

still has a lot of teaching content to be added to enrich students' Statistical literacy ability.

In the aspect of qualitative description, it shows that the two regions have the differences in the content of Frequency Probability, Geometric Probability, Expected Value, Conditional Probability and Bayes' theorem. However, there is no significant difference in the content of Statistical between the two regions, but there is a significant difference in the senior high school. The researcher believe that someday in the future, the revision of Statistics in senior high school in Taiwan can refer to Hong Kong that will extend more Statistical application situations, so as to improve students' Statistical literacy ability and make up for the regret of compulsory Statistics in senior high school in Taiwan. The results of this study provide the reference for the course designers of Probability and Statistics in middle schools in the future as well as it is expected to be helpful for the textbook editing of Probability and Statistics unit in middle school mathematics textbooks.

Keywords: Taiwan, Hong Kong, Mathematics Textbooks Used in Middle School, Probability, Statistics, Content Analysis

目錄

摘要.....	i
Abstract.....	ii
目錄.....	iv
圖目錄.....	v
表目錄.....	viii
第一章 緒論.....	1
第一節 研究主題與動機.....	1
第二節 研究目的與問題.....	3
第三節 研究範圍與限制.....	4
第四節 名詞釋義.....	5
第二章 文獻探討.....	7
第一節 跨國機率統計教科書之文獻討論.....	7
第二節 臺灣與香港機率統計主題課程規畫比較.....	12
第三節 研究工具的文獻探討.....	20
第三章 研究方法.....	26
第一節 研究流程.....	26
第二節 研究對象.....	28
第三節 研究工具.....	32
第四節 信度與效度.....	44
第四章 資料分析結果.....	49
第一節 基本統計量分析.....	49
第二節 教科書教學例量化分析結果.....	55
第三節 教科書必修部分編寫脈絡質性分析.....	70
第四節 教科書先備知識及選修部分編寫脈絡質性分析.....	105
第五章 結論與建議.....	111
第一節 結論.....	111
第二節、建議.....	122
參考文獻.....	123

圖目錄

圖 1 研究流程示意圖.....	27
圖 2 前機率機率類型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.3）	33
圖 3 主觀機率、單一事件之題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.2）	33
圖 4 頻率機率、單一事件之題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.9）	34
圖 5 古典機率、單一事件之題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.13）	34
圖 6 古典機率、互斥和與單一事件題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.21）	35
圖 7 古典機率、獨立事件之題型（《數學新思維》E 冊 p. 82）	36
圖 8 古典機率、條件機率之題型（《數學新思維》E 冊 p. 84）	37
圖 9 古典機率、相依事件之題型（《數學新思維》E 冊 p. 89）	38
圖 10 分組計次及解讀圖表層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.10）	39
圖 11 繪製圖像與報讀圖表層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.19）	39
圖 12 報讀圖表與解讀圖表層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.53）	40
圖 13 分組計次及預測層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.13）	41
圖 14 選擇分析方法、批判評估及代數計算（《數學新思維》3A 冊 p. 6.44） ..	41
圖 15 批判與評估認知層次（《數學新思維》2A 冊 p. 7.49）	42
圖 16 透過投骰子情境引導機率概念（《數學新思維》3B 冊 p. 11.2）	71
圖 17 透過比例概念求百分數的前機率題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.3） ..	71
圖 18 利用簡單情境引導機率可能性（《數學新思維》3B 冊 p. 11.5）	72
圖 19 實際投擲骰子並記錄點數次數的活動（《數學新思維》3B 冊 p. 11.8） ..	72
圖 20 引導出理論概率的推論程序圖（《數學新思維》3B 冊 p. 11.12）	73
圖 21 比較實驗概率與理論概率間的關係（《數學新思維》3B 冊 p. 11.16）	74
圖 22 以樹形圖呈現擲三枚均勻硬幣的結果（《數學新思維》3B 冊 p. 11.24） ..	74
圖 23 以樹表呈現投擲兩枚均勻骰子的結果（《數學新思維》3B 冊 p. 11.25） ..	75
圖 24 常見的幾何概率類型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.32）	75
圖 25 透過活動引導出期望值概念（《數學新思維》3B 冊 p. 11.38）	76
圖 26 互斥事件的概念判斷（《數學新思維》E 冊 p. 64）	77
圖 27 數字卡情境導引機率加法定律的概念（《數學新思維》E 冊 p. 65）	78
圖 28 獨立事件情境一（《數學新思維》E 冊 p. 79）	78
圖 29 獨立事件情境二（《數學新思維》E 冊 p. 79）	79
圖 30 導引條件機率的課堂活動（《數學新思維》E 冊 p. 83）	79
圖 31 互斥、獨或相關事件的概念判斷（《數學新思維》E 冊 p. 86）	80

圖 32	探究兩個相關事件的概率乘法定律（《數學新思維》E 冊 p. 87）	81
圖 33	觀察政府統計處提供的長條圖（《數學新思維》1B 冊 p. 13.2）	82
圖 34	設計問卷、收集資料並觀察數據做出結論的課堂活動	82
圖 35	繪畫出與課文中不同數據組別的次數分配表並進行比較	83
圖 36	連續與離散數據的概念判斷（《數學新思維》2A 冊 p. 7.4）	84
圖 37	根據次數分配表繪出直方圖（《數學新思維》2A 冊 p. 7.10）	84
圖 38	繪畫頻數多邊形與頻數曲線（《數學新思維》2A 冊 p. 7.15）	85
圖 39	依據圖表資訊進行統計量數值運算（《數學新思維》2A 冊 p. 7.36）	86
圖 40	針對統計圖表評估與批判的能力（《數學新思維》2A 冊 p. 7.52）	86
圖 41	累積頻數及累積頻數多邊形的熱身練習（《數學新思維》3A 冊 p. 6.3）	87
圖 42	平均數計算的應用問題（《數學新思維》3A 冊 p. 6.7）	87
圖 43	求出幹葉圖的平均數、中位數和眾數（《數學新思維》3A 冊 p. 6.11）	88
圖 44	離散數據的集中趨勢量度題型（《數學新思維》3A 冊 p. 6.24）	88
圖 45	以區間分組的求解集中趨勢量度題型（《數學新思維》3A 冊 p. 6.24）	89
圖 46	利用已知集中趨勢量度來撰寫數據（《數學新思維》3A 冊 p. 6.33）	89
圖 47	選擇適合的集中趨勢量度來解釋數據（《數學新思維》3A 冊 p. 6.34）	90
圖 48	選擇適合的量度來比較兩組數據組（《數學新思維》3A 冊 p. 6.36）	90
圖 49	評斷量度是否合理並解釋理由（《數學新思維》3A 冊 p. 6.39）	91
圖 50	比較新舊數據集中趨勢量度間的關係（《數學新思維》3A 冊 p. 6.52）	91
圖 51	提供開放問題讓學生思考（《數學新思維》3A 冊 p. 6.52）	92
圖 52	觀察框線圖以比較兩組數據的分布（《數學新思維》E 冊 p. 135）	93
圖 53	比較數據離差的量度優缺點（《數學新思維》E 冊 p. 147）	94
圖 54	常態分佈曲線的運算練習（《數學新思維》E 冊 p. 154）	95
圖 55	統計調查的三個階段（《數學新思維》E 冊 p. 199）	96
圖 56	解釋數據蒐集及選擇方法的練習（《數學新思維》E 冊 p. 229）	97
圖 57	檢視統計調查可能發生問題之練習（《數學新思維》E 冊 p. 231）	97
圖 58	臺灣及香港教科書頁數對照	111
圖 59	臺灣及香港統計內容占比	112
圖 60	臺灣及香港機率內容占比	112
圖 61	香港與臺灣機率教學例分布比例	113
圖 62	香港與臺灣統計教學例分布比例	113
圖 63	機率類型分布	114
圖 64	機率概念層次分布	115

圖 65 統計概念理解層次的分布.....	115
圖 66 高中階段統計主題編寫脈絡圖.....	118
圖 67 課前熱身練習（《數學新思維》2A 冊 p. 7.4）.....	120
圖 68 主觀機率的名詞定義（翰林版數學 4A 冊 p. 119）.....	121

表目錄

表 1 本研究參考之臺灣／香港最新版數學課綱／指引出版年份.....	12
表 2 臺灣十二年基本國民教育之七至十二年級機率統計課程學習內容.....	13
表 3 資料及不確定性能力指標下之學習表現編碼表.....	15
表 4 統計認知分析表.....	25
表 5 香港、臺灣教科書各年級的出版年份.....	28
表 6 臺灣教科書機率統計課程單元：國中階段.....	28
表 7 臺灣教科書機率統計課程單元：高中階段.....	29
表 8 香港教科書機率統計課程單元：國中階段.....	29
表 9 香港教科書機率統計課程單元：高中階段.....	30
表 10 機率雙向細目統整表.....	32
表 11 第一次機率分類評分者間相互同意值.....	45
表 12 第二次機率分類評分者間相互同意值.....	46
表 13 第一次統計分類評分者間相互同意值.....	47
表 14 第二次機率分類評分者間相互同意值.....	47
表 15 國中階段教科書機率內容頁數及其占比.....	49
表 16 高中必修階段教科書機率內容頁數及其占比.....	50
表 17 香港教科書機率內容章節占比.....	51
表 18 臺灣教科書機率內容章節占比.....	51
表 19 國中階段教科書統計內容頁數及其占比.....	52
表 20 高中階段教科書統計內容頁數及其占比.....	52
表 21 香港教科書統計內容章節占比.....	53
表 22 臺灣教科書統計單元章節占比.....	54
表 23 香港教科書機率教學例分類結果.....	56
表 24 香港機率量化分析結果數值化.....	58
表 25 臺灣教科書機率教學例分類結果.....	59
表 26 臺灣機率量化分析結果數值化.....	60
表 27 香港教科書統計教學例分類結果.....	61
表 28 臺灣教科書統計教學例分類結果.....	65
表 29 香港與臺灣教科書統計認知分析比例結果.....	67
表 30 香港與臺灣教科書統計知識類型統整結果.....	69
表 31 香港機率教材脈絡統整表.....	98
表 32 臺灣機率教材脈絡統整表.....	99
表 33 香港統計教材脈絡統整表.....	102
表 34 臺灣統計教材脈絡統整表.....	103
表 35 高中階段排列組合與集合單元的編排脈絡.....	105
表 36 香港高中選修教科書機率統計主題章節內容.....	109

表 37 臺灣高中選修教科書機率統計主題章節內容.....	110
-------------------------------	-----

第一章 緒論

知識是未來經濟發展的主要資源，國民若具有良好的知識基礎，便能促進知識經濟發展的速度，因此各國政府皆致力於教育的革新，期望能提升整體國民的素質，並增強國家競爭力。臺灣在西元 1987 年解除了長達三十多年的戒嚴，而社會風氣隨著民主漸漸開放，社會紛紛提出各種改革訴求，在教育層面也不例外。西元 1994 年「410 教改聯盟」發起了大遊行活動，提出「落實小班小校、廣設高中大學、推動教育現代化、制定教育基本法」四大訴求，引起各界熱烈回響。此遊行被視為臺灣教育改革的起點，此四大訴求也成為後來臺灣教育改革的主軸。

臺灣政府幾十年來持續致力於教育改革，其中，中小學課程的發展與改革，歷經了西元 2000 年的「國民中小學九年一貫課程暫行綱要」，2003 年的「國民中小學九年一貫課程綱要」。高中方面，在 2006 年（民國 95 年）提出「普通高級中學暫行課程綱要」，又稱為「95 暫綱」。由於 95 暫綱並未完成完整的課綱修改流程，因此教育部持續進行課綱修訂，包含 2008 年通過，原預計於 2009 年（民國 98 年）開始施行，但卻被迫腰斬的「98 課綱」，以及 2010 年（民國 99 年）正式實施的「99 課綱」。接著，經過綱要微調與修訂後，在 2019 年開始逐年實行十二年國民基本教育課程綱要，簡稱「108 課綱」。

在數學領域的範疇中，機率與統計素養攸關著國民的素養與國家競爭力，讓研究者密切關注中學階段機率統計課程的內容。以下，本章將分別敘述本研究欲探討的研究主題與動機、研究目的與問題、研究範圍與研究限制，並於最後詮釋論文所需的專有名詞。

第一節 研究主題與動機

教師須組織與教授學習者所需的知識與能力，數學領域的學習，強調各個概念之間的連結，是一種理解、分析、解釋各種事實，以及解決問題的語言與工具。在數學專門的知識中，應教授學生必要且精確的知識名詞，因為必要的數學知識能幫助學生的思維與提升學生溝通的能力。此外，教師也應該擁有一定的數學文化素養，才能讓學習者達到有意義的學習。

機率與統計是數學領域中重要的知能，亦是現今社會生活的重要工具之一，各國皆將機率與統計置入數學的基礎教育內容。Garfield 等人 (2003) 認為，若在統計教學中強調技巧和計算，學生或許能在統計範圍中能取得好成績，但卻缺乏統計推理和思考的能力，因此建議課程應針對發展學生的統計知識 (statistical literacy)、統計推理 (statistical reasoning) 和統計思考 (statistical thinking) 的能力來設計。

統計或機率語言常常出現在我們的日常生活中，如樂透彩、打賭、氣象報導等不確定性的事件。在這些不確定性事件中，往往需要利用統計或機率的語言來幫助我們理解及呈現該事件代表的意涵，並針對事件做出判斷及抉擇。因此，在教學上應重視學習統計與機率語言代表的意義，並培養學生利用簡單的機率與統計知能做出更好決策的能力。

在課程中，教科書的內容對學習者具有一定的重要性。研究顯示，教科書被視為教學素材的權威 (楊德清、鄭婷芸，2015)，且各國亦訂定統一的課程綱要來規範教學內容與學習重點；好比臺灣有十二年國教數學領域課程綱要 (教育部，2018)，中國教育部有設立數學課程標準 (義務教育：數學課程標準，2011；普通高中數學課程標準，2017)，香港教育局亦訂定數學教育學習領域課程指引 (香港教育局，2017)，來指引教師教學，並規範教科書內容的編製方向。

其中，在機率主題的教學內容裡，包含集合、排列組合等課程的應用練習，研究者發現，許多教科書皆將集合、排列組合單元置於機率單元之前進行教學，因此認為這些「機率先備課程」，或許會影響後續的機率教學內容的深度，因此增加了研究者對於比較臺灣與香港針對集合與排列組合單元的動機。

由於臺灣與香港的教科書皆使用繁體中文進行教科書的編撰，且經過搜尋，發現目前較少專注於臺灣及香港的中學教科書比較研究，因此增強了研究者對於比較台港兩地的數學教科書機率統計部份的研究動機。研究者期望能藉由比較兩地區的中學數學教科書機率統計部份，以瞭解香港中學數學教材的內容脈絡，並試著從兩者的數學課程綱要及教科書編寫特色，來分析兩者教材設計與編寫脈絡的異同，期望能為中學階段編寫機率統計主題的教科書作者提供建言。

第二節 研究目的與問題

本研究希望針對臺灣與香港的數學教科書機率統計主題進行分析，以瞭解兩地的機率統計課程的教學目標與學習活動，並探究教材架構與學習內容編排順序的異同。研究者將針對教科書教學例在機率、統計認知與圖表理解的歸類情形，統整出研究結論與建議，期望能提供未來教科書作者與課程規畫者參考的基礎。

除了針對臺灣與香港中學數學教科書機率統計內容的編排進行探討，更期望能透過量化分析與質性描述，提出香港相對於臺灣在機率統計課程設計上，值得參考的教學內容，以提供未來制定數學課程綱要委員做為參考依據。本研究專注於臺灣與香港七至十二年級數學教科書的機率統計內容編排以及教材設計，以提供多元素材與看法，進而完善中學階段機率統計課程內容的發展。本研究針對機率與統計內容的編排順序、單元數、頁數、題數進行量化比較，辨識出具有明顯相異的章節，並透過質性描述，關注相同概念之論述方法的差異。根據以上目的，進而提出下列研究問題。

量化分析方面：

- 一、臺灣與香港中學數學教科書機率統計主題中的頁數與題數占比差異為何？
- 二、臺灣與香港中學數學教科書機率主題中，其教學例在機率概念層次及機率類型之題數的分布比例，差異為何？
- 三、臺灣與香港中學數學教科書統計主題中，其教學例在統計知識、統計推理和統計思考之題數的分布比例，差異為何？

質性描述方面：

- 四、臺灣與香港中學數學機率與統計主題中，
 - (一) 香港必修教材的編寫脈絡為何？
 - (二) 香港與臺灣必修教材的編寫脈絡差異為何？
- 五、臺灣與香港中學數學機率主題的先備知識，教科書編寫脈絡差異為何？

第三節 研究範圍與限制

由於數學教科書的取材並非本研究探討的主軸，以下將概略介紹臺灣與香港兩地區教科書的取材原因。針對香港教科書的取材，研究者對在香港經營 22 年的教科書專門店（檸○書店）進行中學數學教科書取材的訪問，根據其建議及配合香港數學教育學習領域課程指引 (2017)，選擇在香港中學數學市場占有率最高，由教育出版社出版的《數學新思維》教科書，作為瞭解香港中學機率統計教科書內容發展的依據。而針對臺灣教科書的取材，研究者基於十二年國教課程綱要——數學領域 (2018) 的規範下，針對國、高中機率統計課程內容作各版本的大致比較後，發現內容編排大致相同，並無明顯差異，因此選擇臺灣翰林版作為瞭解臺灣機率統計教科書內容發展的依據。

由於本研究專注於數學教科書內容的編排以及分析教學脈絡的異同，因此研究者只針對兩地區單一版本教科書進行研究、對照與分析。研究對象的樣本數量可能稍顯不足，且研究結論不見得可以推論至其他版本的教科書，因此本研究具有此項限制。

針對中學數學教科書選材範圍，本研究主要以中學階段七至十二年級的範圍進行討論，國中部份與高中必修部份將針對臺灣與香港的教科書進行詳細比較。高中數學包含必修與選修部分，本研究在高中選修部份原則上只列表對照教學內容項目，因此可能會忽略些許高中選修部份的細部比較，此亦為本研究之限制。

第四節 名詞釋義

一、**教科書** (textbook)：本研究對教科書定義是指依據課程綱要為基礎所編制，經審核通過而出版的課本，不包含教師手冊、習作與參考書。

二、**統計知識** (statistical literacy)：是構成統計推理和統計思考的基礎，指的是能透過理解統計資訊，進而對數據進行批判思考，理解基本的統計概念和詞彙，並擁有與其他人交流溝通的能力 (Rumsey, 2002)。本研究將統計知識之細項作為統計教學例的量化分析工具，來進行統計教學例的分類。「統計知識」中譯名稱引自李健恆與楊凱琳 (2012) 之「統計認知分析表」。

三、**統計推理** (statistical reasoning)：定義為理解統計資訊並能以統計思維進行推論，也就是能根據數據、圖表或資料呈現的統計摘要做出詮釋 (Garfield, 2002)。本研究將統計推理之細項作為統計教學例的量化分析工具，來進行統計教學例的分類。「統計推理」中譯名稱引自李健恆與楊凱琳 (2012) 之「統計認知分析表」。

四、**統計思考** (statistical thinking)：Garfield 等人 (2003) 認為統計思考指的是能理解問題的脈絡，並導出合理的結論。Chance (2002) 則認為統計思考除了能理解問題內容、設計調查以獲得結論，還需認識和瞭解問題形成至解決的過程，因此，統計思考應具備批判、評估統計研究結果的能力。本研究將統計思考之細項作為統計教學例的量化分析工具，來進行統計教學例的分類。「統計思考」中譯名稱引自李健恆與楊凱琳 (2012) 之「統計認知分析表」。

五、**主觀機率**：是根據個人經驗對事件可能發生的程度所作的機率猜測，因此結果因人而異，在沒有佐證與數據計算之下認為的機率都屬於主觀機率的範疇。

六、臺灣、香港機率與統計主題名詞對照

(一) 頻率機率：表示在相同條件下重複試驗多次，若在 n 次試驗中事件 A 出

現了 k 次，則以事件發生的頻率 $\frac{k}{n}$ 稱為事件 A 發生的機率。臺灣與香港分別將此機率稱為「客觀機率」與「實驗概率」，本研究將此種以發生頻率作為事件發生的機率統稱為「頻率機率」。

(二) 古典機率：以某一事件的樣本點個數與樣本空間總數的比值作為該事件發生的機率。臺灣與香港分別將此機率稱為「古典機率」與「理論概率」，本研究將此類型的機率統稱為「古典機率」。

七、臺灣、香港中等教育階段名詞對照

臺灣教育部在 2014 年 8 月起實施十二年國民基本教育，其中前九年為國民義務教育，包含六年小學（一至六年級）以及三年國民中學（七年級至九年級），後三年為高級中等教育（十年級至十二年級）。而中等教育階段包含國民中學與高級中學，分別簡稱為「國中」與「高中」。

香港教育局在 1980 年以後施行九年制義務教育，包含六年小學與三年初中，而香港的中等教育包含初中（中一至中三）與高中（中四至中六）。完成初中階段或年滿十五歲後，便可不繼續升學，能選擇就業或轉讀職業訓練課程。

臺灣的國中與香港的初中互為同義詞；其中，臺灣國三生等同於香港中三生，臺灣高一學生等同於香港中四生。

第二章 文獻探討

研究者在第一章描述了本研究的研究主題、動機與問題。接下來，本章首先調查跨國機率統計主題的教科書研究文獻，以瞭解目前已發表的機率統計主題教科書相關研究。接著，介紹臺灣與香港中學階段機率統計的課程綱要及課程規畫，以瞭解兩地區的教科書撰寫背景。最後，探討本研究所用之工具，涵蓋量化分析以及質性描述的相關文獻；其中，量化分為機率與統計兩部分來進行更細部的討論，以充實下一章研究方法理論的基礎。

第一節 跨國機率統計教科書之文獻討論

Weiland (2017) 認為統計知識 (statistical literacy) 對身為現代公民的學生來說十分重要，作為數據科學基礎的統計學教學是數學課程中的重要內容，統計知識的教學更是數學教育的重要目標之一。Weiland 強調統計知識和批判素養 (critical literacies) 之間的交集，希望能促進批判數學 (critical mathematics) 對社會正義文學的發展，並討論關於統計知識對教學的潛在貢獻和阻礙。

而 Casey 與 Ross (2021) 則以培訓中學數學教師的角度描述統計知識的不足，他們認為現今在培養中學數學教師的職前課程中，缺乏了培養公平素養 (equity literacy) 的職前教師教育內容，進而提出發展公平素養和批判統計素養 (critical statistical literacy) 的相關課程。研究結果顯示其課程能顯著提升預備教師在公平素養和批判統計素養的統計教學能力。

Litke 和 Hill (2020) 則針對國小的數據與統計課程進行研究，他們檢查 144 堂關於數據和統計主題的國小數學課程。研究結果顯示，國小數學課程十分強調「計算」以及「圖像」來分析及描述數據，較少關於數據的收集和解釋數據，也就是關於統計調查 (statistical investigation) 的相關內容。因此，該研究將研究重點放在統計調查方面，並提出關於小學教師在教授統計知識的方法。

接下來，研究者將透過「臺灣博碩士論文加值系統」資料庫以關鍵詞「數學教科書」進行檢索，發現共有 72 筆文獻。若設定研究年限為 2008 年後發表，則有 60 筆文獻符合篩選條件。其中，設定研究關於「教科書內容分析」且研究對象包含中國之文獻共有 13 筆，研究對象包含德國、芬蘭等歐洲國家之文獻共有 12 筆，研究對象包含新加坡之文獻共有 9 筆，研究對象包含美國之文獻共有 4 筆，而研究對象包含香港之文獻僅有 2 筆。根據檢索結果，研究者發現許多學者曾針對中國、德國、芬蘭、美國及新加坡發表過關於代數、幾何、機率統計單元相關的數學教科書進行比較分析研究，其中，針對機率統計主題者，研究範圍主要以國小、國中或國小至國中階段為大宗，以國、高中的教科書跨國比較分析研究並不多。

下文根據本研究提出的研究問題，在上述研究文獻之中，概述機率或統計主題相關的教科書研究，並將研究範圍區分成中國、歐洲、新加坡、美國與香港進行細部的整理，以檢視當前學者對於機率統計教科書研究的分析、發展與研究方向，進而為臺灣與香港機率統計教科書的分析，找到適切的研究方向，以下將針對部分機率統計相關的教科書比較研究進行深入討論。

一、中國

吳永冬（2017）的碩士學位論文《臺灣與大陸中、小學統計機率教科書內容之比較》（楊德清教授指導），研究範圍涵蓋國小及國中，內容包含臺灣與中國機率統計教材內容編排脈絡的比較。統計部分參考李健恆與楊凱琳（2012）統整的「統計認知分析表」，來比較臺灣與中國統計教學例各在統計知識、統計推理和統計思考的分布比例，以及針對統計圖表理解的類別進行分布比例的比較。研究結果顯示臺灣小學階段偏重統計知識能力的培養，但統計推理能力貧乏，且並沒有達到統計思考層次；國中階段仍是偏重統計知識能力的教學，開始增加統計推理能力的培養，但依然未達統計思考層次。而中國則在小學及國中階段除了重視統計知識能力的學習，也培養統計推理能力，甚至也有呈現統計思考層次的教

學。

二、歐洲

康育綺 (2019)的碩士學位論文《德國初中階段的統計教科書研究》(單維彰教授指導)，針對德國數學教科書機率部分進行深入探討。其研究範圍涵蓋德國六、七年級教材，主要研究工具參考李健恆與楊凱琳 (2012) 統整的統計認知分析表，用來比較臺灣與德國統計題目在統計知識、統計推理和統計思考的分布比例。研究結果顯示，在統計認知的各層次中，德國教科書於統計知識的佔比最高，而統計推論與統計思考也一共佔了三成以上，但臺灣卻大多著重於基本統計知識的瞭解、公式套用與統計量的計算、圖表的繪製及解讀數據的資訊。研究建議臺灣的教科書應增加較高層次(統計推理與統計思考)的教學內容，以培養學生的統計知識。

黃雅萱 (2020) 的碩士學位論文《德國六至九年級數學教科書機率單元之內容分析》(單維彰教授指導)，針對德國數學教科書機率部分進行深入探討。其研究範圍涵蓋德六至九年級教材，機率部分內容分析參考單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018) 對於機率學前診測之雙向細目表，針對臺灣與德國的機率題目進行分析與比較。研究結果顯示，兩國在初中階段都著重發展古典機率(德國：約 74%，臺灣：100%)，以及單一事件的機率題型(德國：約 79%，臺灣：100%)，但德國除了在機率總題數和各機率類型題數多於臺灣，亦有其他面向、層次的機率類型教學例，明顯豐富於臺灣教科書的機率題型。

三、美國

吳肯致 (2015)的碩士學位論文《數學教科書統計教材之分析——以臺灣、大陸、美國、新加坡為例》(張正杰教授指導)，研究範圍涵蓋四個地區國小、國中與高中數學教科書的統計主題，包含教材之課程目標、內容架構、問題類型的特色及比較。研究主要採內容分析法進行探討，分析四地在數學教科書統計內容的

占比、對應的統計能力與統計知識，以及比較四地教科書內容的特色與差異。研究結果顯示，臺灣、美國與新加坡在統計能力最高的層次為統計知識，而中國佔比最高則為統計思考；而臺灣與新加坡比例最低的統計層次為統計思考，美國最低的為圖表理解，而中國佔比最低的層次則為統計推理。

四、新加坡

劉峻丞 (2013) 的碩士研究論文《臺灣與新加坡國中階段教科書統計與機率題目之分析比較》(曹博盛教授指導)，研究範圍涵蓋國中階段，研究分析主要參考 Anderson 等人 (2001) 提出的布魯姆認知領域修正版、Zhu and Fan (2006) 提出的教科書題目表徵形式。研究結果顯示新加坡國中教科書之機率教學例總題數高於臺灣，且教科書中機率統計教學例常以文字搭配圖表的方式呈現，以及新加坡教科書有使用電腦網路、Excel 與電算器融入統計的題目，而臺灣版本皆無。

而李均縈 (2016)的碩士研究論文《臺灣、芬蘭、新加坡國小一到六年級數學教科書統計內容之比較》(楊德清教授指導)，研究範圍涵蓋國小階段，主要採用內容分析法探討以上三國統計內容教材的呈現方式，統計主題單元數與布題比例，以及統計概念編排順序與教學活動內容之差異。研究結果顯示，三個國家的統計主題單元數百分比普遍偏低，或許因為亞洲文化、地緣的關係，顯示出臺灣與新加坡在統計主題布題型態及編排方式上較於接近，而芬蘭與兩者則有明顯的不同。

五、香港

前述引用的文獻皆為機率統計主題相關的教科書研究，唯獨此部分不同。研究者針對前言提到的資料庫進行文獻檢索，並針對臺灣與香港兩地的數學教科書研究進行搜尋，並未發現機率或統計相關的研究主題，只發現以下兩篇與香港教科書分析相關的學位與期刊論文，因此針對以下非機率統計相關主題的文獻進行討論。

徐偉民、徐於婷 (2008) 提出的《國小數學教科書代數教材之內容分析：臺灣與香港之比較》期刊研究論文，研究範圍涵蓋國小階段，主要採用內容分析法來分析臺灣、香港代數教材的分布情形，教材呈現的特色，以及代數教材的布題分布。研究結果顯示，兩地教材目標都強調代數基本概念的建立和未知數符號的認識與應用；在代數概念的教材呈現上，臺灣教材是以螺旋式呈現，也就是同一概念在不同年級反覆出現，而香港則是採用主題式獨立呈現代數概念。

黃伶華 (2013)的碩士學位論文《兩岸三地角概念教科書內容比較之研究》(張英傑教授指導)，以中國、香港與臺灣國小數學教科書作為研究對象，採用內容分析法，針對三地區教科書關於平面角內容進行「概念發展」、「組織順序」、「教學活動類型」、「插圖實例」、「習作習題」、「教師用書(手冊)」的分析與比較。研究結果顯示，角概念編排順序一致，只是各地區教學安排的年段有差別。在角概念教學內容中，中國和臺灣教科書通常只舉一到兩個例子，便接著進行練習；但香港則以三到四個教學示例，再輔以「試作」與「延伸練習」讓學生練習，在數量上具有一定差異存在。

第二節 臺灣與香港機率統計主題課程規畫比較

本節將本研究參考之最新版臺灣／香港數學課綱／指引出版年份呈現如表 1，並統整臺灣與香港七至十二年級機率統計課程綱要內容，最後再針對機率與統計主題的學習重點進行對照比較。

表 1 本研究參考之臺灣／香港最新版數學課綱／指引出版年份

	出版年	課程綱要名稱
臺灣	2018	十二年國民基本教育課程綱要——數學領域
香港	2017	數學教育學習領域課程指引（小一至中六）

一、臺灣

臺灣教育部於西元 2019 年逐年實施十二年國民基本教育課程綱要，學習重點主要依據學生的學習表現與學習內容，分為五個階段：第一學習階段（國民小學一至二年級）、第二學習階段（國民小學三至四年級）、第三學習階段（國民小學五至六年級）、第四學習階段（國民中學七至九年級）以及第五學習階段（普通高級中等學校十至十二年級）。其中，數學課綱於 2018 年將學習內容分為六大主題並條列出各數學領域的能力指標，分別為數與量 (N)、空間與形狀 (S)、座標幾何 (G)、關係 (R)、代數 (A)、函數 (F) 及資料與不確定性 (D)。

學習內容的編碼以三碼進行編排，第一碼以英文大寫字母為「主題類別」，例如「D」表示資料與不確定性主題；第二碼為「年級階段」，以阿拉伯數字 1 至 12 表示一至十二年級，其中 11 年級細分為 11A 與 11B 兩類，12 年級加深廣選修課程則細分為 12 甲與 12 乙兩類；第三碼則表示細項下的流水號。以下就臺灣七至十二年級統計機率課程綱要，依階段條列如表 2。

表 2 臺灣十二年基本國民教育之七至十二年級機率統計課程學習內容

編碼	學習內容條目與說明	對應學習表現
D-7-1	統計圖表 ：蒐集生活中常見的數據資料，整理並繪製成含有原始資料或百分率的統計圖表：直方圖、長條圖、圓形圖、折線圖、列聯表。遇到複雜數據時可使用計算機輔助，教師可使用電腦應用軟體演示教授。	d-IV -1 n-IV -9
D-7-2	統計數據 ：用平均數、中位數與眾數描述一組資料的特性；使用計算機的「M+」或「Σ」鍵計算平均數。	n-IV -9 d-IV -1
D-8-1	統計資料處理 ：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。	n-IV -9 d-IV -1
D-9-1	統計數據的分布 ：全距；四分位距；盒狀圖。	n-IV -9 d-IV -1
D-9-2	認識機率 ：機率的意義；樹狀圖（以兩層為限）。	d-IV -2
D-9-3	古典機率 ：具有對稱性的情境下（銅板、骰子、撲克牌、抽球等）之機率；不具對稱性的物體（圖釘、圓錐、爻杯）之機率探究。	n-IV -9 d-IV -2
D-10 -1	集合 ：集合的表示法，字集、空集、子集、交集、聯集、餘集，屬於和包含關係，文氏圖。★#	d-V-1
D-10 -2	數據分析 ：一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖，最適直線與相關係數，數據的標準化。	d-V-2 n-V-2 g-V-5
D-10 -3	有系統的計數 ：有系統的窮舉，樹狀圖，加法原理，乘法原理，取捨原理。直線排列與組合。	d-V-6 d-V-7
D-10 -4	複合事件的古典機率 ：樣本空間與事件，複合事件的古典機率性質，期望值。	d-V-3
D-11A-1	主觀機率與客觀機率 ：根據機率性質檢視主觀機率的合理性，根據已知的數據獲得客觀機率。	d-V-3 d-V-5
D-11A-2	條件機率 ：條件機率的意涵及其應用，事件的獨立性及其應用。	d-V-3
D-11A-3	貝氏定理 ：條件機率的乘法公式，貝氏定理及其應用。	d-V-3
D-11B-1	主觀機率與客觀機率 ：根據機率性質檢視主觀機率的合理性，根據已知的數據獲得客觀機率。	d-V-3 d-V-5
D-11B-2	不確定性 ：條件機率、貝氏定理、獨立事件及其基本應用，列聯表與文氏圖的關聯。	d-V-3
D-12 甲-1	離散型隨機變數 ：期望值、變異數與標準差，獨	d-V-4

	立性，伯努力試驗與重複試驗。	
D-12 甲-2	二項分布與幾何分布：二項分布與幾何分布的性質與參數。	d-V-4 d-V-5 a-V-1
D-12 乙-1	離散型隨機變數：期望值、變異數與標準差，獨立性，伯努力試驗與重複試驗。	d-V-4
D-12 乙-2	二項分布：二項分布的性質與參數。	d-V-4 d-V-5 a-V-1

資料來源：十二年國民基本教育課程綱要-數學領域 (2018)

學習表現以三碼編排，第一碼英文小寫字母作為「主題」，例如英文小寫符號「d」表示能力指標「資料與不確定性」；第二碼表示階段，以 I、II、III、IV 及 V 表示第一、二、三、四及五學習階段；第三碼表示該細項下指標的流水號，如表 3 所示。

根據十二年國民基本教育課程綱要——數學領域（教育部，2018）（以下簡稱 108 課綱），以及素養導向系列叢書：中學數學教材教法（教育部，2020），以下分別統整及概述七至十二年級於資料與不確定性的學習目標與內容。

（一）國民中學學習階段：七至九年級

在臺灣 108 課綱關於機率統計的課程內容中，期望學生能在此階段理解統計與機率的意義，並認識基本的統計方法。以下將介紹七至九年級機率統計主題的學習內容。

1. 七年級

學生開始學習長條圖、圓形圖、直方圖與折線圖等常用統計圖表。

在教學過程中，教師可使用電腦應用軟體進行教學演示，並引進計算機作為數據計算的工具，讓學生能學習運用簡單統計量分析資料的特性及理解統計軟體的使用。

表 3 資料及不確定性能力指標下之學習表現編碼表

編碼	學習表現內容說明
d-IV -1	理解常用統計圖表，並能運用簡單統計量分析資料的特性及使用統計軟體的資訊表徵，與人溝通。
d-IV -2	理解機率的意義，能以機率表示不確定性和以樹狀圖分析所有的可能性，並能應用機率到簡單的日常生活情境解決問題。
d-V-1	認識集合，理解並欣賞集合語言的簡潔性，能操作集合的運算，能以文氏圖作為輔助，並能用於溝通與推論。
d-V-2	能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。
d-V-3	理解事件的不確定性，並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算，能用以溝通和推論。
d-V-4	認識隨機變數，理解其分布概念，理解其參數的意義與算法，並能用以推論和解決問題。
d-V-5	能以機率檢核不確定之假設或推論的合理性。
d-V-6	理解基本計數原理，能運用策略與原理，窮舉所有狀況。
d-V-7	認識排列與組合的計數模型，理解其運算原理，並能用於溝通和解決問題。

資料來源：十二年國民基本教育課程綱要-數學領域 (2018)

2. 八年級

開始學習次數、相對次數、相對次數折線圖、相對累積次數折線圖及列聯表的概念。

3. 九年級

機率教學為認識古典機率及理解機率的意義，學生能理解機率的觀念性質，能以機率表示不確定的程度，並能以樹狀圖分析所有可能，且能應用機率概念至簡單的生活情境，協助其解決問題。統計較學則應認識平均數、中位數、眾數、全距、四分位距、盒狀圖等基本統計量，以及使用計算機計算平均數。

(二) 普通高級中學學習階段：十年級至十二年級

臺灣將普通高中階段的數學學習歷程分為必修部分以及選修部分。在必修部分，所有學生都應擁有運用基本統計量描述資料、理解機率與統計原理，以及推論不確定性問題的能力。其中，十一年級起可依學生的數學需求自由選擇修習數學 A 或數學 B，十二年級後，學生更能自由選擇是否修習選修數學，部分學生能透過修習數學甲或數學乙，學習進一步理解隨機變數分布的進階能力。以下將簡述十至十二年級的機率統計領域學習內容。

1. 十年級

學生於十年級能學習樣本空間與和、積事件、古典機率的定義與性質，以及期望值的概念。

2. 十一年級

開始學習根據機率性質檢視主觀機率的合理性，與如何根據已知的數據獲得客觀機率。然後理解條件機率、貝氏定理、獨立事件的意涵及其基本應用。

3. 十二年級

學生能自由選擇是否修習高三數學；若欲選修高三數學，則能選擇數學甲或乙的課程。兩課程在不確定性與數據處理的內容中，都要求學生學習離散型隨機變數、伯努力試驗與重複試驗，以及二項分布的性質與概念，並理解其參數的意義與算法，能用以推論和解決問題；而數學甲則多涵蓋了幾何分布的學習。

二、香港

香港教育局在 2009 年為新高中學制所編定之《數學課程及評估指引》，將高中數學課程分為必修部分及延伸部分。延伸部分有兩個單元：單元一（微積分與統計）及單元二（代數與微積分）。所有學生皆須修習必修部分，可以只修習高中數學必修部分，或是選擇修習高中必修部分及延伸部分單元一，亦可選擇修習高中必修部分與延伸部分單元二。延伸部分的設立，是為了讓高中數學課程更具彈性及多元，讓學生能學習必修部分以外的數學知識；也就是說，學生能依自身不同的興趣和未來規畫，最多選修其中一個延伸單元。

本研究根據香港教育局於 2017 年訂定《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》（以下簡稱 2017 指引）的數學教育課程宗旨及課程設計內容，針對中一至中六中學教育階段，探討關於機率與統計在「不確定性與數據處理」數學主題的教學主要脈絡，整理的相關內容如下。

（一）初級中學教育階段：中一至中三

根據 2017 指引，初中階段學習內容分成三大學習主題：數與代數、度量、圖形與空間，數據處理，另外還有一個進階學習單位。其中，數據處理屬於本研究關注的學習主題，學習內容整理如下。

1. 統計：課程共 31 時
 - (1) 數據的組織 (約 4 時)：學生能認識離散及連續統計數據。
 - (2) 數據的表達(約 17 時)：能利用適當的統計圖表達數據並進行闡述。
 - (3) 集中趨勢的度量 (約 10 時)：理解集中趨勢的度量，能用其描述和比較數據，並能判斷數據得出的推論是否合理。
2. 概率：認識概率概念，並能應用統計及概率的知識，以解決現實生活中的簡單問題，課程共 12 時。

(二) 普通高級中學教育階段：中四至中六

根據 2017 指引，將必修部份分為三大學習主題，包含「數與代數」、「度量、圖形與空間」和「數據處理」，而延伸部分有兩個單元，分別是單元一（微積分與統計）及單元二（代數與微積分）。其中，必修部分的「數據處理」、以及延伸部分的單元一（微積分與統計）涵蓋本研究關注的學習主題，其學習內容整理如下。

1. 必修部分：「數據處理」主題，課程總計 35 時。
 - (1) 排列與組合 (課程共 11 時)
 - (2) 續概率 (課程共 10 時)
 - (3) 離差的度量 (課程共 10 時)
 - (4) 統計的應用及誤用 (課程共 4 時)
2. 延伸部分：包含「基礎知識」與「統計」，課程總計 59 時。
 - (1) 基礎知識：二項展式 (課程共 3 時)
 - (2) 統計 (課程共 56 時)
 - A. 條件概率和貝葉斯定理 (課程約 6 時)
 - B. 離散隨機變量 (課程約 1 時)
 - C. 概率分佈、期望值和方差 (課程約 7 時)

- D. 二項分佈（課程約 5 時）
- E. 泊松分佈（課程約 5 時）
- F. 二項分佈和泊松分佈的應用（課程約 5 時）
- G. 正態分佈的基本定義及其性質（課程約 3 時）
- H. 正態變量的標準化及標準正態分佈表的運用（課程約 2 時）
- I. 正態分佈的應用（課程約 7 時）
- J. 抽樣分佈和點估計（課程約 9 時）
- K. 總體平均值的置信區間（課程約 6 時）

從以上臺灣與香港機率統計主題的課程規畫比較，我們可以發現，臺灣在課程綱要中清楚說明各學習指標的細項，但卻沒有詳細規定課程時數，而香港的課程指引雖然只規畫了課程的大標題，但卻清楚顯示、規定了「數據處理」學習主題的順序以及課程時數。

第三節 研究工具的文獻探討

本研究以內容分析法作為研究工具，本節將介紹內容分析的相關文獻，並針對量化分析工具做文獻探討。量化分析的工具，機率部分參考單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018) 中的「機率學前診測之雙向細目表」，以及許哲毓 (2019) 提出之《許式機率 II》作為教科書中機率內容的分類依據，而統計部分則以李健恆與楊凱琳 (2012) 統整的「統計認知分析表」作為統計內容的分類依據。以下將分別描述內容分析的細部內容，以及量化工具的相關文獻。

內容分析是將質性資料進行有系統量化的程序，並加以描述的一種研究方法。以「量」的變化來推論「質」的變化，「質」「量」並重，並不是純粹「定量分析」的研究方法（楊孝滌，1989）。學者歐用生（1993）指出，內容分析應兼顧量化分析與質性的探討資料的意義，分析的內容可能包含照片、影片、文本資料、報導或教科書文獻等。內容分析法大致遵循以下步驟進行：

- （一） 提出研究問題與研究假設：採取內容分析法進行研究時，應先確定研究問題與研究假設，再對文獻資料進行初步的檢閱。
- （二） 確定研究範圍：接著應該根據研究主題或研究假設來確定研究的範圍，並界定資料分析的單位。
- （三） 建構分析的內容與類目：類目的制定是指對資料內容進行分類，必須符合研究目的並切合研究問題。類目的制定通常有兩種方法，包含採用現成的分類系統，以及研究者根據研究目標自行設計。
- （四） 建立足夠的信度與效度：以兩位或兩位以上的評分者依照相同的分類標準，對相同的資料進行一致性程度的檢測，是針對內容分析結果可信性的重要指標。

(五) 編碼與資料分析：根據類目和分析單位的定義進行分類即為編碼(coding)，完成所有分析單位的編碼並統計結果後，便進行資料的分析工作。

(六) 解釋與推論：根據數據分析的結果進行解釋與推論，以回應研究問題與研究假設，並將這些內容撰寫為研究報告。

除了量化分析以外，研究者根據自身對於研究主題的理解，以及執行量化內容分析的經驗，提出不適合量化分析的內容進行質性討論，此部分將呈現在第三章的第三節中。接下來，研究者將根據內容分析法之程序，描述量化分析的工具及類目規準，並根據研究範圍分為機率與統計兩部分呈現。

一、機率部分

本研究的機率部分研究工具，基本上參考單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018) 提出之機率學前診斷雙向細目表，沿用「機率類型」及「機率概念層次」作為分析機率題型。但因他們的研究範圍僅包含國中階段，因此研究者除了添加「前機率」的機率類型外，也參考許哲毓 (2019) 提出之《許式機率 II》，加入適合高中階段機率學習的機率概念層次，讓本研究的分類類目更完善，以利機率量化分析更為完整。

(一) 機率類型

機率類型的向度採用 Shaughnessy (1992) 針對機率類型的統整，本研究以主觀機率 (subjective probability)、古典機率 (classical probability)、頻率機率 (frequentist probability) 及擴充加入的前機率作為分析類目。

1. 主觀機率：指發生一個事件的機率由某人主觀決定，某人可依據有效的證據說明個別事件的機率，或者根據過去經驗進行相信程度的猜測。
2. 頻率機率 (意同客觀機率、實驗概率)：利用大量地、重覆地隨機試驗，並觀察數據的趨勢來估計隨機事件可能發生的相對次數。

3. 古典機率（意同理論概率）：假設所能發生的隨機事件集合 S 是有限互斥的，且每個樣本點發生的可能性相等，則事件 A 發生的機率定義為 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ， $n(A)$ 代表事件 A 的個數， $n(S)$ 代表隨機事件 S 的個數。
4. 期望值：若一件事件的發生共有 n 種結果，所有結果對應的（價）值分別為 x_1, x_2, \dots, x_n ，且對應機率分別為 P_1, P_2, \dots, P_n ，則此事件的期望值為 $x_1P_1 + x_2P_2 + \dots + x_nP_n$ 。
5. 前機率：指情境問題不需機率概念，僅需比例概念即可解題之機率前置經驗。

（二） 機率概念層次

所謂機率概念層次包含單一事件、餘事件、互斥和事件、獨立事件、相依事件與條件機率。以下描述本研究參考之機率概念層次細部內容。

1. 單一事件：在情境問題中僅涉及一個事件的隨機試驗。
2. 餘事件：在教材脈絡下，教學目標期望學生理解：在樣本空間 S 中， $P(S) = 1$ ，所以，不包含事件 A 的機率為 $P(A^c) = 1 - P(A)$ 。
3. 獨立事件：當隨機事件間相互不影響時，則 A 事件與 B 事件同時發生的機率為 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ，若題型之樹狀圖同時滿足下列兩性質時，我們可將此題歸類至獨立性：一、樹狀圖為兩層（含）以上；二、樹狀圖為非對稱隨機事件。
4. 互斥和事件：在樣本空間 S 中，若滿足各個子事件之間沒有交集，也就是 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \emptyset$ ，表示子事件之間為互斥事件，因此發生事件 B 的機率為各個子事件的機率總和，表示 $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ ，其中， A_1, A_2, \dots, A_n 為發生事件 B 的

子事件。

5. 相依事件：在某些情況下，一個事件的發生會影響接下來事件的發生，這兩個事件稱為相依事件。對於任何兩個相依事件 A 與 B，我們有 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$ 。
6. 條件機率：在已知事件 A 發生的情況之下，事件 B 發生的機率，即為條件機率，也就是事件 B 的機率會受到事件 A 結果的影響，我們以符號 $P(B|A)$ 表示，其中， $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 。

二、統計部分

本研究參考李健恆與楊凱琳 (2012) 統整 Garfield (2002) 等人提出之「統計認知分析表」進行統計教學例的分類討論。他們認為統計學習的目的即是對資訊明智地作出反應，並認為學生即便能於強調技巧和計算的統計教學中取得好成績，但依然缺乏許多統計推理和思考的能力，因而建議課程應發展統計知識 (statistical literacy)、統計推理 (reasoning) 和統計思考 (thinking) 的教學設計。

本研究將以上三個主類目視為統計概念理解層次的三項不同類型。其中，統計知識是構成統計推理和統計思考的基礎，透過理解統計資訊，進而對數據進行批判思考及適當的判斷。統計推理是人們以統計思想作為推理及理解統計資訊的方法，包含能夠針對一組數據或圖表作出適當的解釋 (Garfield, 2002)。而 Chance 等人 (2005) 認為統計思考是超過統計知識與推理，能在解決問題之過程中，理解統計知識的關係及意義；也就是說，統計思考指的是有能力理解問題，並能設計、調查與得到合理的結論，並能批判和評估已解決問題或統計研究的結果。

本研究將參照李健恆與楊凱琳 (2012) 統整的統計認知分析表進行統計教學例的分類討論。在統計知識、統計推理與統計思考等主類目之下，分別具有 9、4 與 4 個細部的子類目，如表 4。本研究認為若將統計教學例依此類目進行分類，能針對統計教學例進行更細部的分析與討論，因此單純將此表作為統計知識的分類依據，並將該表視為「統計知識類型」的分類表。

表 4 統計認知分析表

統計認知分析表	
L. 統計知識 (Literacy)	
子項	說明
L1：分組計次	將原始數據事件做特定排序計次與分組，並整理成表的形式。
L2：表轉換	以不同表形式呈現數據，包括（累積）次數、相對（累積）次數。
L3：代數計算	利用平均數、中位數、百分位數等與統計量有關的公式進行計算。
L4：計算簡化	瞭解調整原始數據後對各概念的影響，以簡化相關概念的計算。
L5：概念判斷	根據理解之概念，判斷陳述句子的是非。
L6：設計數據	設計與題目條件吻合的資料與數據。
L7：繪製圖像	依照題目條件繪製呈現數據的統計圖表。
L8：報讀圖表	讀取統計圖表上的資料，並表達數據。
L9：解讀圖表	依據圖表資訊進行統計量數值運算。
R. 統計推理 (Reasoning)	
子項	說明
R1：解釋 (1)	認識各種工具對數據的集中與分散情形所代表的意義，並依據結果解釋數據所代表的現象。
R2：解釋 (2)	依題目條件選擇適當的分析工具，並根據結果解釋數據代表的現象。
R3：預測	根據理解認知預測數據或圖表呈現之現象。
R4：推理	利用理解之統計概念，從數據的集中或分散情形進行推論。
T. 統計思考 (Thinking)	
T1：形成問題	由可以遇到的現象中主動形成可以進行探討的問題。
T2：收集數據	提出對有助於解答問題數據的收集方式及理由。
T3：選擇分析方法	配合問題對整體數據選擇適合的分析方法。
T4：批判和評估	對已解決問題或統計研究的結果作批判或評估。

資料來源：李健恆、楊凱琳 (2012)。

第三章 研究方法

前一章描述關於機率統計主題的跨國教科書研究，整理香港與臺灣的數學課綱內容，也針對本研究所涉內容分析量化工具之相關文獻進行討論。接下來，本章將仔細描述本研究的研究方法。本章共分為三節，首先說明本研究的流程，接著介紹本研究的對象——臺灣與香港中學數學教科書機率統計主題，以對香港與臺灣的機率統計主題教科書有更深入的瞭解：包含兩地區參考的教科書出版年份，以及教科書機率統計主題的章節名稱，並詮釋機率部分與統計部分之量化研究工具的分類判斷準則，以及分析對象的編碼單位。最後，呈現信度的計算方式與計算結果，並討論其效度。

第一節 研究流程

研究者在確定研究對象為臺灣與香港機率統計主題的中學數學教科書後，究著手開始收集、整理樣本資料。本研究將研究對象分為機率內容以及統計內容兩部分，其中，統計內容採用李健恆與楊凱琳 (2012) 所統整的「統計認知分析表」進行題目的分類，機率內容之量化分析參考單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018) 中的「機率學前診測之雙向細目表」與許哲毓 (2019)《許式機率 II》的雙向細目表進行增修，彙整出「機率雙向細目統整表」來量化數據，並呈現題目分類的結果。在分類過程中與指導教授以及評分員進行多次討論與修訂，以確保研究的信度。

接著，根據量化結果進行細部對照並呈現量化分析結果，以及統整出臺灣香港機率統計主題的教材編排脈絡，與機率先備課程的編寫脈絡進行對照比較。再將上述提及之臺灣與香港七至十二年級之機率與統計教科書的資料分析結果，以及研究結論和質性分析整理後，綜合撰寫成研究報告。執行過程以研究流程圖呈現，如圖 1 所示。

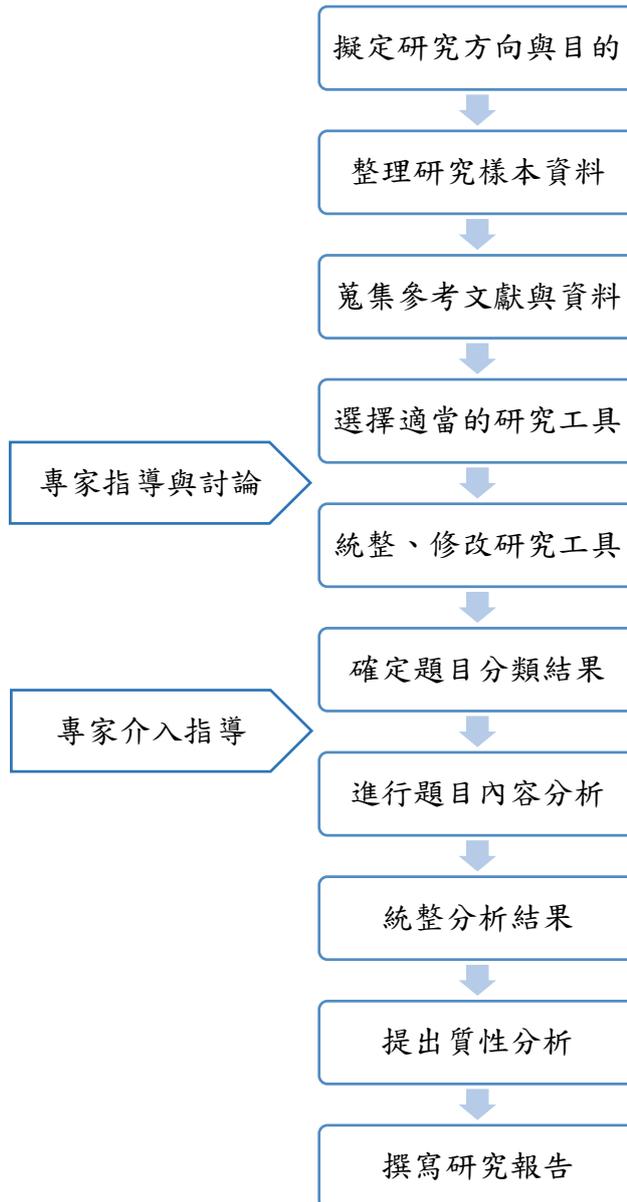


圖 1 研究流程示意圖

第二節 研究對象

本研究以臺灣與香港七至十二年級中學數學教科書機率統計部份作為分析對象。表 5 呈現本研究所使用的香港與臺灣各年級教科書的出版年份資訊。

表 5 香港、臺灣教科書各年級的出版年份

年級	香港出版年份	臺灣出版年份
七年級上學期	2018	2019
七年級下學期	2018	2019
八年級上學期	2019	2020
八年級下學期	2016	2020
九年級上學期	2018	2021
九年級下學期	2016	2021
十年級上學期	2019	2019
十年級下學期	2019	2019
十一年級上學期	2018	2020
十一年級下學期	2017	2020
十二年級上學期	2015	2021
十二年級下學期	2010	2021

一、臺灣

本研究主要針對臺灣七至十二年級中等教育階段之數學教科書，以機率統計主題作為研究對象，以下條列臺灣教科書機率統計課程在國中（第 1 至 6 冊）及高中階段（第 1、2、3A、4A、甲上與甲下冊）的章節名稱及其所含的單元內容，如表 6 及表 7。

表 6 臺灣教科書機率統計課程單元：國中階段

	章節名稱	單元內容
七年級 (第 2 冊)	5. 統計圖表與統計數據	5.1 統計圖表 5.2 平均數、中位數與眾數
八年級 (第 3 冊)	5. 統計資料處理	統計資料處理
九年級 (第 6 冊)	3. 統計與機率	3.1 次數分配與資料展示 3.2 資料的分析 3.3 機率

表 7 臺灣教科書機率統計課程單元：高中階段

十年級 (第 2 冊)	3. 數據分析	3.1 一維數據分析
		3.2 二維數據分析
	4. 排列組合與機率	4.1 計數原理
		4.2 排列
4.3 組合		
4.4 機率		
十一年級 (第 4A 冊)	3. 機率	3.1 主觀機率與客觀機率
		3.2 條件機率、貝氏定理與獨立事件
十二年級 (第甲下冊)	3. 機率統計	3.1 離散型隨機變數
		3.2 二項分布與幾何分布

二、香港

以下將條列香港教科書機率統計課程在國中（第 1B、2A、3A 與 3B 冊）及高中階段（第 E 冊）的章節名稱及其所含的單元內容，如表 8 及表 9。

表 8 香港教科書機率統計課程單元：國中階段

初中	章節名稱	單元內容
中一 (第 1B 冊)	13. 統計學與統計 圖表簡介	13.1 統計學簡介
		13.2 數據的組織
		13.3 數據的表達和闡釋（一）
		13.4 數據的表達和闡釋（二）
		13.5 以電腦軟件製作統計圖表
中二 (第 2A 冊)	7. 續統計圖表	7.1 組織圖、頻數多邊形和頻數曲線
		7.2 累積頻數多邊形和累積頻數曲線
		7.3 統計圖的運用和誤用
中三 (第 3A、3B 冊)	6. 集中趨勢的量度	6.1 不分組數據的集中趨勢的量度
		6.2 以頻數分佈表組織的數據的集中趨勢的量度
		6.3 加權平均數
		6.4 續集中趨勢的量度
		6.5 數據變化對集中趨勢的影響
11. 概率簡介	11.1 基礎概率	
	11.2 實驗概率和理論概率	
	11.3 續概率	
	11.4 期望值	

表 9 香港教科書機率統計課程單元：高中階段

高中	章節名稱	單元內容
必修部分 (第 E 冊)	19.排列與組合	19.1 計數原理
		19.2 排列
		19.3 組合
	20.概率	20.1 集合
		20.2 概率加法定律
		20.3 概率乘法定律
		20.4 使用排列與組分解有關概率的應用題
	21.離差的量度	21.1 分佈域及四分位數間距
		21.2 框線圖
		21.3 標準差
21.4 標準差的應用		
21.5 改變數據對數據的離差之影響		
22.統計的應用及誤用	22.1 統計的應用	
	22.2 統計的誤用	
延伸部分 單元一：微積分與統計 (第 M1A 與 M1B 冊)	8.進階概率	8.1 條件概率和獨立性
		8.2 貝葉斯定理
	9.離散概率分佈	9.1 隨機變量和離散概率分布
		9.2 期望和方差
	10.伯努利、幾何、二項和泊松分佈	10.1 伯努利分佈
		10.2 幾何分佈
		10.3 二項分佈
		10.4 泊松分佈
	11.正態分佈	11.1 連續隨機變量
		11.2 正態分佈
11.3 正態分佈的應用		
12.抽樣分佈和點估計	12.1 抽樣分佈	
	12.2 中心極限定理	
	12.3 點估計	
13.置信區間	13.1 總體平均值的置信區間	
	13.2 總體比例的置信區間	

三、分析對象

本研究的分析範圍為香港與臺灣教科書七至十二年級之機率及統計內容。研究者將分別針對香港教科書之「熱身練習」、「課堂活動」、「教學例題」、「試作」及「課堂練習」，以及臺灣教科書之「教學例」與「隨堂練習」等教學例進行編碼，編碼的單位為「題」，而「子題」均獨立列為一題。教學例不包含課後習題、延伸閱讀文本（數學知多些）以及主題式延伸活動等內容。

本研究為方便評分者們進行分類，以上述之「題」的定義作為量化分析單位，並將每一題進行編碼。定義教學例的編碼單位為「冊號-單元-節-題序號（子問題題號）」，以下詳述教學例編碼的原則：

第一碼：

香港教科書：以「1A」代表香港初中一年級上學期用書、「2B」代表初中二年級下學期用書；以「A」代表香港高中第A冊用書，以「E」代表香港高中第E冊用書。

臺灣教科書：以「7A」代表臺灣七年級（國一）上學期用書，「8B」代表八年級（國二）下學期用書，以「11A」代表十一年級（高二）上學期用書。

第二碼：以數字1代表第1單元

第三碼：以數字2代表第2小節

第四碼：以數字14(a)表示為該小節之第14個教學例的第一個子問題

依據上述編碼原則，若香港教科書題目編碼為「2A-7-2-4(b)」，意即該題為香港中一教科書第2A冊第7單元「續統計圖表」中，第2小節〈累積頻數多邊形和累積頻數曲線〉內第4個教學例的(b)小題；若教學例編碼為「3A-6-4-8(a)」，意即該題為香港中三教科書第3A冊第6單元「集中趨勢的量度」中，第4小節「續集中趨勢的量度」中第8個教學例的(a)小題。

第三節 研究工具

本節將以香港教科書內的實際教學例，作為解釋各量化研究工具的類目規準，並分為機率部份以及統計部份進行呈現。最後，針對不適合進行量化分析的教科書編寫內容，進行質性的內容分析討論。

一、機率部分：機率雙向細目統整表

本研究機率內容的分析，參考單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018) 的機率學前診測雙向細目表，以及許哲毓 (2019) 提出的博士論文《許氏機率 II》，將機率雙向細目表的機率概念層次進行擴充與修訂，以作為本研究機率教學例的分類方式，如表 10。為了更清楚呈現機率類型與機率概念層次的意義，接下來將以香港中學數學教科書機率主題之教學例進行對照，並詳細說明各教學例之機率類型及概念層次的分類判斷準則。

表 10 機率雙向細目統整表

機率概念層次 機率類型	單一事件	餘事件	互斥和事件	獨立事件	相依事件	條件機率
主觀機率						
古典機率						
頻率機率						
期望值						
前機率						

以下，研究者直接以香港教科書內實際的機率教學例，呈現於圖 2 至圖 9，作為表 10 各類目的具體範例。

熱身練習

1. 以下頻數分佈表顯示一間學校裏學生的血型。

血型	A	B	AB	O
頻數	250	230	145	375

(a) 求血型為 A 型的學生所佔的百分數。
 (b) 求血型為 O 型的學生所佔的百分數。

2. 以下頻數分佈表顯示一次考試中考生的成績。

成績	A	B	C	D	E	F
頻數	10	35	155	185	170	45

若及格成績為 E 級，求及格考生所佔的百分數。

圖 2 前機率機率類型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.3）

如圖 2，此題僅需有比例的概念即可解題，未有機率的概念依然能進行作答，所以將其視為「前機率」的引導性機率類型題目。

考慮過往投擲骰子的經驗，回答下列問題。

1. 下列各題中，哪件事情在投擲骰子時較易發生？

(a) 擲得偶數點數
 擲得點數「6」

(b) 擲得奇數點數
 擲得點數「3」

◀ 當投擲一枚骰子時，所擲得點數可能是 1、2、3、4、5 或 6。

圖 3 主觀機率、單一事件之題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.2）

圖 3 為《數學新思維》3B 冊基礎概率的引言，此題之 (a) 小題針對投擲骰子呈現偶數的 2、4、6 三種狀況，與擲得點數 6 的狀況進行比較，這個答案取決於學生根據經驗進行相信程度上直覺估測，因此將此題視為「古典機率」的機率類型，而 (b) 小題亦同。

而且，這兩個小題皆僅涉及「擲得偶數、點數 6」與「擲得奇數、點數 3」的單一隨機事件，因此皆視為「單一事件」的機率概念層次。

程度 1
例 11.3 下表記錄了投擲一枚骰子 100 次的結果。

結果	1	2	3	4	5	6
頻數	24	12	13	16	15	20

投擲該枚骰子一次。求下列各事件的實驗概率。

(a) 擲得點數「3」。
(b) 擲得點數「6」。

解 (a) 總頻數 = 100
擲得點數「3」的頻數 = 13
擲得點數「3」的實驗概率 = $\frac{13}{100}$

(b) 擲得點數「6」的頻數 = 20
擲得點數「6」的實驗概率 = $\frac{20}{100}$
 $= \frac{1}{5}$

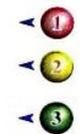


圖 4 頻率機率、單一事件之題型 (《數學新思維》3B 冊 p. 11.9)

根據圖 4 顯示的表格，它是骰子 100 次之大量隨機試驗結果。用表格數據來估計骰子每面數字擲到的機率。我們透過大數法則，知道當試驗次數越多，試驗結果將越逼近實際機率，因此將此題歸類為「**頻率機率**」的機率類型。此外，兩個小題僅涉及「擲得點數 3」與「擲得點數 6」的單一隨機事件，因此將此題視為「**單一事件**」的機率概念層次。

程度 1
例 11.5 從「PAPAYA」一字裏，隨機選出一個字母。求下列各事件的概率。

(a) 抽出字母「Y」。
(b) 抽出字母「A」。

解 (a) 可能結果的總數 = 6
合適結果的數目 = 1
 $P(\text{「Y」}) = \frac{1}{6}$

(b) 合適結果的數目 = 3
 $P(\text{「A」}) = \frac{3}{6}$
 $= \frac{1}{2}$

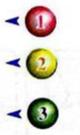



圖 5 古典機率、單一事件之題型 (《數學新思維》3B 冊 p. 11.13)

上頁圖 5 內的樣本空間共有六個字母，由於每個字母被選到的機會相等，因此抽出字母「Y」的機率為 $\frac{1}{6}$ ，同理，抽出字母「A」的機率為 $\frac{3}{6}$ ，所以將此兩題皆視為「**古典機率**」的機率類型。而且，兩個小題均僅涉及「抽出字母 Y」與「抽出字母 A」的單一隨機事件，故將此題視為「**單一事件**」的機率概念層次。

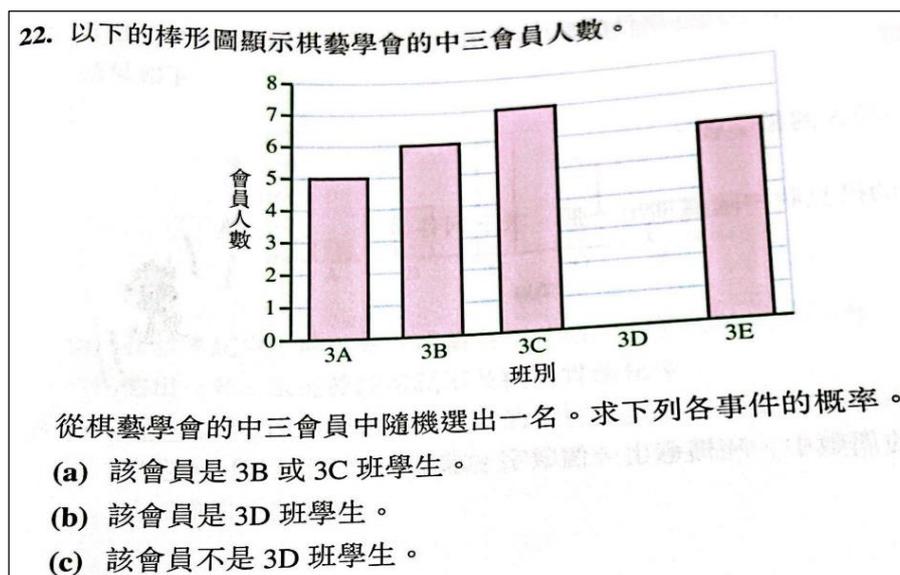


圖 6 古典機率、互斥和與單一事件題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.21）

圖 6 有三個子問題，由於每位會員隨機被選到的機率相等，因此三個子問題皆視為「**古典機率**」的機率類型。

在 (a) 小題中，兩事件 3B 班學生及 3C 班學生互為互斥事件，且題目要求計算兩事件聯集的機率，而兩事件的機率和即為答案，因此視為「**互斥和事件**」的機率概念層次。

而在 (b) 及 (c) 小題中，皆僅涉及「是 3D 班學生」與「不是 3D 班學生」，並能直接從圖表中讀取資訊的單一隨機事件，因此皆視為「**單一事件**」的機率概念層次。

2

例 20.12

投擲一枚勻稱硬幣 3 次。求擲得下列結果的概率。

- (a) 擲得 3 個正面。
 (b) 首兩次擲得正面，第三次擲得反面。
 (c) 擲得 2 個正面和 1 個反面。

解 設 H_i 和 T_i 分別是在第 i 次投擲中得到正面和反面的事件，其中 $i=1, 2$ 和 3 。

- (a) P (擲得 3 個正面)

$$\begin{aligned} &= P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) \\ &= P(H_1) \times P(H_2) \times P(H_3) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

- (b) P (首兩次擲得正面，第三次擲得反面)

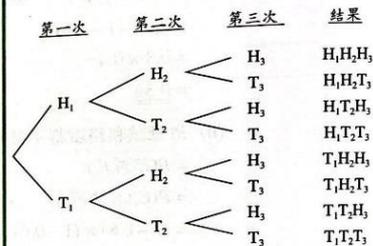
$$\begin{aligned} &= P(H_1 \cap H_2 \cap T_3) \\ &= P(H_1) \times P(H_2) \times P(T_3) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

- (c) P (擲得 2 個正面和 1 個反面)

$$\begin{aligned} &= P(H_1 \cap H_2 \cap T_3) \cup (H_1 \cap T_2 \cap H_3) \cup (T_1 \cap H_2 \cap H_3) \\ &= P(H_1 \cap H_2 \cap T_3) + P(H_1 \cap T_2 \cap H_3) + P(T_1 \cap H_2 \cap H_3) \\ &= \frac{1}{8} + P(H_1) \times P(T_2) \times P(H_3) + P(T_1) \times P(H_2) \times P(H_3) \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

解題策略

以下的樹形圖顯示投擲一枚硬幣 3 次的所有可能結果。



◀ $H_1 \cap H_2 \cap T_3$ 、 $H_1 \cap T_2 \cap H_3$ 及 $T_1 \cap H_2 \cap H_3$ 是互斥事件。

圖 7 古典機率、獨立事件之題型 (《數學新思維》E 冊 p. 82)

由於圖 7 投擲一枚勻稱的硬幣，表示正面與反面被擲得的機率均相同，因此將此三個子問題均視為「古典機率」的機率類型。

(a) 小題欲求擲得 3 個正面的機率，由於擲三個正面的狀況均不互相影響，故擲得 3 個正面的機率為三次均擲得正面的機率相乘，也就是 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ 。

(b) 小題欲求首兩次擲得正面、第三次擲得反面的機率，因為三次擲出的結果均不互相影響，故機率為第一次擲出正面的機率 \times 第二次擲出正面的機率 \times 第三次擲出反面的機率 $= \frac{1}{8}$ 。

(c) 小題欲求擲得兩正面與一反面的機率，根據樹狀圖，我們可以得知僅有正正反、正反正、與反正正三種狀況符合條件，且三種狀況均不互相影響。因此，這三小題均視為「獨立事件」的機率概念層次。

例 20.13 下表所示為一組人中吸煙者和非吸煙者的數目。

	吸煙者	非吸煙者
男士	11	9
女士	3	14

從該組中隨機選出一人。

(a) 已知選出的人是一位吸煙者，求這人是男士的概率。
 (b) 已知選出的人是一位男士，求他是吸煙者的概率。
 (c) 已知選出的人是一位女士，求她是吸煙者的概率。
 (d) 已知選出的人是一位女士，求她是非吸煙者的概率。

解

(a) 吸煙者的數目 = $11 + 9$
 $= 20$
 男吸煙者的數目 = 11
 $P(\text{男士} | \text{吸煙者})$
 $= \frac{11}{20}$

(b) 男士的數目 = $11 + 9$
 $= 20$
 $P(\text{吸煙者} | \text{男士})$
 $= \frac{11}{20}$

(c) 女士的數目 = $3 + 14$
 $= 17$
 女吸煙者的數目 = 3
 $P(\text{吸煙者} | \text{女士})$
 $= \frac{3}{17}$

(d) 女非吸煙者的數目 = 14
 $P(\text{非吸煙者} | \text{女士})$
 $= \frac{14}{17}$

想一想

你認為 $P(B|A)$ 是否一定等於 $P(A|B)$ 嗎？

圖 8 古典機率、條件機率之題型 (《數學新思維》E 冊 p. 84)

由於圖 8 當中每個人被選到的機率相等 (所謂「隨機選出一人」的意思)，因此將這三個子問題皆視為「古典機率」的機率類型。

我們可以理解四個小題的題型皆分為兩步驟，步驟一均為已知選出某位人選 (分別為吸煙者、男士、女士、女士) 的條件，而步驟二則是求出發生「某個事件」的機率，我們可以觀察到發生步驟二「某事件」的機率會受步驟一結果的影響，因此將四個小題均視為「條件機率」的機率概念層次。

例 20.16 景聰每天會戴手錶 A 或手錶 B。他第一天戴手錶 A 的概率是 0.6。已知他第一天戴手錶 A，第二天再戴手錶 A 的概率是 0.3。已知他第一天戴手錶 B，第二天再戴手錶 B 的概率是 0.2。

(a) 求他連續兩天都戴手錶 B 的概率。

(b) 求他在連續兩天內至少有一天戴手錶 B 的概率。

解 設 A_i 和 B_i 分別是景聰在第 i 天戴手錶 A 和手錶 B 的事件，其中 $i = 1, 2$ 。

(a) $P(\text{連續兩天都戴手錶 B})$

$$= P(B_1 \cap B_2)$$

$$= P(B_1) \times P(B_2 | B_1)$$

$$= (1 - 0.6) \times 0.2$$

$$= \underline{0.08}$$

(b) $P(\text{在連續兩天內至少有一天戴手錶 B})$

$$= 1 - P(\text{連續兩天都戴手錶 A})$$

$$= 1 - P(A_1 \cap A_2)$$

$$= 1 - P(A_1) \times P(A_2 | A_1)$$

$$= 1 - 0.6 \times 0.3$$

$$= \underline{0.82}$$



手錶 A 手錶 B

解題策略

以下的樹形圖顯示所有可能結果。

	第一天	第二天	結果
0.6	A ₁	0.3 A ₂	A ₁ A ₂
		B ₂	A ₁ B ₂
1-0.6	B ₁	A ₂	B ₁ A ₂
		0.2 B ₂	B ₁ B ₂

圖 9 古典機率、相依事件之題型 (《數學新思維》E 冊 p. 89)

根據圖 9 之題幹所述，景聰每天一定會配戴手錶 A 或是手錶 B，因此戴手錶 A 與戴手錶 B 的機率總和為 1，因此將此題視為「古典機率」的機率類型。

(a) 小題欲求連續兩天配戴手錶 B 的機率，根據樹狀圖，我們可以得知僅有 B_1 與 B_2 共同發生的狀況符合條件，故連續兩天配戴手錶 B 的機率為 $P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times P(B_2 | B_1) = 0.4 \times 0.2 = 0.08$ 。

而 (b) 小題欲求連續兩天至少有一天配戴手錶 B 的機率，根據樹狀圖，我們可以得知除了 A_1 與 A_2 共同發生的狀況以外，其他都有符合題目的條件，故連續兩天至少有一天配戴手錶 B 的機率可以利用 $1 - P(A_1 \cap A_2) = 1 - P(A_1) \times P(A_2 | A_1) = 1 - 0.6 \times 0.3 = 0.82$ 得出。雖然此題看似能透過連續兩天都戴手錶 A 的餘事件機率求出結果，但因為本研究不將教學例重複分類，因此將兩小題均視為「相依事件」的機率概念層次。

二、統計部分：統計知識類型分類表

為了更清楚呈現統計知識、統計推理、統計思考三大「統計知識類型」代表的統計教學例分類依據，接下來將以香港中學數學教科書統計主題之教學例進行對照，以說明各類別之判斷準則。在實際進行題目歸類時，部分題目之多個子題可能對應至相同或不同的統計能力，因此具有多個子題的教學例，其子題之分類結果可能會對應至一項以上的統計認知類別。

接下來，研究者直接以香港教科書內實際的統計教學例，呈現於圖 10 至圖 15，作為表 4 各類目的具體範例。

(一) 統計知識 (Literacy)

試做 13.1 以下是某歌唱比賽參賽者的得分：

6 7 7 6 9 8 8 7 9 5 7 7 6 7 8 6

(a) 為以上的數據製作一個頻數分佈表。

(b) 獲得多於 7 分的參賽者有多少人？

圖 10 分組計次及解讀圖表層次 (《數學新思維》1B 冊 p. 13.10)

圖 10 的 (a) 小題要求學生根據題目給定之數據計次，並整理成表，屬於統計知識中的「分組計次」認知層次。而 (b) 小題要求學生依據圖表資訊進行數值運算，屬於統計知識中的「解讀圖表」認知層次。

程度 1

例 13.4 以下是一項有關顧客購買手提電話時最關注的因素的調查結果：

因素	設計	售價	大小	功能	電池壽命
頻數	62	45	39	37	23

(a) 製作一個棒形圖來表達以上數據。

(b) 哪項因素是顧客最關注的？哪項因素是顧客最不關注的？

圖 11 繪製圖像與報讀圖表層次 (《數學新思維》1B 冊 p. 13.19)

圖 11 的 (a) 小題要求學生根據題目給定之數據繪製統計圖表，屬於統計知識中的「繪製圖像」認知層次。而 (b) 小題則要求學生讀取統計圖表上的資料，並表達數據，屬於統計知識中的「報讀圖表」認知層次。

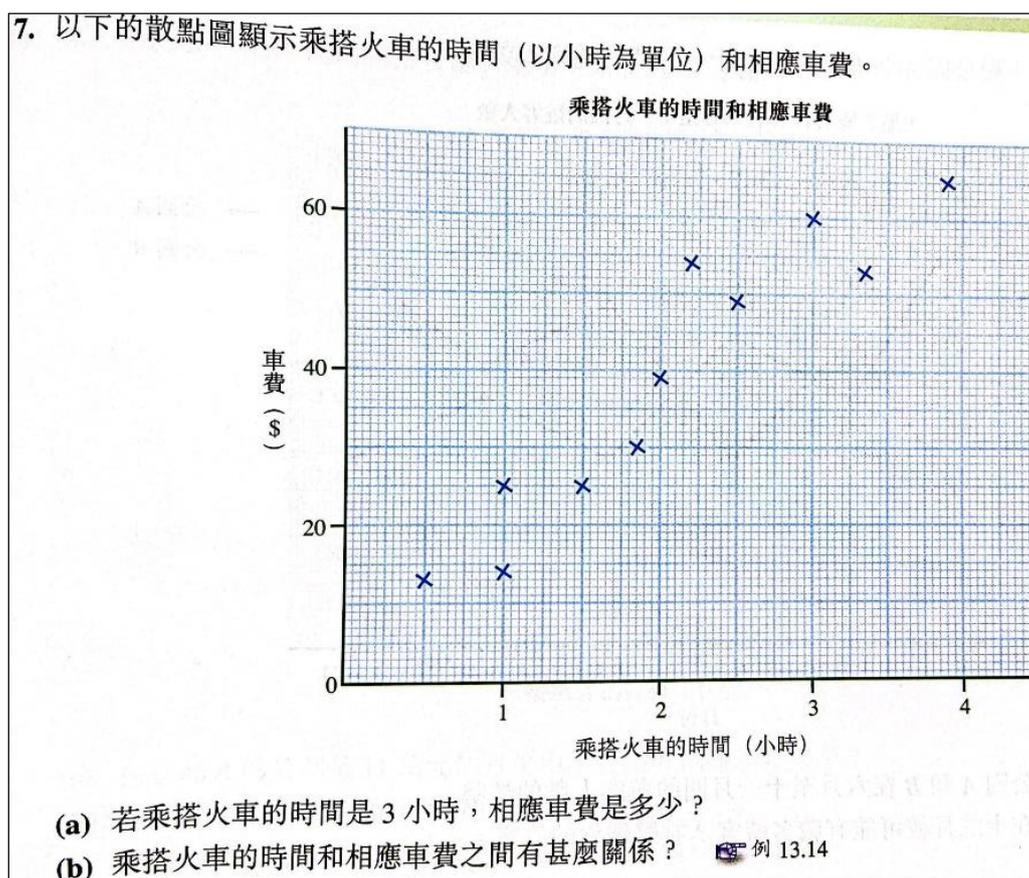


圖 12 報讀圖表與解讀圖表層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.53）

圖 12 的 (a) 小題要求學生讀取統計圖表上的資料，並表達數據，屬於統計知識中的「報讀圖表」認知層次。而 (b) 小題則要求學生依據圖表資訊進行統計量數值運算，屬於統計知識中的「解讀圖表」認知層次。

(二) 統計推理 (Reasoning)

程度 2

例 13.3 以下是某學生在過去 20 個上課日，等候巴士的時間（以分鐘為單位）：

5.2	8.3	7.2	7.1	6.7
6.2	5.7	6.4	4.8	6.3
7.7	5.2	6.0	7.6	5.4
9.4	6.1	6.6	4.6	5.8

(a) 按以下的分組方法，為以上的數據製作一個頻數分佈表：
4.6 分鐘 – 5.5 分鐘、5.6 分鐘 – 6.5 分鐘等

(b) 你認為該學生在下一個上課日很可能要等候巴士多久？試解釋你的答案。

圖 13 分組計次及預測層次（《數學新思維》1B 冊 p. 13.13）

圖 13 的 (a) 小題要求學生根據題目給定數據，做特定排序與分組，並整理成表，屬於統計知識中的「分組計次」認知層次。而 (b) 小題則要求學生利用知識或技巧預測數據提供的訊息，屬於統計推理中的「預測」認知層次。

(三) 統計思考 (Thinking)

12. 某工廠生產線 A 和 B 每天都生產相同數目的產品，兩條生產線在一星期內各天生產次品的數目如下：

生產線 A : 8, 12, 13, 14, 9, 11, 5

生產線 B : 9, 8, 10, 8, 9, 11, 13

 (a) 觀察以上的數據。你會選擇平均數、中位數和眾數中哪個量度來比較這兩條生產線的表现？試解釋你的答案。

(b) (i) 對於生產線 A 和 B，分別求 (a) 部所選的集中趨勢的量度。

(ii) 根據 (b)(i) 所得的結果，哪條生產線的表现普遍較好？  例 6.21

圖 14 選擇分析方法、批判評估及代數計算（《數學新思維》3A 冊 p. 6.44）

圖 14 的 (a) 要求學生選擇出最適合分析該題意的方法，屬於統計思考中的「選擇分析方法」認知層次。而 (b) 的第 (i) 小題要求學生利用公式進行統計量的計算，屬於統計知識中的「代數計算」認知層次；第 (ii) 小題要求學生對統計結果進行批判或評估，屬於統計思考中「批判和評估」認知層次。

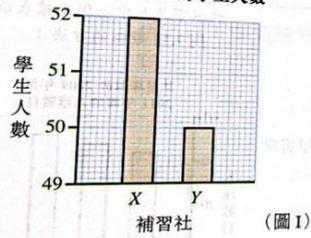
課堂活動 7.3B

以下兩幅棒形圖均顯示某數學考試考獲 A 級的補習社 X 和 Y 的學生人數。

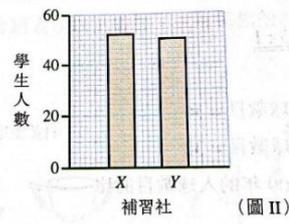
活動目的

探究闡釋統計圖時出現的錯誤。

某數學考試考獲 A 級的
補習社 X 和 Y 的學生人數



某數學考試考獲 A 級的
補習社 X 和 Y 的學生人數



以上哪個統計圖會使你錯誤闡釋數據？試解釋你的答案。

圖 15 批判與評估認知層次（《數學新思維》2A 冊 p. 7.49）

圖 15 要求學生針對提供的統計資訊作出評斷與批判，思考由兩個長條圖推論出來的結果是否存在差異。此題刻意將學生人數的範圍區間以不同形式呈現，來誇大數據的變化程度，使兩種數據完全相同的資料，在圖表呈現出截然不同的統計結果。此題可讓學生釐清迷思概念，培養學生面對、判斷統計結果適切性的能力，屬於統計思考中「**批判和評估**」認知層次。

三、質性的內容分析

本研究以臺灣與香港七至十二年級機率統計主題的中學數學教科書作為取材材料，針對機率與統計主題的教學例進行量化分析。除此之外，研究者發現在討論兩地區機率與統計主題之編寫脈絡，並不適合使用量化分析，因此，針對教材順序及課文描述方法，以及機率先備課程，包含集合、排列與組合的內容進行質性的脈絡編排分析與討論，以瞭解兩地區教科書撰寫者在機率與統計主題的教科書編寫脈絡，進而綜合兩地區的優劣勢，撰寫結論並提出相關的教材修訂建議。期望能增進對臺灣與香港中學機率統計主題的認識，並為將來兩地區的教科書撰寫者提供關於中學數學機率統計主題的參考基礎。

本研究針對臺灣與香港七至十二年級，基於最新版課綱（如表 5）為基礎而編寫的中學數學教科書，包含臺灣 12 本（國中 6 本、高中必修 4 本及高中選修 2 本）以及香港 13 本（國中 6 本、高中必修 5 本及高中選修 2 本）教材，作為本研究的質性內容分析依據。最後，針對香港中學教科書機率與統計主題的編寫脈絡進行細部脈絡分析，對臺灣與香港的編寫脈絡進行統整討論，兩地區機率先備課程進行脈絡比較，以及高中選修的章節名稱對照後，歸納出研究結果，並統整為研究結論。

第四節 信度與效度

本節將分成兩部分進行討論，第一部分主要針對香港教科書資料處理進行詳細說明，包含說明分析單位與教學例的編碼原則，而第二部分則說明本研究之信效度的細節，包含計算方式與計算結果。

一、信度

本研究採取「評分者信度」作為信度檢驗之方法，以研究者以及熟知中學數學教科書的編寫脈絡與教學內容，並具備專業的教學例分類觀點之兩位專家，共三人作為評分員，以下將說明信度的計算方式、分析流程以及計算結果。

(一) 信度計算方式

根據評分者信度的計算公式，算出兩兩評分員之間的相互同意值 (P_i)，並根據相互同意值計算出平均相互同意值 (P)，帶入信度的公式計算出信度值 (R)。其中，計算的公式如下：

1. 相互同意值 (P_i)

$$P_i = \frac{M_i}{K}$$

P_i ：第 i 組評分員間的相互同意值

M_i ：第 i 組評分員間兩兩相互同意的教學例數

K ：每位評分員所要分類的教學例數

2. 平均相互同意值 (P)

$$P = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{N}$$

N ：表示評分者間相互比較的次數

3. 信度 (R)

$$R = \frac{np}{1 + [(n-1)P]}$$

n ：表示評分員總人數

(二) 信度分析流程

本研究在選定研究工具後，與評分者們進行第一次會議，說明、討論預計的分類模式後，與評分者們分別進行第一次的分類，並根據第一次的分類結果，採取評分者信度的檢驗方式計算出第一次信度值。而後經過開會討論，包含修訂研究工具、討論分類定義的內容以及針對教學例進行分類的觀點討論，最後再次進行第二次的評分者分類，進而形成更完整的分析結果。

(三) 信度計算結果

1. 機率部分

(1) 第一次信度計算結果：

在機率部分的信度計算上，經過第一次討論後，分別根據三位評分員評定後的分類結果，帶入公式計算出兩兩評分員之間的相互同意值，計算結果如表 11。

表 11 第一次機率分類評分者間相互同意值

	評分員 A	評分員 B
評分員 B	0.9	
評分員 C	0.3	0.3

根據表 11，可計算出評分者間平均相互同意值 P ：

$$P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} = \frac{0.9 + 0.3 + 0.3}{3} \approx 0.5$$

再利用評分者間平均相互同意值 P ，計算出第一次的信度值 R ：

$$R = \frac{np}{1 + [(n-1)P]} = \frac{3 \times 0.5}{1 + 2 \times 0.5} \approx 0.7$$

觀察第一次機率教學例分類所計算出的信度值 ($R = 0.7$)，可以發現此次分類計算出的評分者信度數值並不算太高，因此我們決定進行第二次討論，期望能透過再一次討論與重新認定分類的標準，讓評分員之間對機率教學例的分類有更高的共識，進而提升評分者信度，增加分類結果的可信性。

(2) 第二次信度計算結果：

表 12 第二次機率分類評分者間相互同意值

	評分員 A	評分員 B
評分員 B	1.0	
評分員 C	0.9	0.9

根據表 12，可計算出評分者間平均相互同意值 P ：

$$P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} = \frac{1 + 0.9 + 0.9}{3} \approx 0.9$$

接著，利用評分者間平均相互同意值 P ，計算出最終信度值 R ：

$$R = \frac{np}{1 + [(n-1)P]} = \frac{3 \times 0.9}{1 + 2 \times 0.9} \approx 0.9$$

我們可以發現，經過第二次討論後，評分者們重新針對分類依據進行定義及討論，並以第二次重新分類的結果進行評分者信度的計算，計算出最終信度值 R 為 0.9，顯示出根據此分類模式分類機率部分的教科書教學例，其分類結果的可信程度高達 0.9。

2. 統計部分

(1) 第一次信度計算結果：

表 13 第一次統計分類評分者間相互同意值

	評分員 A	評分員 B
評分員 B	0.6	
評分員 C	0.4	0.4

根據表 13，可計算出評分者間平均相互同意值 P

$$P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} = \frac{0.60 + 0.4 + 0.4}{3} \approx 0.5$$

接著利用評分者間平均相互同意值 P ，計算出信度值 R

$$R = \frac{np}{1 + [(n-1)P]} = \frac{3 \times 0.5}{1 + 2 \times 0.5} \approx 0.8$$

觀察第一次統計教學例分類所計算出的信度值 ($R = 0.8$)，可以發現評分者信度數值並不高，因此我們決定進行第二次統計分類的討論，期望能透過討論與重新認定分類標準，讓評分員對統計教學例的分類一具有更高的共識，進而提升評分者信度，增加分類結果的可信性。

(2) 第二次信度計算結果：

表 14 第二次機率分類評分者間相互同意值

	評分員 A	評分員 B
評分員 B	0.9	
評分員 C	0.9	0.9

根據表 14，可計算出評分者間平均相互同意值 P

$$P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} = \frac{0.9 + 0.9 + 0.9}{3} \approx 0.9$$

接著，利用平均相互同意值 P ，計算出機率部分的最終信度值 R

$$R = \frac{np}{1 + [(n - 1)P]} = \frac{3 \times 0.9}{1 + 2 \times 0.9} \approx 0.9$$

我們可以發現，經過第二次討論後，評分者們重新針對統計教學例的分類依據進行定義及討論，並以第二次重新分類的結果進行評分者信度的計算後，計算出最終信度值 R 為 0.9，顯示出根據此分類模式分類統計部分的教科書教學例，其分類結果的可信程度高達 0.9。

二、效度

本研究採用的研究對象為香港與臺灣中學數學教科書，研究者針對香港教科書進行採訪及搜尋相關資訊，確認該版本在香港具有一定的市占率，故選擇《數學新思維》作為香港教科書的研究對象；研究者同樣對臺灣教科書進行各版的對照，發現各版本在教科書內容、頁數與教學例數基本上大致相同，因此隨機選擇市占率具一定水準的翰林版作為臺灣教科書的研究對象，因此兩版均能有效的代表香港與臺灣進行後續探究。在進行量化分析時，經過研究者、評分員們互相討論，並將研究工具的類目定義進行多次的認定與修正，釐清會造成分類混淆的類目詞彙，再進行兩次的教學例討論與重新分類，並經由專家效度確立最終量化分析結果，顯示本研究具有一定的效度。

第四章 資料分析結果

本章共分為三節，首先針對教科書內容進行基本統計量的計算。接著，本研究將針對機率內容與統計內容進行量化的內容分析。經專家建議以及評分者們的討論，確立量化分析結果後，呈現教科書教學例量化分析結果。最後針對兩個地區的量化分析結果進行排比。

在本章的最後，探討兩地區教科書編寫及脈絡差異，針對教學例的概念描述與教科書的編寫脈絡進行質性描述，以利瞭解現今臺灣、香港機率及統計教科書課程內容發展與差異。除了描述機率統計必修部分的編寫脈絡外，研究者也將描述機率先備課程的編寫脈絡，並針對高中選修數學的機率統計內容進行教學內容的對照，以充實本研究的貢獻。

第一節 基本統計量分析

一、機率內容

若以教科書總頁數進行香港與臺灣的對照，我們可以看到香港國中教科書的總篇幅（1936 頁）遠大於臺灣（996 頁），如表 15。這顯示香港在教科書撰寫上花較多的篇幅進行敘述，整體篇幅幾乎是臺灣的兩倍。就機率內容而言，香港教科書國中階段頁數占總頁數的比例（2.9%）也高於臺灣（1.7%），且兩地區皆將機率內容置於國三下學期（香港：第 3B 冊、臺灣：第 6 冊），表示國中階段其他冊完全沒有涉及機率的內容；也就是說，兩地區國三下學期的機率內容占所有國中機率的 100%。

表 15 國中階段教科書機率內容頁數及其占比

國中階段機率內容	教科書總頁數	占總頁數比例	占總機率內容比例
香港	1936 頁	56 頁(2.9%)	第 3B 冊 56 頁(100%)
臺灣	996 頁	16 頁(1.7%)	第 6 冊 16 頁(100%)

而高中階段的必修部分，如表 16，我們可以看到香港教科書機率內容頁數占總頁數的比例 (4%) 低於臺灣 (7%)，顯示臺灣高中數學教材明顯較香港重視機率內容。香港將機率內容全都置於第 E 冊 (第 E 冊的機率占有所有必修機率內容的 100%)，相對地，臺灣則將機率安排在第 2 冊與第 4A 冊，分別占機率內容的 34%與 66%。

表 16 高中必修階段教科書機率內容頁數及其占比

高中必修階段 機率內容	教科書總頁數	占總頁數比例	占總機率內容比例
香港	1356 頁	53 頁(4%)	第 E 冊 53 頁(100%)
臺灣	890 頁	64 頁(7%)	第 2 冊 22 頁(34%) 第 4A 冊 42 頁(66%)

根據表 17 及表 18 查看國中機率內容的篇幅，香港第 3B 冊的篇幅占當冊的 19%，相對地，臺灣第 6 冊則只占當冊的 13%，若以頁數計，香港篇幅 (56 頁) 更超過臺灣 (16 頁) 三倍，顯示香港國中的機率篇幅相對高於臺灣。

而在高中必修階段，香港將機率 (概率) 內容集中在第 E 冊，香港《數學新思維》教科書的第 E 冊主要安排在高二下學期 (中五下學期) 進行教學，對照臺灣的機率課程則將機率內容分成高一下學期 (第 2 冊) 及高二下學期 (第 4A 冊) 兩個部分進行教學，顯示高中階段機率學習脈絡的編排上，兩地區有明顯的差異。根據表 16，臺灣在第二冊及第四冊占有所有機率內容的比例約為一比二，顯示出臺灣機率雖分為高一下與高二下兩部分進行教學，但高二下的機率內容的占比較高一下高出許多。

以下呈現的是香港與臺灣機率內容的章節名稱及其單元、小節與頁數佔當冊的比例，如表 17 與表 18。

表 17 香港教科書機率內容章節占比

教科書	單元	單元占比	小節	小節占比	頁數占比
第 3B 冊 (國中)	11. 概率簡介	1/5 (20%)	11.1 基礎概率	4/20 (20%)	56/298 (19%)
			11.2 實驗概率和理論概率		
			11.3 續概率		
			11.4 期望值		
第 E 冊 (高中)	20. 概率	1/4 (25%)	20.2 概率加法定律	3/14 (21%)	53/247 (21%)
			20.3 概率乘法定律		
			20.4 使用排列與組合解有關概率的應用題		

表 18 臺灣教科書機率內容章節占比

教科書	單元	單元占比	小節	小節占比	頁數占比
第 6 冊 (國中)	2. 統計與機率	1/3 (33%)	2-2 機率	1/6 (17%)	16/123 (13%)
第 2 冊 (高中)	3. 排列組合與 機率	1/4 (25%)	3-4 機率	1/11 (9%)	22/238 (9%)
第 4A 冊 (高中)	3. 機率	1/4 (25%)	3-1 主觀機率與客觀機率 3-2 條件機率與獨立事件 3-3 貝氏定理	3/12 (25%)	42/235 (18%)

二、統計內容

表 19 顯示，雖然香港教科書的總篇幅(1936 頁)遠大於臺灣教科書(996 頁)，甚至是臺灣篇幅的兩倍，但我們可以看見香港國中階段的統計篇幅占總頁數的比例(11%)與臺灣(10%)的占比並沒有太大的差異。

表 19 國中階段教科書統計內容頁數及其占比

國中階段統計內容	教科書總頁數	占總頁數比例	占總統計內容比例
香港	1936 頁	210 頁(11%)	第 1B 冊 69 頁(33%)
			第 2A 冊 72 頁(34%)
			第 3A 冊 69 頁(33%)
臺灣	996 頁	101 頁(10%)	第 2 冊 47 頁(47%)
			第 3 冊 24 頁(24%)
			第 6 冊 19 頁(19%)

觀察統計課程的編排脈絡，顯示香港及臺灣國中階段的統計課程只有些微差異，香港統計內容的課程安排在第 1B 冊、第 2A 冊與第 3A 冊，而臺灣統計課程則安排在第 2 冊、第 3 冊與第 6 冊，其中香港各冊的統計內容占比較為平均，幾乎平均分布在三個年級，而臺灣較集中在第二冊(約占總統計內容的 47%)，如表 19。而觀察兩地區高中階段的統計內容，我們可以發現香港高中階段統計內容頁數占總頁數的比例(10%)明顯高於臺灣教科書(5%)，顯示香港高中統計內容的占比明顯高於臺灣，且兩地區的高中統計內容皆集中於單冊進行學習。

表 20 高中階段教科書統計內容頁數及其占比

高中必修階段 統計內容	教科書總頁數	占總頁數比例	占總統計內容比例
香港	1356 頁	129 頁(10%)	第 E 冊 129 頁(100%)
臺灣	890 頁	42 頁(5%)	第 2 冊 42 頁(100%)

以下呈現的是香港與臺灣統計內容的章節名稱及其單元、小節與頁數佔當冊的比例，如表 21 與表 22。

表 21 香港教科書統計內容章節占比

教科書	單元	單元占比	小節	小節占比	頁數占比
第二冊 (國中)	13. 統計學與統計圖表簡介	1/6 (17%)	13.1 統計學簡介	5/24 (21%)	69/342 (12%)
			13.2 數據的組織		
			13.3 數據的表達和闡釋(一)		
			13.4 數據的表達和闡釋(二)		
			13.5 以電腦軟件製作統計圖表		
第三冊 (國中)	7. 續統計圖表	1/7 (14%)	7.1 組織圖、頻數多邊形和頻數曲線	3/26 (12%)	72/348 (21%)
			7.2 累積頻數多邊形和累積頻數曲線		
			7.3 統計圖的運用和誤用		
第五冊 (國中)	6. 集中趨勢的量度	1/6 (17%)	6.1 不分組的數據集中趨勢的量度	5/21 (24%)	69/309 (22%)
			6.2 以頻數分布表組織的數據的集中趨勢的量度		
			6.3 加權平均數		
			6.4 續集中趨勢的量度		
			6.5 數據變化對集中趨勢的影響		
第 E 冊 (高中)	21. 離差的量度	1/4 (25%)	21.1 分佈域及四分位數間距	5/14 (36%)	75/247 (30%)
			21.2 框線圖		
			21.3 標準差		
			21.4 標準差的應用		
			21.5 改變數據對數距離差之影響		
	22. 統計的應用及誤用	1/4 (25%)	22.1 統計的應用	2/14 (14%)	54/247 (22%)
			22.2 統計的誤用		

表 22 臺灣教科書統計單元章節占比

教科書	單元	單元占比	小節	小節占比	頁數占比
第二冊 (國中)	5. 統計圖表與 統計數據	1/5 (20%)	5-1 統計圖表 5-2 平均數、中位 數與眾數	2/11 (18%)	47/223 (21%)
第三冊 (國中)	5. 統計資料處 理	1/5 (20%)	無	無	24/209 (11%)
第六冊 (國中)	2. 統計與機率	1/3 (33%)	2-1 四分位數與盒 狀圖	1/6 (17%)	19/123 (15%)
第二冊 (高中)	2. 數據分析	1/4 (25%)	2-1 一維數據分析 2.2 二維數據分析	2/11 (18%)	42/238 (18%)

第二節 教科書教學例量化分析結果

本節將香港與臺灣教科書分為機率與統計內容分別進行量化分析。首先將兩地區教科書機率教學例分類於機率雙向細目表，並統計表中各類目所佔的比例，進行兩地區的對照與分析，然後對兩地區教科書內容進行脈絡編排的討論。統計內容則統整兩地區教學例於統計認知表的佔比，以瞭解並比較兩教材在各統計認知類目所佔的百分比，並針對兩地教科書的編排脈絡進行質性分析。因為統計認知表中的每項子類目可複選，所以可能發生同一題被分類到兩種或兩種以上的認知類目。

一、機率內容

表 23 與表 25 分別為香港及臺灣機率教學例的分類結果。表中之橫軸項目表示機率概念層次細項，分別為單一事件、餘事件、互斥和事件、獨立事件、相依事件與條件機率，而縱軸項目代表機率類型的細項，分別為主觀機率、客觀機率、古典機率與期望值，以及獨立於上述的前機率機率類型；表內的編碼則是研究樣本之機率題目編號。

(一) 機率教學例量化分析結果

接下來將分別呈現香港與臺灣機率教學例的量化分析結果，將研究結果以統整表呈現，並針對研究結果進行細部討論。

表 23 香港教科書機率教學例分類結果

機率概念層次 機率類型	單一事件	餘事件	互斥和事件	獨立事件	相依事件	條件機率
主觀機率						
古典機率	3B-11-2-11(a)(b)	3B-11-2-13(b)	3B-11-2-13(a)	E-20-3-1	E-20-3-14	E-20-3-8(b)(c)
	3B-11-2-12(a)(b)	3B-11-2-14(b)	3B-11-2-14(a)	E-20-3-3	E-20-3-18(a)	E-20-3-
	3B-11-2-15(a)(b)	E-20-2-19	3B-11-2-15(c)	E-20-3-4(a)(b)(c)	E-20-3-19	9(a)(b)(c)(d)
	3B-11-2-16(a)(b)	E-20-2-20	3B-11-2-16(c)	E-20-3-5(a)(b)(c)	E-20-3-22(a)(b)	E-20-3-
	3B-11-2-17(a)(c)	E-20-2-21	3B-11-2-17(b)	E-20-3-6(a)(b)(c)	E-20-3-23(a)(b)	10(a)(b)(c)(d)
	3B-11-2-18(a)(b)	E-20-2-22	E-20-2-4	E-20-3-7(a)(b)(c)	E-20-3-	E-20-3-
	3B-11-2-19	E-20-2-23(b)	E-20-2-5	E-20-3-15	24(a)(b)(c)(d)	11(a)(b)(c)
	3B-11-2-21(a)(b)	E-20-2-24(b)	E-20-2-6		E-20-3-	E-20-3-
	3B-11-2-22(a)(b)	E-20-4-3(c)	E-20-2-7		25(a)(b)(c)(d)	12(a)(b)(c)
	3B-11-2-23(a)(b)(c)		E-20-2-8		E-20-3-	E-20-3-18(bii)
	3B-11-2-24(a)(b)(c)		E-20-2-9		26(a)(b)(c)	E-20-3-20
	3B-11-2-25(a)(b)(c)		E-20-2-10			E-20-3-21
	3B-11-2-26(a)(b)(c)		E-20-2-15(b)			
	3B-11-2-27(a)(b)		E-20-2-16			
	3B-11-2-28(a)(b)		E-20-2-23(a)			
	3B-11-2-29(a)(b)		E-20-2-24(a)			
	3B-11-2-30(a)		E-20-3-13			
	3B-11-2-30(bi)(bii)		E-20-3-16			
	3B-11-2-31(a)(b)(c)		E-20-3-17			
	3B-11-4-1(a)(b)					
	3B-11-4-2(a)(b)					
	E-20-2-1					
	E-20-2-2					
	E-20-2-3					
	E-20-2-11					
	E-20-2-12					
	E-20-2-					
	13(ai)(aii)(aiii)					
	E-20-2-13(b)					
	E-20-2-					
	14(ai)(aii)(aiii)					
	E-20-2-14(b)					
	E-20-2-15(a)					
E-20-2-						

	17(a)(b)(c)(d) E-20-2- 18(bi)(bii)(biii) E-20-3-2(a)(b) E-20-3-8(a) E-20-3-18(bi)(biii) E-20-4-1(ai)(aia) E-20-4-1(b) E-20-4-2 E-20-4-3(a)(b) E-20-4-4(a)(b)(c) E-20-4-5(a)(b)(c) E-20-4-6(a)(b) E-20-4-7 E-20-4-8					
頻率機率	3B-11-2-1 3B-11-2-2 3B-11-2-3 3B-11-2-4 3B-11-2-5(a)(b) 3B-11-2-6(a)(b) 3B-11-2-7 3B-11-2-8 3B-11-2-9(a)(b) 3B-11-2-10(a)(b) 3B-11-2-20(a)(b)					
期望值	3B-11-4-3(a)(b) 3B-11-4-4 3B-11-4-5 3B-11-4-6(a)(b) 3B-11-4-7(a)(b)					
前機率	3B-11-1-1(a)(b) 3B-11-1-2	3B-11-1-3 3B-11-1-4	3B-11-1- 5(a)(b) 3B-11-1- 6(a)(b)	E-20-2-18(a)		

研究者將表 23 香港統計量化分析結果數據化，統整成表 24，表內數值表示該類目之總題數，而括號中之數值代表該類目題數佔總題數之百分比。

表 24 香港機率量化分析結果數值化

機率概念層次 機率類型	單一事件	餘事件	互斥和 事件	獨立事件	相依事件	條件機率	小計
主觀機率	0	0	0	0	0	0	0 (0%)
古典機率	87	9	19	15	18	19	167 (83%)
頻率機率	16	0	0	0	0	0	16 (8%)
期望值	8	0	0	0	0	0	8 (4%)
前機率							10 (5%)
小計	111 (58%)	9 (5%)	19 (10%)	15 (8%)	18 (9%)	19 (10%)	201 (100%)

根據表 24，可以得知香港教科書在機率類型中著重在古典機率(83%)，其次為頻率機率(8%)與前機率(5%)，最後為期望值(4%)。關於主觀機率，研究者發現香港教科書並未提及任何關於主觀機率的相關名詞。而在機率概念層次中，香港教科書著重於單一事件(58%)，其次為互斥和事件及條件機率(10%)，而後是相依事件(9%)與獨立事件(8%)，餘事件(5%)則較少發生。

(二) 臺灣教科書量化分析結果

從表 25 可以看到：臺灣教科書在進入機率單元的學習後，並無「前機率」類型的機率題目，在教材編排上直接進入機率的教學。

表 25 臺灣教科書機率教學例分類結果

機率概念層次 機率類型	單一事件	餘事件	互斥和 事件	獨立事件	相依事件	條件機率
主觀機率						
古典機率	9B-2-2-1(1)(2)(3)	10B-3-4-14		11B-3-2-10(1)(2)(3)	11B-3-3-1(1)(2)	11B-3-2-1
	9B-2-2-2(1)(2)(3)	10B-3-4-15		11B-3-2-11	11B-3-3-2(1)(2)	11B-3-2-2
	9B-2-2-3(1)(2)			11B-3-2-12(1)(2)	11B-3-3-3	11B-3-2-3
	9B-2-2-4(1)(2)			11B-3-2-13(1)(2)	11B-3-3-4	11B-3-2-4
	9B-2-2-5			11B-3-2-14	11B-3-3-5	11B-3-2-5
	9B-2-2-6(1)(2)			11B-3-2-15(1)(2)(3)	11B-3-3-6	11B-3-2-
	9B-2-2-8(1)(2)			11B-3-2-16(1)(2)	11B-3-3-7	6(1)(2)
	9B-2-2-9(1)(2)			11B-3-2-17(1)(2)	11B-3-3-8	11B-3-2-7
	9B-2-2-10			11B-3-2-18	11B-3-3-9(1)(2)	11B-3-2-
	9B-2-2-11(1)(2)			11B-3-2-19	11B-3-3-10(1)(2)	8(1)(2)
	9B-2-2-12(1)(2)			11B-3-2-20(1)(2)	11B-3-3-11(1)(2)	11B-3-2-
	9B-2-2-13			11B-3-2-21(1)(2)	11B-3-3-12	9(1)(2)
	9B-2-2-14			11B-3-2-22	11B-3-3-13	
	10B-3-4-1			11B-3-2-23	11B-3-3-14	
	10B-3-4-2					
	10B-3-4-3					
	10B-3-4-4					
	10B-3-4-5					
	10B-3-4-6					
	10B-3-4-7					
	10B-3-4-8(1)(2)					
	10B-3-4-9(1)(2)					
	10B-3-4-10					
	10B-3-4-					
	11(1)(2)(3)					
	10B-3-4-12(1)(2)					
	10B-3-4-13					
10B-3-4-14(1)						

頻率機率	9B-2-2-7 11B-3-1-1 11B-3-1-2 11B-3-1-3(1)(2) 11B-3-1-4(1)(2) 11B-3-1-5(1)(2) 11B-3-1-6 11B-3-1-9(1)(2) 11B-3-1-10(1)(2)		11B-3-1-7 11B-3-1-8			
期望值	10B-3-4-16 10B-3-4-17 10B-3-4-18(1)	10B-3-4-20 10B-3-4-21	10B-3-4-22 10B-3-4-23	10B-3-4-18(2) 10B-3-4-19		
前機率						

研究者將表 25 臺灣統計量化分析結果數據化，統整成表 26，表內數值表示該類目之總題數，而括號中之數值代表該類目題數佔總題數之百分比。

表 26 臺灣機率量化分析結果數值化

機率概念層次 機率類型	單一事件	餘事件	互斥和 事件	獨立事件	相依事件	條件機率	小計
主觀機率	0	0	0	0	0	0	0 (0%)
古典機率	43	2	0	24	19	12	100 (80%)
頻率機率	14	0	2	0	0	0	16 (13%)
期望值	5	2	2	0	0	0	9 (7%)
前機率							0 (0%)
小計	62 (50%)	4 (3%)	4 (3%)	24 (19%)	19 (15%)	12 (10%)	125 (100%)

從表 26 可以得知臺灣教科書在機率類型中著重在古典機率 (80%)，其次為頻率機率 (13%)，最後為期望值 (7%)。關於主觀機率，臺灣同樣缺乏主觀機率的教學例，但臺灣教科書有在課文中簡單描述主觀機率的基本概念。

在機率概念層次中臺灣與香港一樣主要著重於單一事件(50%)的題型。但臺灣教科書更重視獨立事件的相關問題，其題型佔比約為 19%，明顯高於香港獨立事件 (9%)；臺灣也較重視相依事件的機率概念層次，相關題型的佔比約為 15%，同樣高於香港相依事件 (9%)。與香港佔比相同的為條件機率 (佔比皆為 10%)。兩地區在餘事件的題型皆較少發生，只是香港在互斥和事件的機率概念層次 (10%) 明顯高於臺灣。

二、統計內容

接下來，研究者根據統計知識類目進行量化分析，分別呈現香港與臺灣教科書在統計知識、統計推理與統計思考三個統計知識類型的分析結果 (表 27 及表 28)，比較兩者的差異，並統整為表 29 與表 30。

(一) 統計教學例量化分析結果

以下將分別呈現香港與臺灣統計教學例的量化分析結果，將研究結果以統整表呈現，並針對研究結果進行細部討論。

表 27 香港教科書統計教學例分類結果

L. 統計知識 (Literacy)				
	1B-13-2-1(a)	1B-13-2-7(a)	2A-7-1-8(a)	2A-7-2-11(a)
	1B-13-2-2(a)	1B-13-2-8(a)	2A-7-1-9(a)	3A-6-2-3(a)
L1：分組計次	1B-13-2-3	2A-7-1-1(a)	2A-7-2-1(a)	3A-6-2-4(a)
	1B-13-2-5	2A-7-1-4(a)	2A-7-2-3(a)	3A-6-2-12(a)
	1B-13-2-6	2A-7-1-5(a)	2A-7-2-4(a)	
L2：表格轉換	2A-7-1-10(b)	2A-7-2-2(a)	3A-6-2-12(b)	3A-6-1-1(a)
	2A-7-1-11(a)			

L3：代數計算	1B-13-3-6(a)	3A-6-1-18	3A-6-5-17(a)	E-21-4-5(a)(b)	
	1B-13-3-7(a)	3A-6-1-19	E-21-1-3	E-21-4-6(a)(b)(c)	
	1B-13-3-8(a)(b)	3A-6-1-22	E-21-1-4	E-21-4-7(a)(b)	
	1B-13-3-9(a)(b)	3A-6-1-23	E-21-1-5(a)	E-21-4-8(a)(b)	
	1B-13-3-10(a)	3A-6-1-24	E-21-1-6(a)	E-21-5-1	
	1B-13-3-11(a)(b)	3A-6-1-25	E-21-1-9(a)(b)(c)(d)	E-21-5-2	
	1B-13-3-19(a)	3A-6-4-1	E-21-1-10(a)(b)(c)(d)	E-21-5-5	
	3A-6-1-2	3A-6-4-2	E-21-1-11(a)	E-21-5-6	
	3A-6-1-3	3A-6-4-3(a)	E-21-1-12(a)	E-21-5-9(a)	
	3A-6-1-4	3A-6-4-4(a)	E-21-2-1(a)	E-21-5-10(a)	
	3A-6-1-5	3A-6-4-5(a)	E-21-2-2(a)	E-21-5-17(a)(b)	
	3A-6-1-6	3A-6-4-6(a)	E-21-3-1	E-21-5-18(a)(b)	
	3A-6-1-7	3A-6-4-7(a)	E-21-3-2	E-21-5-19(a)(b)	
	3A-6-1-8	3A-6-4-8(bi)	E-21-3-3(a)	E-21-5-20(a)(b)	
	3A-6-1-9	3A-6-4-9(bi)	E-21-3-4(a)	E-22-1-1	
	3A-6-1-10	3A-6-4-12(a)	E-21-3-5(a)(b)	E-22-1-15(b)(c)	
	3A-6-1-11	3A-6-4-13(a)	E-21-3-6(a)(b)	E-22-1-16(b)(c)	
	3A-6-1-12(a)(b)	3A-6-5-1	E-21-4-1	E-22-2-9	
	3A-6-1-13(a)(b)	3A-6-5-2	E-21-4-2	3A-6-5-10(a)(b)	
	3A-6-1-14	3A-6-5-5(a)(b)	E-21-4-3(a)(b)(c)(d)(e)	3A-6-5-14(a)	
	3A-6-1-15	3A-6-5-6(a)(b)	3A-6-5-9(a)(b)	3A-6-5-16(a)	
	3A-6-1-16(a)(b)(c)	3A-6-5-7	3A-6-5-8(a)(b)	3A-6-1-17(a)(b)(c)	
	L4：計算簡化	3A-6-5-8(c)	3A-6-5-13	3A-6-5-17(bi)(bii)	E-21-5-10(bi)
		3A-6-5-11(a)(b)	3A-6-5-14(b)(c)(d)	(biii)(biv)(bv)(bi)(bii)	E-21-5-11(bii)
		3A-6-5-12(ai)(aia)	3A-6-5-16(b)(c)(d)	E-21-5-16	E-21-5-12
		3A-6-5-12(b)	E-21-5-15	E-21-5-14	E-21-5-13
		3A-6-5-12(c)			
	L5：概念判斷	1B-13-3-5(a)	3A-6-4-10(a)	E-21-4-4(c)	E-22-1-5(b)
1B-13-4-9(b)		3A-6-4-11(a)	E-21-5-3	E-22-1-6(a)(b)	
1B-13-4-10(b)		3A-6-5-3	E-21-5-4	E-22-1-13(a)	
1B-13-4-11(a)(b)(c)(d)		3A-6-5-4	E-21-5-7	E-22-1-15(a)	
1B-13-4-12(b)		E-21-1-5(b)	E-21-5-8	E-22-1-16(a)	
2A-7-1-3(a)(b)(c)(d)		E-21-1-6(b)	E-22-1-3(a)(b)(c)	E-22-1-18(a)(b)(c)	
E-21-3-4(b)		E-21-1-11(b)	E-22-1-4(a)(b)(c)	E-22-1-19(a)(b)(c)	
E-21-4-4(a)(b)		E-21-1-12(b)	E-22-1-5(a)	E-21-3-3(b)	
L6：設計數據	3A-6-4-1	3A-6-4-2			

L7：繪製圖像	1B-13-3-10(b)	1B-13-4-8(a)	2A-7-1-8(b)(c)	2A-7-2-3(b)
	1B-13-3-14(a)	1B-13-4-12(a)	2A-7-1-9(b)(c)	2A-7-2-4(b)
	1B-13-3-15(a)	1B-13-3-1(a)	2A-7-1-12(a)	2A-7-2-11(b)
	1B-13-3-16(a)	1B-13-3-2(a)	2A-7-1-13(a)	3A-6-1-1(b)
	1B-13-3-17(a)	1B-13-3-5(b)	2A-7-1-14(a)	3A-6-2-12(b)
	1B-13-3-18(a)	1B-13-3-6(b)	2A-7-1-15(a)	E-21-2-1(b)
	1B-13-3-19(bi)	1B-13-3-7(b)	2A-7-2-1(b)(c)	E-21-2-2(b)
	1B-13-4-1(a)	2A-7-1-1(b)(c)	2A-7-2-2(b)(c)	E-22-2-7(a)(b)(c)
	1B-13-4-2(a)	2A-7-1-4(b)	1B-13-4-7(a)	2A-7-1-5(b)
	1B-13-4-5			
L8：報讀圖表	1B-13-2-1(b)	1B-13-3-14(b)	2A-7-3-2(a)	E-21-2-4(a)(b)
	1B-13-2-2(b)	1B-13-3-15(b)	2A-7-3-3(a)	E-21-2-5(b)(c)
	1B-13-2-7(b)	1B-13-3-18(b)(c)	3A-6-2-7	E-21-2-6(b)(c)
	1B-13-2-8(b)	1B-13-4-3(b)	3A-6-2-8	E-21-2-7
	1B-13-3-1(b)	1B-13-4-4(b)	3A-6-2-9	E-21-2-8
	1B-13-3-2(b)	1B-13-4-6(a)	3A-6-2-10	E-21-2-9
	1B-13-3-3(a)(b)(c)	1B-13-4-9(a)	3A-6-2-12(b)(c)	E-21-2-10
	1B-13-3-4(a)(b)	1B-13-4-10(a)	E-21-1-1(a)(b)	E-21-2-11
	1B-13-3-5(c)(cii)	2A-7-1-2	E-21-1-2(a)	E-21-2-12
	1B-13-3-12(a)(b)	2A-7-1-6(b)	E-21-1-7	E-21-2-13
	1B-13-3-13(a)(b)(c)	2A-7-1-7(b)	E-21-1-8	E-21-2-14
	2A-7-2-6(a)(b)	2A-7-1-10(a)	E-21-1-13(a)(b)	E-21-3-7(a)
	2A-7-2-7(a)	2A-7-2-5(a)(b)	E-21-1-14(a)(b)	E-21-3-8(a)
	E-21-2-3(a)			
	L9：解讀圖表	2A-7-1-6(a)(c)	2A-7-2-9(a)(b)	3A-6-2-4(b)
2A-7-1-7(a)(c)		2A-7-2-10(a)(b)	3A-6-2-5	E-21-4-10
2A-7-1-10(c)		2A-7-2-12(a)(b)	3A-6-2-6	E-22-1-2
2A-7-1-11(b)		3A-6-1-20	3A-6-2-11	E-22-1-13(b)(c)
2A-7-1-14(b)		3A-6-1-21	3A-6-2-12(a)	E-22-1-14(a)(b)
2A-7-2-5(c)		3A-6-1-26(a)(b)	3A-6-3-1	E-22-2-16(a)(b)
2A-7-2-6(c)		3A-6-2-1	3A-6-3-2	E-22-2-17(a)(b)
2A-7-2-7(b)(c)		3A-6-2-2	3A-6-3-3	E-21-3-7(b)
2A-7-2-8(a)(b)		3A-6-2-3(b)	3A-6-3-4	E-21-3-8(b)
E-21-1-2(bi)(bii)				

R. 統計推理 (Reasoning)

R1：解釋 (1)	1B-13-2-4	1B-13-4-4(a)	2A-7-3-3(b)	E-21-2-6(a)
	1B-13-3-16(b)	1B-13-4-7(b)	3A-6-4-7(b)	E-22-1-11(b)
	1B-13-3-17(b)	1B-13-4-8(b)	3A-6-4-8(bii)	E-22-1-12(b)
	1B-13-3-19(bii)	2A-7-1-12(b)	3A-6-4-9(bii)	E-22-1-21
	1B-13-4-1(b)	2A-7-1-13(b)	E-21-2-3(b)	E-22-2-5(a)(b)(c)
	1B-13-4-2(b)	2A-7-1-15(b)	E-21-2-4(c)	
	1B-13-4-3(a)	2A-7-3-1	E-21-2-5(a)	
R2：解釋 (2)	1B-13-1-2	3A-6-4-4(b)	3A-6-4-6(b)	3A-6-4-5(b)
	3A-6-4-3(b)			
R3：預測	1B-13-4-3(c)	1B-13-4-4(c)	1B-13-4-6(b)	
R4：推理	3A-6-5-18	3A-6-5-18(a)(b)		

T. 統計思考 (Thinking)

T1：形成問題	1B-13-1-1			
T2：收集數據	1B-13-1-1	E-22-1-8	E-22-1-10	
	E-22-1-7	E-22-1-9		
T3：選擇分析方法	2A-7-3-4	3A-6-4-9(a)	E-22-2-3	E-22-2-16(a)(b)
	2A-7-3-5	E-22-1-12(a)	E-22-2-4	E-22-2-17(a)(b)
	2A-7-3-9	E-22-2-1	E-22-2-6	E-22-2-2
	3A-6-4-8(a)			
T4：批判和評估	2A-7-3-2(b)	3A-6-4-10(b)	E-22-1-17	E-22-2-11
	2A-7-3-5	3A-6-4-11(b)	E-22-1-20	E-22-2-12
	2A-7-3-6	3A-6-4-12(b)	E-22-2-6	E-22-2-13
	2A-7-3-7	3A-6-4-13(b)	E-22-2-8	E-22-2-14
	2A-7-3-8	E-22-1-11(a)	E-22-2-10	E-22-2-15

表 28 臺灣教科書統計教學例分類結果

L. 統計知識 (Literacy)				
L1：分組計次	7B-5-1-7	7B-5-1-8		
L2：表格轉換	7B-5-1-9 8A-5-0-5	8A-5-0-6	8A-5-0-7	8A-5-0-8(1)
	7B-5-1-4(1)	9B-2-1-1	10B-2-1-5	10B-2-1-18
	7B-5-2-1	9B-2-1-3	10B-2-1-6	10B-2-1-19
	7B-5-2-2	9B-2-1-4	10B-2-1-10(1)(2)	10B-2-1-20
	7B-5-2-6	9B-2-1-9(1)(2)(3)	10B-2-1-11	10B-2-2-3
L3：代數計算	7B-5-2-7	9B-2-1-15	10B-2-1-12	10B-2-2-4
	7B-5-2-8	9B-2-1-16	10B-2-1-13	10B-2-2-5
	7B-5-2-9	10B-2-1-4	10B-2-1-14	10B-2-2-6
	7B-5-2-17	10B-2-2-10(2)	10B-2-1-17	10B-2-2-9
	8A-5-0-4			
L4：計算簡化	10B-2-1-15	10B-2-1-16		
L5：概念判斷	8A-5-0-3	8A-5-0-9	10B-2-2-7	10B-2-2-8
L6：設計數據				
	7B-5-1-3	7B-5-1-11(2)	8A-5-0-8(2)	10B-2-2-1
L7：繪製圖像	7B-5-1-4(2)	8A-5-0-4	9B-2-1-10	10B-2-2-2
	7B-5-1-5	8A-5-0-6	9B-2-1-15	10B-2-2-10(1)
	7B-5-1-10	8A-5-0-7	9B-2-1-16	
	7B-5-1-1(1)(2)	7B-5-1-13(1)(2)	8A-5-0-1(1)(2)	9B-2-1-11(1)(2)
	7B-5-1-2	7B-5-2-10	8A-5-0-2	9B-2-1-12(1)
L8：報讀圖表	7B-5-1-6(1)(2)	7B-5-2-11	8A-5-0-10(1)(2)	9B-2-1-13(1)(2)
	7B-5-1-11(1)	7B-5-2-12	8A-5-0-11(1)(2)	9B-2-1-14(1)(2)
	7B-5-1-12(1)(2)	7B-5-2-13	7B-5-2-14	7B-5-2-15
	7B-5-2-3	9B-2-1-2(1)(2)	9B-2-1-8	10B-2-1-3
	7B-5-2-4	9B-2-1-5	9B-2-1-11(3)	10B-2-1-7
L9：解讀圖表	7B-5-2-5	9B-2-1-6	9B-2-1-12(2)	10B-2-1-8
	7B-5-2-16(1)(2)	9B-2-1-7	10B-2-1-1	10B-2-1-9
	10B-2-1-2			

R. 統計推理 (Reasoning)

R1：解釋 (1)

R2：解釋 (2)

R3：預測 10B-2-2-10(3) 10B-2-2-11

R4：推理

T. 統計思考 (Thinking)

T1：形成問題

T2：收集數據

T3：選擇分析方法

T4：批判和評估

研究者將表 27 與表 28 香港及臺灣的統計教學例量化分析結果數據化，統整成表 29，表內數值表示該類目之總題數，而括號中之數值代表該類目題數佔總題數之百分比。

(一) 統計知識分析結果

香港《數學新思維》中統計知識的類目以「代數計算」、「報讀圖表」與「解讀圖表」占大宗，其占比分別為 32%、18%與 13%。而臺灣教科書的統計知識同樣以此三項子類目為大宗，但占的比例皆比香港更高，分別為 32%、27%與 17%。其中臺灣在「報讀圖表」的子類目甚至高香港近 10%，顯示臺灣在培養讀取統計圖表資料及表達數據的能力更為重視。

香港與臺灣在「計算簡化」上教學例的比例分別為 7%與 2%，而「概念判斷」的比例分別為 12%與 4%，顯示香港教科書皆明顯高於臺灣。香港統計教學例更重視調整原數據後對各概念的影響，特別是根據概念理解來判斷問題的題型，比例高出臺灣近 9%。

表 29 香港與臺灣教科書統計認知分析比例結果

類目	子類目	香港教科書	臺灣教科書
L. 統計知識 Literacy	L1：分組計次	20 (5%)	2 (2%)
	L2：表轉換	5 (1%)	5 (4%)
	L3：代數計算	125 (32%)	36 (32%)
	L4：計算簡化	28 (7%)	2 (2%)
	L5：概念判斷	48 (12%)	4 (4%)
	L6：設計數據	2 (0%)	0 (0%)
	L7：繪製圖像	44 (11%)	15 (13%)
	L8：報讀圖表	70 (18%)	30 (27%)
	L9：解讀圖表	53 (13%)	19 (17%)
		小計	395 (100%)
R. 統計推理 Reasoning	R1：解釋 (1)	28 (72%)	0 (0%)
	R2：解釋 (2)	5 (13%)	0 (0%)
	R3：預測	3 (8%)	2 (100%)
	R4：推理	3 (8%)	0 (0%)
		小計	39 (100%)
T. 統計思考 Thinking	T1：形成問題	1 (2%)	0 (0%)
	T2：收集數據	5 (12%)	0 (0%)
	T3：選擇分析方法	16 (38%)	0 (0%)
	T4：批判和評估	20 (48%)	0 (0%)
		小計	42 (100%)

(二) 統計推理分析結果

香港教科書在統計推理中以「解釋(1)」層次占了最大宗，比例高達 71%，其餘為「解釋(2)」的 13%，顯示出香港教科書非常重視理解不同工具在分析數據所代表的意義，以及根據結果來解釋數據代表意義的能力，也就是能根據數據集中或分散的狀況進行進一步的解釋與推論。對比臺灣教科書，卻完全沒有屬於該層次的教學例。

臺灣教科書非常缺乏統計推理的訓練，香港在統計推理層次共有 39 題的教學例（佔所有統計教學例的 8%），而臺灣卻只有 2 題教學例（佔所有統計教學例的 2%），如表 29。其中，臺灣的 2 題教學例皆為「預測」的認知層次，顯示臺灣在統計推理的學習明顯不足，只有少數題目需要進行預測。

(三) 統計思考分析結果

香港教科書在「批判和評估」的知識層次比例最高，共有近一半的統計思考類型教學例集中在「批判和評估」的知識層次（48%），可見香港極為重視學生在批判與評估的統計思考的認知能力。教學例常出現有待評估的統計資訊或數據，培養學生保持懷疑、批判的統計學習態度。而「選擇分析方法」的知識層次則佔 38%，顯示香港也很重視學生對於選擇數據的適合分析方法之能力。

對比之下，臺灣的教科書的設計上，完全缺乏統計思考層次的教學情境或題目。臺灣教科書若能增加統計思考的題型，能培養學生理解問題、學習設計問題、調查與得到合理的結論，並能擁有批判統計結果的能力。

(四) 統計知識類型的統整分析結果

根據統計知識類型的統整結果(表 30)，香港及臺灣教科書皆在「統計知識」中佔比最高(香港佔 83%、臺灣佔 98%)。香港教科書於「統計推理」與「統計思考」所占之百分比的和依舊有 17%，顯示香港統計教學例的規畫雖以統計知識為主要知識類型，但另外兩個知識類型依然占有一定比例的題目，並無完全偏重於統計知識。

反觀臺灣統計教學例的設計完全偏重於統計知識。「統計推理」的題目設計比例偏低(只佔 2%)，甚至沒有提供任何「統計思考」認知層次的教學例，由此可知臺灣教科書著重於熟練基本的統計能力，而缺乏中高層次統計能力的練習。

表 30 香港與臺灣教科書統計知識類型統整結果

類目	香港教科書	臺灣教科書
L. 統計知識	395 (83%)	113 (98%)
R. 統計推理	39 (8%)	2 (2%)
T. 統計思考	42 (9%)	0 (0%)
小計	476 (100%)	115 (100%)

第三節 教科書必修部分編寫脈絡質性分析

本節將會整理香港教科書中機率與統計相關單元之編排順序，並彙整出臺灣與香港的教學脈絡對照表，以瞭解兩地區教材編寫的脈絡與教學流程。期望能透過教材編寫脈絡的質性分析，來瞭解兩地區教科書於機率與統計單元，並呈現學生應具備的起點行為與學習目標。

一、香港數學新思維教科書編寫脈絡

本節將呈現香港教科書機率及統計各單元與各小節的名稱，介紹單元教材內容，包含每章進入正式課程前的「熱身練習」回顧，以及在課程中預計讓學生進行的「課堂活動」，還有課文中的「教學例題」和「課堂練習」等內容。最後以教材架構圖呈現各冊對應的機率與統計內容，並簡述重點學習內容。

(一) 機率部分

1. 香港國中階段第 3B 冊

在香港教科書國中的教材內容中，於初中三年級下學期單元十一「概率簡介」中正式出現機率的相關課程。在正式進入課程之前，課文提出一些讓學生根據先前投擲骰子的經驗，來判斷擲出偶數點與擲出點數「6」的機率何種較易發生的簡單問題（如圖 16），其實就是根據學生主觀的感覺來做選擇。在真正擲骰子前，我們誰也不知道會投出什麼點數，可以用數學來描述這種不確定性的結果，為緊接著介紹機率（香港稱為概率）的概念進行鋪陳。

考慮過往投擲骰子的經驗，回答下列問題。

1. 下列各題中，哪件事情在投擲骰子時較易發生？

(a) 擲得偶數點數
 擲得點數「6」

(b) 擲得奇數點數
 擲得點數「3」

2. 你同意下列各句子嗎？（如果同意，在空格內填「✓」；否則填「✗」。）

(a) 當投擲骰子一次時，擲得點數「2」比擲得點數「6」容易。

(b) 當投擲骰子兩次時，擲得點數「6」兩次，比擲得點數「2」後再擲得點數「3」困難。

圖 16 透過投骰子情境引導機率概念（《數學新思維》3B 冊 p. 11.2）

接著，課文提及國小的百分數課題，如圖 17。本研究在機率教學例分析階段將此題型歸類於「前機率」的機率類型，意即只需比例概念（不需機率概念）即可解題的題型讓學生進行熱身練習。

1. 以下頻數分佈表顯示一間學校裏學生的血型。

血型	A	B	AB	O
頻數	250	230	145	375

(a) 求血型為 A 型的學生所佔的百分數。

(b) 求血型為 O 型的學生所佔的百分數。

圖 17 透過比例概念求百分數的前機率題型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.3）

此章的第一小節為「基礎概率」，課文首先提及「可能性」的概念，包含不可能、很少、有時、經常及必然等描述性的詞來說明可能性，慢慢引導至能利用數學的語言來處理這些不確定性的問題，也就是機率的基礎概念。課文提供一項活動：現有一個袋內裝了六顆球的袋子，若從袋中隨機取球，討論所有的可能結果、樣本空間、事件、必然事件的機率是 1、不可能事件的機率是 0 等問題，幫助學生總結機率的基礎概念，如圖 18。

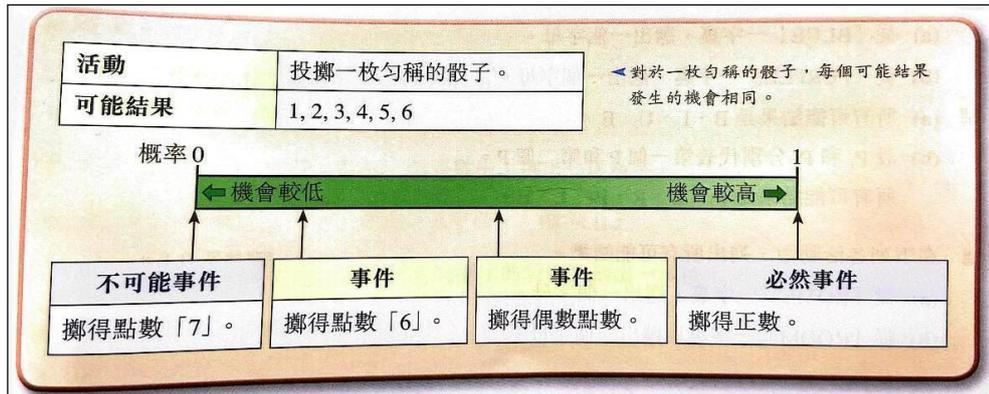


圖 18 利用簡單情境引導機率可能性（《數學新思維》3B 冊 p. 11.5）

第二小節為「實驗概率和理論概率」。所謂的實驗概率即為臺灣所稱的客觀機率或頻率機率，也就是從實驗、經驗或舊紀錄中得到一些數據後，利用某些數據發生的次數與總實驗次數的比值，作為分析數據的一種方法。課文透過課堂活動，讓學生實際投擲骰子 50 次，將結果記錄在表中，探究相對次數與機率之間的關係，再根據投擲結果回答問題，也讓學生觀察投擲結果，與其他同學做比較，並歸納出每個人實驗的結果不全然相同，如圖 19。

課堂活動 11.2A

1. 投擲一枚骰子 50 次，然後完成下表。

結果	頻數	相對頻數
1		
2		
3		
4		
5		
6		
總數		

活動目的
探究相對頻數與機率之間的關係。

2. 計算擲得奇數點數的頻率。 _____

3. 計算擲得奇數點數的相對頻率。 _____

4. 在投擲該枚骰子一次時，事件「擲得奇數」還是事件「擲得點數『2』」發生的機會較大？

5. 和同學比較題 1 的列表，所得的結果相同嗎？

圖 19 實際投擲骰子並記錄點數次數的活動（《數學新思維》3B 冊 p. 11.8）

接著探討理論概率的意涵。所謂理論概率，就是臺灣稱的「古典機率」，其實就是一種純粹以推論的方法來計算一件事件的機率。課文提供一個問題情境，假設袋中分別有一塊紅色、黃色與藍色的積木以及兩塊綠色積木，除顏色外，每塊積木的形狀、大小、觸感與重量都是相同的。今從中抽出一塊積木，該積木為綠色的機率為何？我們可以透過圖 20 的推論程序來理解理論概率的意義，判斷出事件出現結果的次數與可能結果的總次數，即為理論概率。

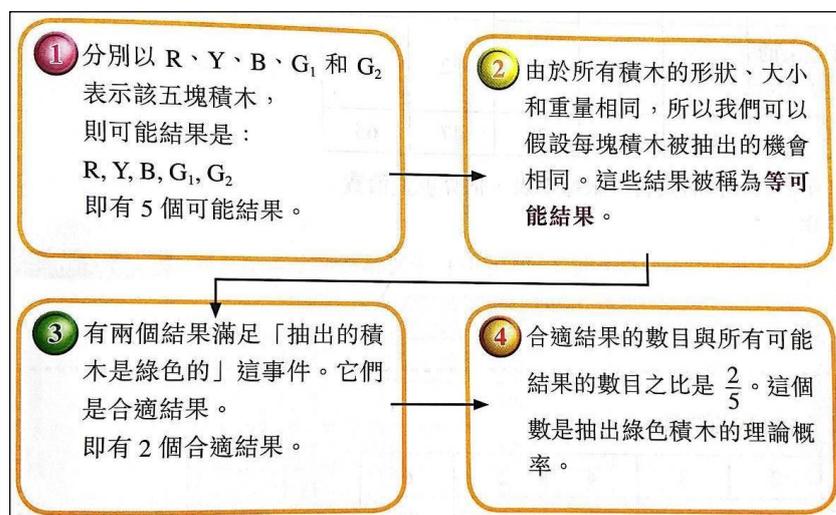


圖 20 引導出理論概率的推論程序圖（《數學新思維》3B 冊 p. 11.12）

最後探討實驗概率與理論概率之間的關係。課文透過課堂活動（圖 21）來討論投擲一枚均勻骰子的結果「是 1」的理論機率，也就是六分之一，並透過活動讓學生實際投擲一枚均勻骰子 60 次，紀錄結果「是 1」與「不是 1」的對應次數，並計算出實驗 60 次的實驗概率。當學生比較兩種機率之間的關係，應該會發現兩者非常接近，帶出當實驗次數增加時，實驗概率應該會越來越接近理論概率的觀念。

課堂活動 11.2B

1. 假設投擲一枚勻稱骰子一次，求擲得點數「1」的理論概率。

2. (a) 投擲一枚勻稱骰子六十次。完成下表。

結果	劃記	頻數
1		
不是「1」		
總數		

(b) 求在投擲一枚勻稱骰子一次中擲得點數「1」的實驗概率。

3. 在題 2(b) 中求得的概率與題 1 中求得的概率接近嗎？

活動目的
探究實驗概率與理論概率之間的關係。

圖 21 比較實驗概率與理論概率間的關係（《數學新思維》3B 冊 p. 11.16）

第三小節為「續概率」，討論複雜試驗的所有可能結果，若未系統化的呈現與描述，常可能發生遺漏的狀況。因此，教科書引出「樹狀圖」（香港稱為樹形圖）及「數表」的概念，協助我們有系統的列舉所有可能發生的結果。例如，課文將擲三枚均勻硬幣出現的狀況分為三個步驟討論，以樹狀圖描述並列舉出所有可能，如圖 22。

1. 樹形圖
當我們點算投擲一枚勻稱硬幣 3 次的可能結果時，我們可以按步驟分析該活動。
設 H 代表正面，T 代表反面。

<p>步驟 1： 在第一次投擲中，我們可能擲得正面或反面。</p> <p style="text-align: center;">第一次投擲</p>	<p>步驟 2： 對於第一次投擲的每個情況，我們在第二次投擲中可能擲得正面或反面。</p> <p style="text-align: center;">第一次投擲 第二次投擲</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">在第一次投擲中擲得正面時，第二次投擲的可能結果。</p>																													
<p>步驟 3： 同樣地，對於第二次投擲的每個情況，我們在第三次投擲中可能擲得正面或反面。因此，我們可以得出以下樹形圖。</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">第一次投擲</th> <th style="text-align: left;">第二次投擲</th> <th style="text-align: left;">第三次投擲</th> <th style="text-align: left;">結果</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="6" style="vertical-align: middle;"> </td> <td style="text-align: center;">H</td> <td style="text-align: center;">H</td> <td>HHH</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">H</td> <td style="text-align: center;">T</td> <td>HHT</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">T</td> <td style="text-align: center;">H</td> <td>HTH</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">T</td> <td style="text-align: center;">T</td> <td>HTT</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">H</td> <td style="text-align: center;">H</td> <td>THH</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">H</td> <td style="text-align: center;">T</td> <td>THT</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">T</td> <td style="text-align: center;">H</td> <td>TTH</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">T</td> <td style="text-align: center;">T</td> <td>TTT</td> </tr> </tbody> </table> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">在第一次投擲中擲得反面、在第二次投擲中擲得正面及在第三次投擲中擲得反面，我們可得到結果 THT。</p>		第一次投擲	第二次投擲	第三次投擲	結果		H	H	HHH	H	T	HHT	T	H	HTH	T	T	HTT	H	H	THH	H	T	THT	T	H	TTH	T	T	TTT
第一次投擲	第二次投擲	第三次投擲	結果																											
	H	H	HHH																											
	H	T	HHT																											
	T	H	HTH																											
	T	T	HTT																											
	H	H	THH																											
	H	T	THT																											
T	H	TTH																												
T	T	TTT																												

根據以上樹形圖，投擲一枚勻稱硬幣 3 次的可能結果是 HHH、HHT、HTH、HTT、THH、THT、TTH 和 TTT。

圖 22 以樹形圖呈現擲三枚均勻硬幣的結果（《數學新思維》3B 冊 p. 11.24）

接著，舉出異於樹狀圖列舉的呈現方式，將投擲一枚均勻骰子兩次的狀況以數表的形式呈現，如圖 23。

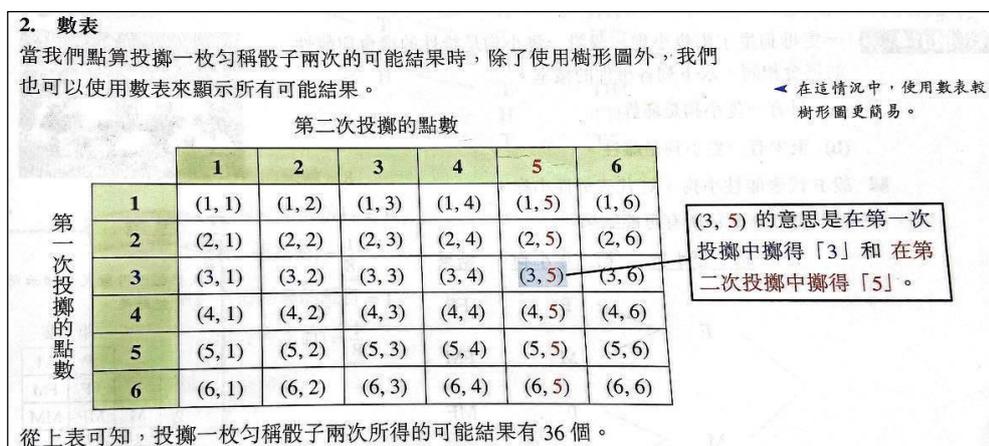


圖 23 以樹表呈現投擲兩枚均勻骰子的結果（《數學新思維》3B 冊 p. 11.25）

在第三節的最後，說明某些事情發生的機率和幾何圖形有關，而引導出「幾何機率」的相關概念，如圖 24 的兩個例子。例 1 為在區域中隨機選出 1 點而該點剛好落在區域 E 中的機率，為區域 E 面積與區域 S 面積的比值；例 2 則描述隨機在線段 AB 選出一點的機率，剛好該點在 CD 線段上的機率，為 CD 線段長度與 AB 線段長度的比值。

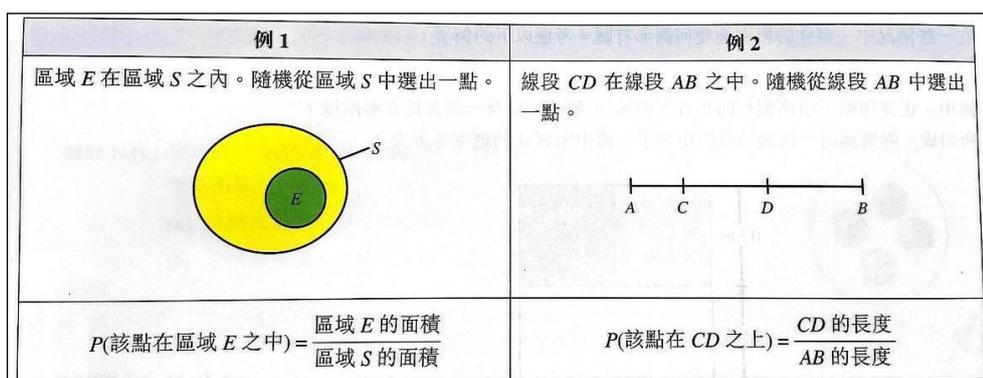


圖 24 常見的幾何機率類型（《數學新思維》3B 冊 p. 11.32）

本章的第四小節為「期望值」，預期學生已在前面的章節中學會如何計算事件在不同情況下的機率，在此節將學習如何估計一個活動的平均結果，也就是期望值的概念。

課文提供一個箱子中共有一個紅球和三個黃球的情境，如圖 25，若抽出紅球（理論機率為 $\frac{1}{4}$ ）可以得 5 分，抽出黃球（理論機率為 $\frac{3}{4}$ ）可得 1 分，則抽球 1000 次後可獲得的總分為紅球分數為 $1000 \times \frac{1}{4} \times 5 = 1250$ （分），黃球分數為 $1000 \times \frac{3}{4} \times 1 = 750$ （分），分數總和即為 2000 分，而平均來說，我們期望抽球一次可獲得的分數為 2000 （分） $\div 1000$ （次） $= 2$ （分），此值即為這個活動的期望值。然後課本引導出期望值的相關公式，並提出一些範例供學生熟悉期望值概念的應用。

一般而言，讓我們考慮一個有 n 個可能結果的活動，其中各可能結果的值分別是 x_1, x_2, \dots, x_n ，而對應的機率分別是 p_1, p_2, \dots, p_n 。

設該活動重複 m 次，則我們期望每個結果出現的次數如下：

可能結果的值	x_1	x_2	...	x_n
機率	p_1	p_2	...	p_n
期望的出現次數	mp_1	mp_2	...	mp_n

我們所期望從活動中得出的平均值

$$= \frac{x_1 \times mp_1 + x_2 \times mp_2 + \dots + x_n \times mp_n}{m}$$

$$= \frac{m(x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n)}{m}$$

$$= x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

在數學上，這個值稱為活動的期望值。

已知一個活動有 n 個可能結果，其中各可能結果的值分別是 x_1, x_2, \dots, x_n ，而對應的機率分別是 p_1, p_2, \dots, p_n ，則

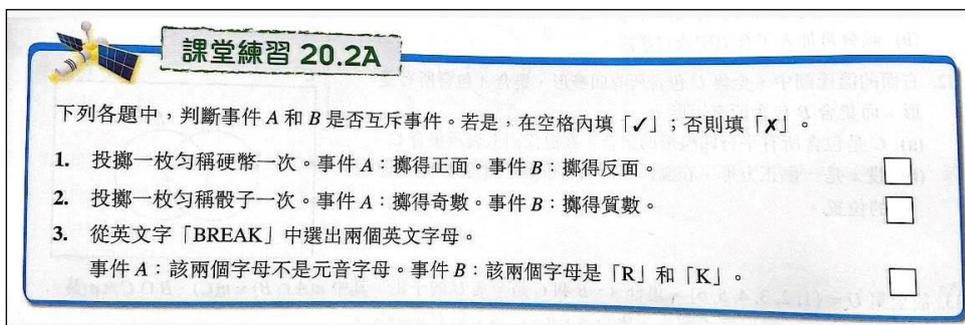
期望值 $= x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$

圖 25 透過活動引導出期望值概念（《數學新思維》3B 冊 p. 11.38）

2. 香港高中階段第 E 冊

在香港教科書高中的機率教材內容中，於高中二年級下學期正式出現機率統計的相關課程。其中十九單元的「排列與組合」，與二十單元的第一小節的「集合」皆不屬於機率探討的範疇，而是屬於機率的先備知識，因此我們在此暫不探討，而將在本節的最後，針對臺灣與香港的機率先備內容進行細部討論。

香港在高中階段開始接觸機率課程是安排在高二下學期單元二十的「概率」，第二小節為「概率加法定律」，本節依序介紹互斥事件與概率加法定律的概念。首先針對互斥事件進行概念判斷練習，如圖 26。接著，以九張卡片的情境來導引機率加法定律 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 的概念，如圖 27，並在章節的最後以「餘事件」（香港稱互補事件）作為此節的結尾，再進行對應的教學例練習。



課堂練習 20.2A

下列各題中，判斷事件 A 和 B 是否互斥事件。若是，在空格內填「✓」；否則填「✗」。

1. 投擲一枚勻稱硬幣一次。事件 A ：擲得正面。事件 B ：擲得反面。
2. 投擲一枚勻稱骰子一次。事件 A ：擲得奇數。事件 B ：擲得質數。
3. 從英文字「BREAK」中選出兩個英文字母。
事件 A ：該兩個字母不是元音字母。事件 B ：該兩個字母是「R」和「K」。

圖 26 互斥事件的概念判斷（《數學新思維》E 冊 p. 64）

課堂活動 20.2

從分別記有數字 1 至 9 的九張卡中，隨機抽出一張。
 設 A 是所抽出的數字大於 7 的事件
 及 B 是所抽出的數字為偶數的事件。

活動目的
 探究非互斥事件的概率
 加法定律。

1. 試完成下表。

事件	合適結果	結果數目
A		
B		
$A \cap B$		
$A \cup B$		

2. 求 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(A \cap B)$ 和 $P(A \cup B)$ 。
 所有可能結果的總數 = _____
 $P(A) =$ _____
 $P(B) =$ _____
 $P(A \cap B) =$ _____
 $P(A \cup B) =$ _____

3. $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(A \cap B)$ 和 $P(A \cup B)$ 之間有甚麼關係？
 $P(A \cup B) =$ _____

◀ $A \cap B$ 表示所抽出的數字是
 大於 7 的偶數的事件。
 ▶ $A \cup B$ 表示所抽出的數字為
 偶數或大於 7 的事件。

圖 27 數字卡情境導引機率加法定律的概念(《數學新思維》E 冊 p. 65)

第三小節為「概率乘法定律」，首先介紹獨立事件，藉由輪流擲硬幣，以及輪流從盒中抽球兩種情境，引導學生熟悉一事件的發生與否若不影響另一事件的發生，則兩事件稱為「獨立事件」的概念(如圖 28 與圖 29)。

情況一
 偉豪投擲一枚勻稱硬幣，而嘉怡則投擲一枚勻稱骰子。



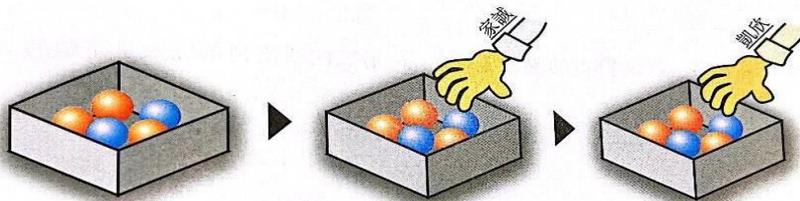
考慮以下兩個事件。
 事件 A ：偉豪擲得正面。
 事件 B ：嘉怡擲得點數「2」。

明顯地，事件 A 的發生不會影響事件 B 的發生，反之亦然。所以，事件 A 和 B 是獨立事件。

圖 28 獨立事件情境一(《數學新思維》E 冊 p. 79)

情況二

盒內有 3 個紅球和 2 個藍球。家誠隨機從盒中抽出一個球，然後放回盒內。接着，凱欣從盒中隨機抽出一個球。



考慮以下兩個事件。

事件 C：家誠抽出一個紅球。

事件 D：凱欣抽出一個紅球。

由於家誠把抽出的球放回盒中，所以盒內每種顏色的球的數目維持不變。事件 D 的發生並不受事件 C 所影響，所以，事件 C 和 D 是獨立事件。

我們如何求涉及獨立事件的概率呢？讓我們透過以下活動來探究出一個有助解答這類問題的定律。

圖 29 獨立事件情境二（《數學新思維》E 冊 p. 79）

接著，引入袋子中有兩個紅球與三個藍球的情境，如圖 30。將取球狀況分為兩個步驟，步驟一為隨機從袋子中取出一紅球（機率為 $\frac{2}{5}$ ），取後不放回，再隨機從袋中取出另一個紅球（機率是 $\frac{1}{4}$ ），帶領學生認識步驟二中抽出紅球的機率會受步驟一的結果影響，導引出「條件機率」的概念，並以 $P(B|A)$ 來表示已知事件 A 發生的情況之下，事件 B 發生的機率。特別值得關注的是，此時的導引並不涉及任何公式的計算。



課堂活動 20.3B

一袋子中有 2 個紅球和 3 個藍球。依照以下步驟求概率。

步驟 1 少珊從袋子中隨機抽出一個球。

步驟 2 少珊沒有把在步驟 1 所抽出的球放回袋中，便隨機抽出另一個球。

活動目的
認識條件概率。

1. 少珊在步驟 1 中抽出紅球的概率是多少？
 $P(\text{少珊在步驟 1 中抽出紅球}) =$ _____

2. (a) 若她在步驟 1 中抽出紅球，她在步驟 2 中再抽出紅球的概率是多少？
 $P(\text{少珊在步驟 2 中抽出紅球}) =$ _____

- (b) 若她在步驟 1 中抽出藍球，她在步驟 2 中抽出紅球的概率是多少？
 $P(\text{少珊在步驟 2 中抽出紅球}) =$ _____

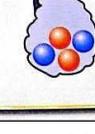


圖 30 導引條件機率的課堂活動（《數學新思維》E 冊 p. 83）

然後說明一個事件的發生可能會影響第二個事件的發生，則此兩個事件互為「相關事件」的概念。接著舉出五個例子，讓學生判斷兩事件分別為互斥事件、獨立事件或相關事件，如圖 31。



課堂練習 20.3A



一袋子中有 3 個綠球和 2 個紅球。
 下列各題中，判斷事件 A 和 B 是互斥事件、獨立事件還是相關事件。在適當的空格內加上「✓」。

	互斥事件	獨立事件	相關事件
1. 隨機抽出一個球。 事件 A ：該球是紅色。 事件 B ：該球是綠色。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 從袋子中隨機先後抽出兩個球，而抽出第一個球後並不放回袋子中。 事件 A ：第一個球是綠色。 事件 B ：第二個球是綠色。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 從袋子中隨機先後抽出兩個球，而抽出第一個球後放回袋子中。 事件 A ：第一個球是綠色。 事件 B ：第二個球是綠色。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 從袋子中隨機先後抽出兩個球，而抽出第一個球後並不放回袋子中。 事件 A ：第一個球是綠色，第二個球是紅色。 事件 B ：第一個球是紅色，第二個球是綠色。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 從袋子中隨機先後抽出兩個球，而抽出第一個球後放回袋子中。 事件 A ：第一個球是綠色，第二個球是紅色。 事件 B ：第一個球是紅色，第二個球是綠色。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

圖 31 互斥、獨或相關事件的概念判斷（《數學新思維》E 冊 p. 86）

在此節的最後，透過取球情境的課堂活動（圖 32），探究兩個相關事件的概率乘法定律，發現 $P(A)$ 、 $P(B|A)$ 和 $P(A \cap B)$ 三者之間的關係，進而導出 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$ 的關係式，並利用此關係式導引回能以 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 進行條件機率的計算，其中 $P(A) > 0$ 。



課堂活動 20.3C

活動目的
探究兩個相關事件的概率乘法定律。

一袋子中有 2 個白球、2 個紅球和 1 個綠球。從袋子中隨機先後抽出兩個球，而抽出第一個球後並不放回袋子中。

設 W_1 和 W_2 分別代表兩個白球， R_1 和 R_2 分別代表兩個紅球，而 G 代表綠球。下表所示為抽出兩個球的所有可能結果。



		第二個球				
		W_1	W_2	R_1	R_2	G
第一個球	W_1	-	W_1W_2	W_1R_1	W_1R_2	W_1G
	W_2	W_2W_1	-	W_2R_1	W_2R_2	W_2G
	R_1	R_1W_1	R_1W_2	-	R_1R_2	R_1G
	R_2	R_2W_1	R_2W_2	R_2R_1	-	R_2G
	G	GW_1	GW_2	GR_1	GR_2	-

◀ 由於抽出的球並不放回袋子中，所以「-」代表該結果不可能發生。

1. 所有可能結果的總數是多少？ _____
2. 設 A 是第一個抽出的球為白球的事件，而 B 是第二個抽出的球為紅球的事件。
 - (a) 事件 A 和 B 是否相關事件？ _____
 - (b) 參看上表。
 - (i) 求 $P(A)$ 。
 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - (ii) 求 $P(B|A)$ ，即已知第一個是白球，求第二個是紅球的概率。
 $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - (iii) 求 $P(A \cap B)$ ，即求第一個是白球及第二個是紅球的概率。
 $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
3. $P(A)$ 、 $P(B|A)$ 和 $P(A \cap B)$ 三者之間有甚麼關係？
 $P(A \cap B) = \underline{\hspace{4cm}}$

圖 32 探究兩個相關事件的概率乘法定律（《數學新思維》E 冊 p. 87）

(二) 統計部分

1. 香港國中階段第 1B 冊

在香港教科書國中的教材內容中，於初中一年級下學期單元十三「統計學與統計圖表簡介」中正式出現與統計相關的課程。第一小節是「統計學簡介」，在正式導入收集與評估數據的課程之前，讓學生學習觀察政府統計處提供的長條圖（香港稱「棒形圖」），藉由觀察圖表引入相關的統計圖表概念（如圖 33）。接著進行一項小活動，讓學生針對喜愛電影類型進行調查，讓學生自己設計表單、收集數據、清算各選項人數及列出統計結果，並針對收集的數據及結果做一個合理的結論（如圖 34）。

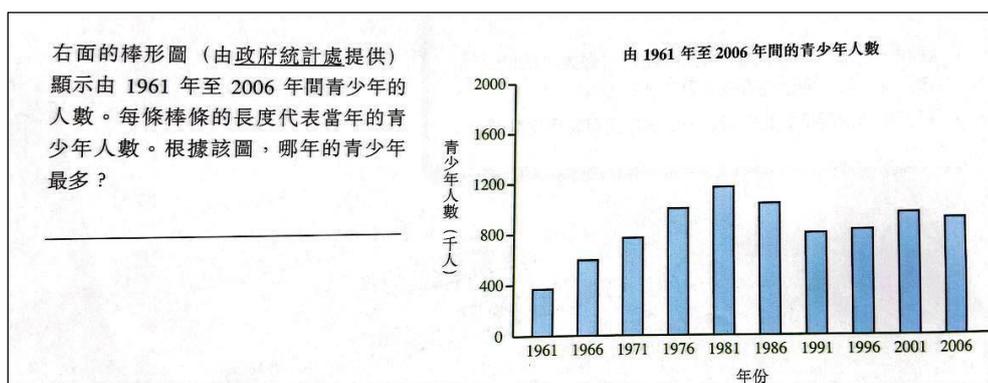


圖 33 觀察政府統計處提供的長條圖（《數學新思維》1B 冊 p. 13.2）

課堂活動 13.1

- 根據以下步驟，進行一項有關同學們最喜愛的電影類型的調查。
 - 設計一張附有合適選項（例如：動作片、喜劇片、劇情片、恐怖片等）的問卷。邀請你的同學填寫問卷。
 - 點算選擇各選項的人數，並表列結果。
- 寫出一個你從收集的數據所得的結論。

活動目的
利用簡單的方法收集數據，並作出分析。

圖 34 設計問卷、收集資料並觀察數據做出結論的課堂活動（《數學新思維》1B 冊 p. 13.4）

第二小節為「數據的組織」，培養學生透過觀察數據，以系統化組織並呈現數據的能力。把數據分成適當組別後，透過「冊」計數符號來記錄數據出現的次數（香港稱「頻數」），並用次數分配表（香港稱「頻數分佈表」）來表達數據。課文強調應該要擁有分辨分組組別的數目適當的能力，否則將無法清楚反映數據的分佈，如圖 35。

課堂活動 13.2

1. 根據於第 13.10 頁有關本港每年有雷暴的日數的數據，完成以下的頻數分佈表。

每年有雷暴的日數	劃記	頻數
27 – 41		
42 – 56		

活動目的
探究組別數目太少的缺點。

2. 從上表中，你可以明確描述數據的分佈嗎？試解釋你的答案。

我們應把數據分成適當數目的組別。組別數目不能太多或太少。若組別數目太多，所得的資料會過於仔細而不便於閱讀。若組別數目太少，則所得的資料不足以反映數據的分佈。

圖 35 繪畫出與課文中不同數據組別的次數分配表並進行比較
（《數學新思維》1B 冊 p. 13.11）

第三與第四小節為「數據的表達和闡釋（一）與（二）」，期望學生能在學習認識、組織數據之後，將數據以容易讀取的方式表達。課文介紹長條圖、圓形圖、莖葉圖（香港稱幹葉圖）、折線圖與散佈圖（香港稱散點圖）等常見統計圖表，並讓學生嘗試讀取圖表上給予的資訊，學習觀察圖表來回答問題，以及如何觀察數據的趨勢。在技能方面，讓學生以簡易的統計圖像顯示資料，能協助傳達數據資訊，更能深入的分析數據資訊以及做出正確的決策。

第五小節為「以電腦軟件製作統計圖表」，讓學生知道除了能以方格紙與鉛筆手繪統計圖以外，還可以透過電腦軟體 Excel 來製作統計圖表。本節讓學生學習在 Excel 輸入資料，以滑鼠選取所有輸入的數據後，透過點選「插入」與「圖表精靈」等功能，選擇欲繪出的圖表。然後學習編輯圖表資訊，以利透過圖表傳遞統計訊息，也讓閱讀者更清楚地理解欲傳達的資訊。

2. 香港國中階段第 2A 冊

在香港數學新思維第三冊（初中二年級上學期）單元七的「續統計圖表」延續中一的統計圖表課程。在正式進入課程之前，教科書編撰者設計「熱身練習」，讓學生重溫中所學的常用統計圖表基本概念，並回憶連續數據與離散數據的概念判斷，如圖 36。

3. 下列各題中，若數據是連續數據，在括號內填「C」；若數據是離散數據，在括號內填「D」。

(a) 某天每小時出航船隻的數目。 ()

(b) 某船於數次航程中的航行時間。 ()

(c) 一些新生嬰兒的體重。 ()

(d) 在不同醫院中，體重輕於 4 kg 的嬰兒的數目。 ()

圖 36 連續與離散數據的概念判斷（《數學新思維》2A 冊 p. 7.4）

第一小節是「組織圖、頻數多邊形和頻數曲線」，學習將連續數據分組並以次數分配表（香港稱頻數分佈表）來組織數據，在製作成合適的次數分配表後，學習根據次數分配表，繪製直方圖（香港稱組織圖）來表達該筆數據，並練習觀察直方圖來回答相關問題，如圖 37。

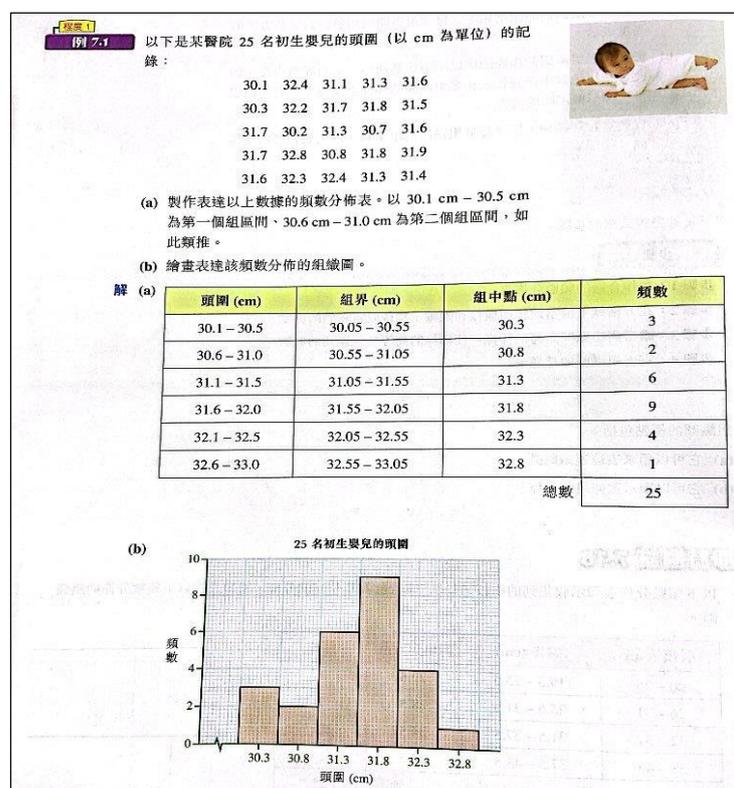


圖 37 根據次數分配表繪出直方圖（《數學新思維》2A 冊 p. 7.10）

接著，帶領學生認識「頻數多邊形」與「頻數曲線」的意義。所謂頻數多邊形就是臺灣所稱的「次數分配折線圖」，也就是將次數分配表中連續數據各組別的組中點與其對應的「次數」，標示在直角座標上，並將相鄰的點用直線連接的統計圖形。而頻數曲線就是將頻數多邊形的線段變為平滑的曲線，如圖 38。

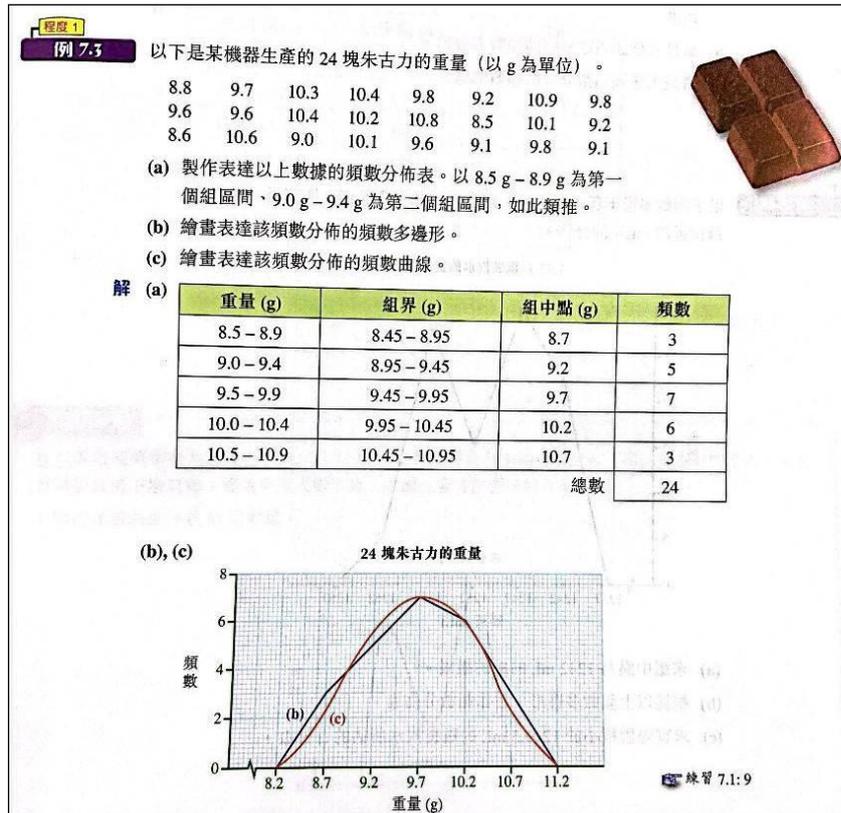


圖 38 繪畫頻數多邊形與頻數曲線 (《數學新思維》2A 冊 p. 7.15)

第二小節為「累積頻數多邊形和累積頻數曲線」，也就是臺灣稱的「累積次數分配折線圖」，把次數分配表擴增一欄「累積次數」，將分組次數累積，所製成的表即為累積次數分配表 (香港稱為累積頻數表)。在連續數據的累積次數分配表中，將各組別的組中點與其對應的「累積次數」，標示在直角座標上，並將相鄰的點用直線連接的統計圖形，即為累積次數分配折線圖 (香港稱累積頻數多邊形)。而累積頻數曲線即為將累積頻數多邊形的線斷連接成的平滑曲線。

在第二小節後面，介紹如何透過次數分配折線圖與累積次數折線圖，經過簡單計算出百分位數、四分位數和中位數等常用的統計量，如圖 39。

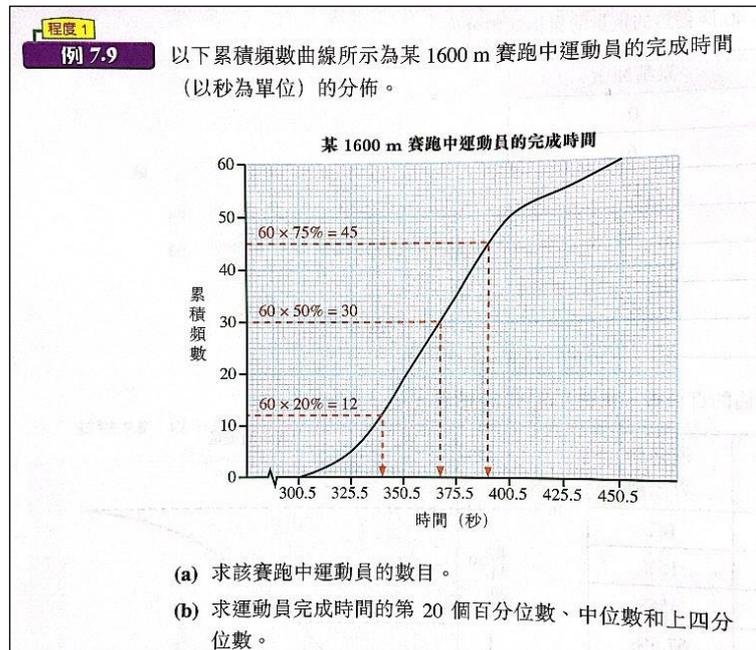


圖 39 依據圖表資訊進行統計量數值運算(《數學新思維》2A 冊 p.7.36)

第三小節為「統計圖的運用和誤用」，讓學生透過觀察同一筆數據的不同統計圖呈現結果，來比較、理解每種統計圖能以不同角度幫助我們分析數據，並根據所學來判斷統計圖是否誤用。最終期望培養學生擁有選擇出適合呈現該筆數據的統計圖之能力，如圖 40。

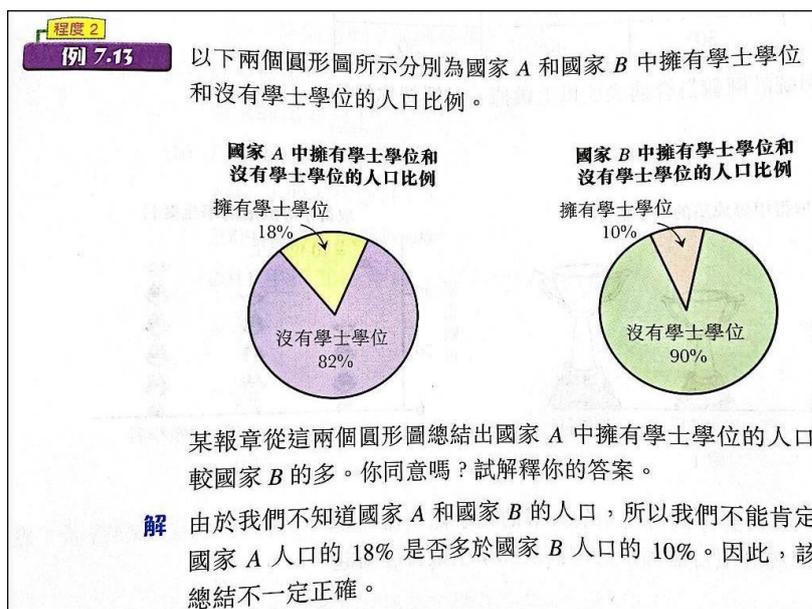


圖 40 針對統計圖表評估與批判的能力(《數學新思維》2A 冊 p.7.52)

3. 香港國中階段第 3A 冊

在香港數學新思維第五冊（初中三年級上學期）單元六的章節名稱為「集中趨勢的量度」。在正式課程開始前，內文設計關於累積頻數表、累積頻數多邊形的熱身練習，如圖 41，讓學生能夠即時重溫第三冊的統計圖表概念。

下表顯示一組人從家中返回辦公室所需的交通時間（以分鐘為單位）。

時間（分鐘）	10-19	20-29	30-39	40-49
頻數	8	7	3	2

(a) 完成以下的累積頻數表。

時間少於（分鐘）	9.5	19.5	29.5	39.5	49.5
累積頻數					

(b) 繪畫一個累積頻數多邊形。

圖 41 累積頻數及累積頻數多邊形的熱身練習（《數學新思維》3A 冊 p. 6.3）

第一小節「不分組數據的集中趨勢量度」，課程首先介紹集中趨勢量度的意義，集中趨勢表示一組數據的「中心」值，在此節將會學習三種不同的集中趨勢量度，包含平均數、中位數與眾數的概念。

接著，介紹平均數是一組數據總和除以該數據數目的最常用之集中趨勢量度，並給予五支鉛筆長度的數據，讓學生實際運算五支鉛筆的平均長度，同時也引入計算機的用法到平均數的計算上。最後則提供綜合題型檢核平均數計算的概念，課文提供 3B 班共有 25 名男生和 15 名女生，並給予全班所有學生及所有男生的平均每日零用錢金額，分別為 60 元與 57 元，請學生練習求出所有女生的平均每日零用錢金額；這是透過簡單的平均數計算公式即能求得的練習題（如圖 42）。

2. 3B 班有 25 名男生和 15 名女生。3B 班所有學生的平均每日零用錢的金額是 \$60，且 3B 班所有男生的平均每日零用錢的金額是 \$57。求 3B 班所有女生的平均每日零用錢的金額。

圖 42 平均數計算的應用問題（《數學新思維》3A 冊 p. 6.7）

接著介紹中位數的定義，將數據從小到大排序後，最中間的數即為中位數；而眾數即為一筆數據中出現次數最多的數，並在本節的最後連結幹葉圖，求出幹葉圖對應數據之平均數、中位數及眾數，如圖 43。

5. 以下的幹葉圖顯示某歌唱比賽中參賽者的分數。

某歌唱比賽中參賽者的分數

幹 (10 分)	葉 (1 分)
4	1
5	0 4
6	2 6 6
7	4 x x 7 9
8	5 6 8
9	7 x

(a) 求 x 的值。

(b) 由此，求參賽者分數的平均數、中位數和眾數。

圖 43 求出幹葉圖的平均數、中位數和眾數（《數學新思維》3A 冊 p.6.11）

第二小節為「以頻數分佈表組織的數據的集中趨勢的量度」，課文設計將數據區分為不以區間分組的離散數據，如圖 44。以及以區間分組的數據（如圖 45 的 (a) 及 (c) 小題）兩種資料類型，分別計算平均數、中位數及眾數等常見的簡單統計量。其中，當數據以區間分組時，課文提及能透過繪製該組數據的累積頻數多邊形或曲線，來觀察得到中位數。首先應觀察累積頻數多邊形，找出數據的總頻數後，中位數即為橫軸上對應總頻數的一半的值（如圖 45 之 (b) 小題）。

1. 下表顯示某快餐店每 30 分鐘售出蘋果批的數目。

蘋果批數目	0	1	2	3	4	5
頻數	3	9	7	3	2	1

求每 30 分鐘售出蘋果批的數目的平均數、中位數和眾數。

圖 44 離散數據的集中趨勢量度題型（《數學新思維》3A 冊 p.6.24）

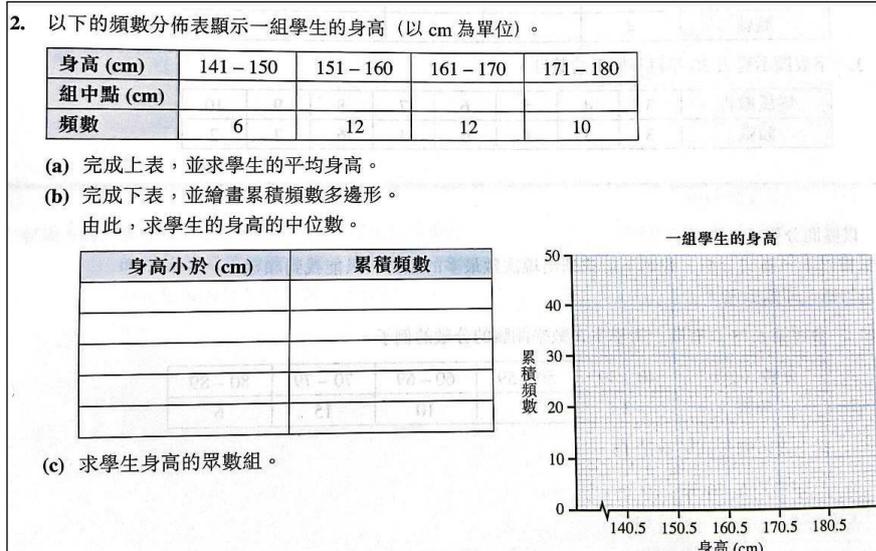


圖 45 以區間分組的求解集中趨勢量度題型(《數學新思維》3A 冊 p. 6.24)

第三小節為「加權平均數」，描述加權平均數為各數據與其對應的「權」之積的總和除以權的總和之值，透過簡單數據練習計算加權平均數，並理解各數據的權若改變，會影響加權平均數之值的概念。

第四小節為「續集中趨勢的量度」，首先將在此小節學習如何從已知的集中趨勢量度撰寫一組符合的數據，如下圖 46。課文也特別強調，有時候構寫的數據並不一定唯一，如已知平均數是 2、中位數是 1 和眾數是 1，可能構寫出 1, 1, 1, 1, 6 與 1, 1, 1, 2, 5 兩組符合的數據。

程度 1

例 6.17 構寫一組五個正整數的數據，使這組數據的平均數、中位數和眾數分別是 9、10 和 6。

解 設這五個正整數是 a 、 b 、 c 、 d 和 e ，並由小至大排列。

\therefore 中位數 = 10
 $\therefore c = 10$
 \therefore 眾數 = 6
 \therefore 兩個小於 10 的數據必定是 6。
 即 $a = 6$ 和 $b = 6$ 。
 \therefore 平均數 = 9

$$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 9$$

$$\frac{6 + 6 + 10 + d + e}{5} = 9$$

$$d + e = 23$$
 $\therefore d$ 和 e 必定不相同並大於 10。
 $\therefore d = 11$ 和 $e = 12$ 。
 \therefore 這組數據是 6, 6, 10, 11, 12。

圖 46 利用已知集中趨勢量度來撰寫數據(《數學新思維》3A 冊 p. 6.33)

接著，課文介紹如何選擇適當的集中趨勢量度來表達數據的意涵，並提及各項集中趨勢量度在描述數據時可能會遇到的問題。平均數會受到數據極端值的影響，極端值可能會導致平均數太大或太小，造成以平均數描述數據發生高估或低估的現象，導致不足以用該平均數反映數據的集中趨勢。而中位數並不受極端值影響，但若數據的數目很多時，為了找出中位數而排序數據的過程將會變的繁複，而針對區間以分組的數據來說，中位數也只能依據圖像來獲得，在這些情況之下，中位數可能不是一個適當反映數據的集中趨勢。眾數亦不受極端值影響，但若某筆數據的次數相對較低時，眾數可能也不是一個適合描述該數據的集中趨勢。在此節中，課文期待學生能透過觀察與練習，選擇出適合數據的集中趨勢，並嘗試解釋其選擇的依據，如圖 47。

程度 1

例 6.18 以下是五名大學畢業生在 2014 年的月薪：

\$10 000, \$9500, \$10 500, \$48 000, \$11 000

(a) 求這些大學畢業生月薪的平均數和中位數。

(b) 哪個在 (a) 部的量度較適合反映大學畢業生月薪的集中趨勢？試解釋你的答案。

圖 47 選擇適合的集中趨勢量度來解釋數據(《數學新思維》3A 冊 p. 6.34)

課文接下來介紹如何透過計算出兩筆數據對應的平均數、中位數和眾數，來比較兩筆數據，並觀察何項集中趨勢量度適合做為比較兩筆數據的依據，如圖 48。

程度 1

例 6.20 以下所示為兩組學生英文測驗所得的分數（以分為單位）。

A 組：80, 70, 50, 50, 50, 90, 80, 70, 72

B 組：50, 58, 62, 48, 50, 64, 66, 65, 68

(a) 求各組學生分數的平均數、中位數和眾數。

(b) 哪組學生在測驗中的表現普遍較好？試解釋你的答案。

圖 48 選擇適合的量度來比較兩組數據組(《數學新思維》3A 冊 p. 6.36)

本節的最後提供幾項案例來解釋集中趨勢量度可能造成的誤用情況，並讓學生嘗試解釋其選擇，如圖 49，題幹描述六名專家對公司一項新產品的評分，分數分別為 2, 3, 1, 0, 5, 5，該公司經理卻宣稱評分的平均值為 5，顯示該經理利用評分的「眾數」來反映評分的集中趨勢，由於該數據眾數的次數相對較低，所以並不適合反映評分的趨勢。此題即為有些人為達目的，而利用集中趨勢量度來誤導別人的狀況，為了防止被誤導或受騙，我們應該要注意統計數據如何被運用，並擁有判斷統計數據是否被誤用的能力。

程度 1

例 6.22 六名專家對某公司的一項新產品的表現評分。假設「0」表示非常不滿意，而「5」則表示非常滿意。該六名專家的評分是 2, 3, 1, 0, 5, 5。該公司的市場部經理宣稱評分的平均值是 5。

(a) 該經理用了哪個集中趨勢的量度？

(b) 你認為 (a) 部的量度是否適合反映評分的集中趨勢？試解釋你的答案。

圖 49 評斷量度是否合理並解釋理由（《數學新思維》3A 冊 p. 6.39）

第五小節為「數據變化對集中趨勢的影響」，首先討論在每個數據加上或乘以一個共同常數，新舊數據的平均數、中位數及眾數的變化情形，接著討論加入一個數據「0」後，集中趨勢的變化；第三部分則讓學生觀察從一組數據中剔除一個數後，集中趨勢變化情形，最後提供一個讓學生比較新舊數據集中趨勢量數變化的練習題，如圖 50。

1. 考慮數據組 A : 8, 14, 20, 38, 38, 50。

(a) 求數據組 A 的平均數、中位數和眾數。
平均數 = _____，中位數 = _____，眾數 = _____。

(b) 根據以下數據的各項變化，完成下表。

	數據組 A 的數據變化	新平均數	新中位數	新眾數
(i)	每個數據加上 5。			
(ii)	每個數據乘以 2。			
(iii)	加入一個數據「0」。			
(iv)	剔除數據「14」。			
(v)	剔除數據「50」。			

圖 50 比較新舊數據集中趨勢量度間的關係（《數學新思維》3A 冊 p. 6.52）

並在本節的最後，提供統整題供學生進行數據變化的練習，並提供一些開放問題讓學生討論及思考，強調符合條件的答案不只一組，統整結論後，為本節做出一個總結，如圖 51。

<p>2. 考慮一組眾數是 8 的數據。在每個數據都作相同改變後，新眾數是 -4。可能的改變是甚麼？</p> <hr/>
<p>3. 考慮數據組：3, 5, 7, 8, 10, 15, 15。</p> <p>(a) 寫出一個數據，使從數據組中剔除這數據後，新平均數小於原來的平均數。</p> <hr/>
<p>(b) 寫出一個數據，使從數據組中剔除這數據後，新中位數大於原來的中位數。</p> <hr/>

圖 51 提供開放問題讓學生思考（《數學新思維》3A 冊 p. 6.52）

4. 香港高中階段第 E 冊

在香港教科書高中的統計教材中，在高中二年級下學期的單元二十一及單元二十二出現統計的相關課程。單元二十一為「離差的量度」，在正式進入課程前，課文引領學生回憶國中階段的統計基礎知識概念，包含集中趨勢量度（平均數、中位數與眾數）的計算、次數分配表以及基本統計圖表的概念複習，為接下來的統計課程奠下基礎。

單元二十一的第一節為「分佈域及四分位數間距」，引言介紹離差的基本概念，解釋集中趨勢量度只能提供數據部分的描述，若要清楚描述數據的分散情形，應考慮數據的分散或「離差」，正式引入離差的量度方法。首先，課文介紹「分佈域」，說明分佈域為數據的最大值與最小值之差（亦即臺灣所稱的「全距」），表示分佈域越大、數據離差也越大的概念。接著，提出「四分位數間距」（臺灣稱為四分位距）的概念，描述中位數將數據分成兩等份，其中，將數據的下半部份平分為兩等份的值稱為「第 1 四分位數」，將數據上半部份平分兩等份的值稱為「第 3 四分位數」，而第 2 四分位數即為中位數的概念。第 1 與第 3 四分位數的差即為四分位數間距，其值越大，表示數據的離差越大。

第二節為「框線圖」，又稱「盒狀圖」，學習製作、闡釋框線圖，以及利用框線圖比較不同組的數據，如圖 52。

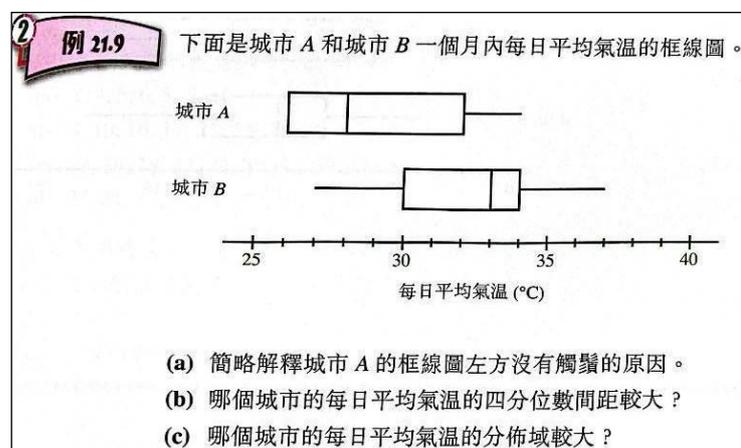


圖 52 觀察框線圖以比較兩組數據的分佈（《數學新思維》E 冊 p. 135）

第三節為「標準差」，課文提及若只以分佈域與四分位數間距這兩種離差來評估數據的分散情形，由於該兩個量度只涉及部分數據的計算，可能會造成數據分散情況的誤判，因此在此小節補充一個能運用所有數據進行離差量度計算的值——「標準差」。接著，課文定義標準差 σ 的概念，以不分組及分組的數據分別舉例，讓學生練習計算不同數據呈現情形的標準差，並介紹如何利用計算機的統計功能計算一組數據的平均數與標準差。最後，課文統整出比較數據離差的各項量度優缺點，供學生選擇適當的量度來表達數據的離差，如圖 53。

下表綜合了離差的量度（分佈域、四分位數間距和標準差）的優點及缺點。

量度	優點	缺點
分佈域	<ul style="list-style-type: none"> 計算簡易。 能夠從一些統計圖中找出，例如：組織圖。 	<ul style="list-style-type: none"> 容易受極值影響。 不能夠完全反映離差。 不能夠用作進一步的統計分析。
四分位數間距	<ul style="list-style-type: none"> 不受極值影響。 計算簡易。 能夠從一些統計圖中找出，例如：累積頻數多邊形 / 曲線。 	<ul style="list-style-type: none"> 只考慮數據中部 50% 的範圍，所以不能夠完全反映離差。 不能夠用作進一步的統計分析。
標準差	<ul style="list-style-type: none"> 考慮所有數據。 能夠用作進一步的統計分析。 	<ul style="list-style-type: none"> 若沒有計算機的幫助，計算過程便會相當繁瑣及費時。

圖 53 比較數據離差的量度優缺點（《數學新思維》E 冊 p. 147）

第四小節為「標準差的應用」，在第三小節學習標準差意義後，課文將在此節延伸兩項標準差的應用概念。首先介紹「標準分」，也就是臺灣稱的「標準化分數」，學習利用標準分 $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ 的概念來比較兩組不同數據的表現情況，以及利用標準分來比較個別數據對應於整體的表現。

接著，介紹「正態分佈」的概念，意同臺灣稱的「常態分佈」，課文提及日常生活中的許多數據都類似某種分佈曲線，這些曲線有許多共同特徵，包含分布的形狀類似一個鐘形曲線、曲線對稱於平均數，以及該數據的平均數、中位數與眾數皆相同等，正式進行常態分佈曲線的運算練習，如下頁圖 54。

例 21.15 一組少年的身高成正態分佈，其平均數是 145 cm，而標準差是 8 cm。求下列各範圍內的少年所佔的百分數。

(a) 身高介乎 137 cm 至 153 cm。
 (b) 身高介乎 137 cm 至 161 cm。

解 (a) $\bar{x} = 145 \text{ cm}$ ， $\sigma = 8 \text{ cm}$ 。
 $\bar{x} - \sigma = (145 - 8) \text{ cm}$
 $= 137 \text{ cm}$
 $\bar{x} + \sigma = (145 + 8) \text{ cm}$
 $= 153 \text{ cm}$
 \therefore 所求的身高位於 $\bar{x} - \sigma$ 至 $\bar{x} + \sigma$ 。
 所求的百分數
 $= \underline{68\%}$

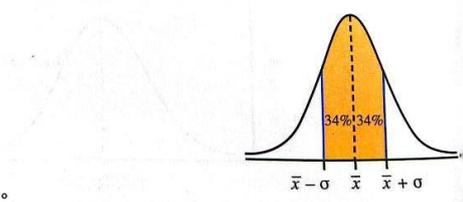


圖 54 常態分佈曲線的運算練習（《數學新思維》E 冊 p. 154）

在本節的最後一節「改變數據對數據離差之影響」中，課文針對改變數據對離差影響的題型進行練習，包含將每筆數據都加上共同常數、每筆數據都成以共同常數、從數據中剷除一筆數據，與在數據中加入一筆數據等情況，來判斷分佈域、四分位數間距與標準差的變化。

接下來，在單元二十二「統計的應用與誤用」中，前言以壽司生產部門的品質管理標準的情境，說明從整體的一小部分蒐集資料，來檢視整體生產狀況，是一件在日常生活中十分普遍的統計數據應用。

單元二十二的節「統計的應用」裡，課文舉出關於消費物價指數、失業率與本地生產總值等來自香港特別行政區政府統計處的開放資料，說明這些資料有助政府進行社區規畫與發展經濟。接著引導出「統計學」的概念，統計學就是一種蒐集、整理、分析與闡釋數據的科學，而要蒐集研究者欲研究的資料，最常見的方法就是進行統計調查，而「抽樣調查」就是統計調查中最常用的方法，課文共將統計調查分成三個階段進行討論，如圖 55。

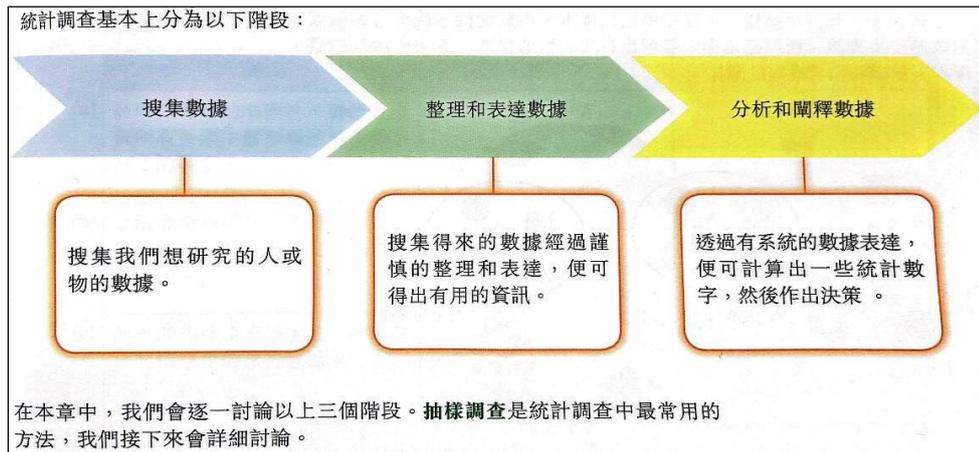


圖 55 統計調查的三個階段（《數學新思維》E 冊 p. 199）

接下來，課文將抽樣方法主要分為「非概率抽樣」與「概率抽樣」兩類，其中，「非概率抽樣」即為在整體中，有些狀況沒有機會能被選為樣本，包含方便抽樣、判斷抽樣、配額抽樣與滾學球抽樣等，這些非概率抽樣方法較容易管理，但主要靠個人判斷和經驗抽取樣本，可能導致抽樣結果不夠準確或不夠客觀的狀況。而「概率抽樣」則較能選出代表性的樣本，最常見的方法包含簡單隨機抽樣、系統隨機抽樣與層狀隨機抽樣等。本節只強調認識抽取調查樣本的不同技巧，而詳細抽樣名稱與抽樣方法的內容則超出範圍，不在此章節進行詳細討論。

除了抽樣方法，研究者還須判斷數據蒐集的方法，課文提及在設計問卷時的問題類型，包含非結構式問題（受訪者須以文字作答，時間與成本較高，但能讓研究者得到更多啟發），以及結構式問題（問題形式以選擇題和量表題為主，資料較易處理，時間與成本較低）。課文也簡介效度（問卷能準確測出研究者欲測量的程度）和信度（重複進行調查所得結果的一致性）的意義，問卷應提高效率度和信度，問卷結果才能令人信服。

在第二小節「統計的誤用」中，舉出一些抽樣和蒐集數據誤用的例子供學生討論，強調若抽樣方法不適合，表示樣本不能夠代表總體，顯示所得的結論就不一定正確，課文提出許多蒐集數據的疑問，讓學生思考及解釋數據蒐集不妥當的地方，並選擇更適合的方法，如圖 56。

- 試做 22.9** 某機構使用電話訪問來搜集有關青少年對性觀念的資料。
- 使用這種搜集數據的方法有甚麼不妥當？
 - 試建議一個更合適的搜集數據的方法。

圖 56 解釋數據蒐集及選擇方法的練習（《數學新思維》E 冊 p. 229）

接下來，介紹各種統計圖的特色，讓學生學習選擇適合的統計圖來表達數據，及數據分析的誤用狀況，並練習判斷統計調查結論的問題，如圖 57 的課堂練習題。

課堂練習 22.2C	
下列各題中，試寫出統計調查的結論存有甚麼可疑的地方。	
結論	可疑的地方
1. 花園酒店今年員工的平均月薪是 \$30 000！馬上加入我們的行列！	
2. 籃球隊「雷鳴」入球的平均值由 10 球跌至 8 球，跌幅為 20%！	
3. 去年，100% 博士畢業生都獲得獎學金。	
4. 有 80% 的客戶在 10 日內體重下降了。	
5. 某班中，中期試和期終試的及格率分別是 60% 和 63%。及格率上升了 3%。	
6. 在歌唱比賽中，評判團給予慧賢的分數的分佈域較姜芬的大。因此，慧賢的表現較姜芬為佳。	

圖 57 檢視統計調查可能發生問題之練習（《數學新思維》E 冊 p. 231）

二、臺灣與香港中學數學教科書編寫脈絡統整比較

本研究根據臺灣與香港機率與教材教科書的編寫脈絡，整理出兩地區的教材脈絡統整表，如表 31 與表 32，並描述兩地區的機率與統計主題的教材編寫脈絡差異。

(一) 機率主題

以下將統整香港與臺灣的機率教材架構表，並針對兩地區的教材架構及編寫脈絡進行細部比較。

表 31 香港機率教材脈絡統整表

數學新思維第六冊（國中）	數學新思維第 E 冊（高中）
不確定性、比例概念熱身練習。	互斥事件的概念引入及運算練習。 $P(A \cap B) = 0$
機率基礎名詞概念介紹： 樣本空間、事件、可能性……。	機率加法定律的概念引入及運算練習。 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
先認識頻率機，再認識古典機率的觀念及觀察兩者間的關係。	餘事件的概念引入及運算練習。 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
以樹狀圖與數表系統化呈現事件所有結果。	獨立事件概念引入及運算練習。 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
幾何機率的觀念引入及運算練習。	條件機率概念引入及運算練習。 (不涉及公式計算)
期望值的概念引入及運算練習。	相關事件概念引入、導出關係式，最後再引導回條件機率。 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B A)$ $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

表 32 臺灣機率教材脈絡統整表

臺灣翰林版（國中） 第六冊	臺灣翰林版（高中） 第二冊	臺灣翰林版（高中） 第四冊
機率基礎名詞概念： 試驗、可能性…。	介紹機率常見名詞：樣本空間、(和、積、互斥、餘、空)事件。	描述主觀機率與客觀機率（意同頻率機率、實驗概率）的定義，及其運算練習。
認識(古典)機率概念，及涉及單一事件的機率運算練習。	正式進入「古典機率」理論，描述機率定義及重要性質。 $P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	條件機率的觀念引入，引導條件機率關係。式進行運算練習 $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
引導學生實際紀錄五組丟擲瓶蓋觀察正反面次數的機率探索活動，引導出在丟擲瓶蓋的情境之下，丟出瓶蓋正面與反面的機率就不一定是 $\frac{1}{2}$ 。	定義期望值及進行相關概念的運算。	獨立事件概念引入及練習。 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
以樹狀圖系統化呈現事件所有結果。		條件機率的乘法法則導出貝氏定理的觀念，當 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是樣本空間S的分割且 $P(B) > 0$ ，則 $P(A_i B)$ $= \frac{P(A_i) \times P(B A_i)}{P(A_1) \times P(B A_1) + \dots + P(A_n) \times P(B A_n)}$ 其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

以下將根據表 31 與表 32 的香港與臺灣機率脈絡統整表，描述兩地區教科書機率內容的編排脈絡差異。

1. 頻率機率（實驗概率、客觀機率）

我們可以觀察出香港教科書在國中機率概念的編寫脈絡（表 31），是以先認識頻率機率的觀念，讓學生透過實際丟擲銅板觀察正面與反面出現次數的情境，引導出某件事的機率即為實際發生某事件的次數與實際發生總次數的比值，接著再引導學生認識古典機率（理論概率），也就是純粹以理論方法推得的機率，並引導出大量增加實驗次數會讓實驗概率接近理論概率的重要性質。

對比來看，臺灣在國中階段僅在古典機率類型的情境下引導機率的學習，表示在理論狀況之下，擲骰子一次，擲出各數字的機率皆相同，顯示臺灣教科書並未在國中機率涉及頻率機率的介紹。觀察表 32，我們可以發現臺灣將頻率機率放在高一下學期與主觀機率的觀念一起學習，相較之下，顯示臺灣的學生較晚接觸頻率機率的相關概念，且比香港最初談及頻率機率的觀念還晚兩年左右。

2. 幾何機率

香港在國中基礎機率的課程中，也引入幾何機率的相關概念，而臺灣在現今中學機率課程中，卻已經刪除了幾何機率的知識內容。所謂幾何機率，其實屬於簡單的「正規機率」，亦即以面積做為分布的依據，也相當於討論機率分布函數的積分，臺灣則是將機率分布函數的概念安排在高三選修數學中進行學習。

3. 期望值

香港將期望值概念安排在國三下學期基礎機率課程最後進行，對比臺灣，則是將此概念安排在高一下學期進行，雖然香港較臺灣早了一年進行期望值概念的課程，但香港期望值的教學例比例卻低於臺灣，對照表 24 與表 26，香港與臺灣期望值的教學例占總題數的比例分別為 4% 與 7%，顯現香港教科書在期望值內容的著墨確實較匱乏，且臺灣與香港在期望值的教學皆以代數及計算練習為主，僅涉及簡單機率的運算練習。

4. 條件機率

臺灣與香港在條件機率的教學均安排在高二下學期，其中，兩地區在條件機率的學習脈絡上具有些微的差異。香港首先敘述條件機率的定義，引導在 A 事件發生的狀況之下發生 B 事件的機率，讓學生藉由判別題幹的敘述而影響樣本空間的改變，進而讓欲求的機率分母產生變化，來進行條件機率的計算，並以符號 $P(B|A)$ 來表示。而臺灣在此則延伸出 $P(B|A)$ 即為當 A 發生且 B 發生的機率與發生 A 事件的比值，也就是 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 的關係式。香港則是在引導條件機率的觀念之後延伸到相依事件，也就是 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$ 條件機率乘法法則的應用，再引導回 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 的條件機率關係式。

5. 貝氏定理

臺灣在高二下學期條件機率的教學後，緊接著討論相依事件（條件機率的乘法法則）與貝氏定理（條件機率的加法法則）延伸應用，而香港則在條件機率的學習後，僅涉及相依事件的學習，並未牽涉到貝氏定理的延伸應用，顯現香港在此部分的課程較為缺乏。

(二) 統計主題

以下將統整香港(表33)與臺灣(表34)的機率教材架構表,並針對兩地區的教材架構及編寫脈絡進行細部比較。

表 33 香港統計教材脈絡統整表

數學新思維 第二冊(國中)	數學新思維 第三冊(國中)	數學新思維 第五冊(國中)	數學新思維 第 E 冊(高中)
讀取現有統計圖表並提出合理的訊息。	回憶統計圖表及連續與離散數據的概念判斷。	回憶累積次數分配表與累積次數分配折線圖概念。	回憶統計基礎知識(集中趨勢量度、次數分配表與基本統計圖表)。
實際收集數據並根據數據做出合理結論的活動。	學習藉由次數分配表來繪製直方圖並回答問題。	學習平均數、中位數與眾數等常用集中趨勢量度及運算練習。	離差基本概念(分佈域與四分位數間距的基本概念與練習)。
學習使用計數符號記次,並製成次數分配表以表達數據。	認識並學習繪製(累積)次數分配折線圖。	連結統計圖(莖葉圖)求數據的平均數、中位數與眾數。	製作框線圖及其概念闡釋。
介紹長條圖、圓餅圖、莖葉圖、折線圖與散布圖等常用統計圖表的判讀與統計量之計算。	依據累積次數分配折線圖進行統計量數值的運算。	學習計算離散數據之平均數、中位數與眾數。	標準差概念計算及應用(標準化 z 分數及常態分佈) 討論改變數據對離差的影響。
學習利用電腦軟體 Excel 來製作統計圖表。	比較同筆數據的不同統計圖呈現結果,並評估統計圖表是否誤用。	學習觀察連續數據之累積次數分配折線圖,並從中找出其中位數。	統計的應用(統計學概念、統計調查簡介)。
		加權平均數的概念練習。	抽樣方法(非概率抽樣與概率抽樣)。
		學習利用已知集中趨勢量度撰寫數據。	問卷設計問題類型及問卷信、效度的認識。
		選擇適合的集中趨勢量度來解釋數據及比較兩組數據組,並評斷量度的合理性並解釋理由。	練習解釋抽樣和蒐集數據的誤用並選擇更適合蒐集數據的方法。
		比較原數據及伸縮平移後新數據集中趨勢量數的關係。	練習利用適當的統計圖來表達數據。

表 34 臺灣統計教材脈絡統整表

臺灣翰林版（國中） 第二冊	臺灣翰林版（國中） 第三冊	臺灣翰林版（國中） 第六冊	臺灣翰林版（高中） 第二冊
回顧長條圖、圓形圖的相關概念判讀與簡單運算。	回顧判讀已分組的次數分配折線圖、多折線折線圖的資訊。	回顧未分組及已分組資料的中位數求取方法。	介紹一維數據的分析，以簡單指標來代表數據及分析數據的分散程度。
學習讀取統計圖資訊來解釋相關問題，並學習圓形圖、多條折線圖、列聯表、次數分配表、次數分配折線圖與直方圖等，常用統計圖表的繪製、統計量判讀及計算。	藉由比較兩組數據，引導出「相對次數」的概念，並製作（累積）相對次數分配表，及利用組中點繪製（累積）相對次數分配折線圖及判讀圖表資訊來回答問題。	介紹四分位數的意義及與中位數的關係，並分別學習奇數筆、偶數筆數據及已分組數據的第 1、第 2 與第 3 四分位數的計算方法。	介紹平均數（包含算術平均數、加權平均數與幾何平均數）的意義及運算。介紹百分位數（包含四分位數）的概念計算。介紹變異數與標準差的定義及其運算（屬於衡量數據分散程度的指標）。
學習利用電腦軟體 Excel 來製作以上常見的統計圖表。	利用電腦軟體 Excel 進行資料處理，學習製作（累積）相對次數分配折線圖。	介紹全距與四分位距的相關概念及其運算。	介紹數據伸縮與平移對平均數與標準差的影響。
		介紹、判讀盒狀圖的相關概念，及學習繪製盒狀圖。	介紹標準化數據的概念及其應用運算。
		利用電腦軟體 Excel 進行製作盒狀圖。	討論兩組數據的關聯程度（二維數據分析），引入散布圖、相關係數與最適直線等概念。
			練習描繪散布圖並觀察、描述數據的趨勢，並觀察圖形引入相關性的概念。
			介紹衡量相關性的變量「相關係數」定義、性質及其關係式的運算練習。
			引導觀察散布圖與利用最小平方法導出二維數據傾向的最適直線，並介紹二維數據的最適直線方程式及相關運算練習。

以下將根據表 33 與表 34 的香港與臺灣統計脈絡統整表，研究者認為臺灣與香港兩地區的統計內容在國中階段的編排上差異不大，反而在高中階段的統計內容較有明顯差異，因此接下來將討論的範圍分為國中、高中兩階段進行討論，分別描述兩地區統計內容的教科書編排脈絡差異。

1. 國中階段統計主題

香港與臺灣在國中階段三冊的統計課程分別安排在國一下學期、國二上學期，而最後一冊香港與臺灣分別安排在國三上學期國三下學期進行課程，雖然有課程編排上的些許差異，除此之外，我們可以根據表 33 及表 34 統計統整架構表，發現兩地區的統計內容並沒有明顯的差異。

2. 高中階段統計主題

關於高中階段的統計課程，在統計課程的安排上，香港安排在高二下學期進行課程，而臺灣則安排在高一下學期，其中，香港數學新思維第 E 冊與臺灣翰林第二冊統計內容的前半部分較沒有明顯差異，兩地區皆介紹一維數據的分析，學習以簡單指標來代表數據及分析數據的分散程度。接著，臺灣開始討論兩組數據的關聯程度，也就是開始進行二維數據的分析，並引入相關係數、相關係數在散布圖上的意義與最適直線等概念進行運算練習。而香港則不涉及二維數據的討論，在一維數據的統計量討論結束後，進行統計的應用與誤用的案例討論，帶入常態分布（正態分佈）、抽樣方法、統計調查、數據蒐集和問卷設計及統計報告等統計應用的概念進行討論，臺灣則是將此部分安排在高三選修數學中進行學習。

第四節 教科書先備知識及選修部分編寫脈絡質性分析

由於集合、排列與組合的概念是影響機率學習內容的重要機率先備課程之一，因此，本節將淺談兩地區在機率與統計主題的先備知識內容進行教科書編寫脈絡討論。除此之外，本研究亦將兩地區必修部分以外的內容進行對照，來對照兩地區機率統計選修部分的教學內容，以充實本研究教科書編寫脈絡的討論內容。

一、機率先備課程的編寫脈絡比較

本研究將針對高中階段機率主題的先備知識進行細部討論，包含排列與組合、集合等既不是機率也不屬於統計的範疇，而是屬於機率的「先備知識」，這些單元的教學例無法分類至機率雙向細目表或統計知識統整表進行量化比較，因此，本研究將針對這些無法分類的機率先備知識單元，以及教科書課文內容進行兩地區的編寫脈絡分析。

表 35 高中階段排列組合與集合單元的編排脈絡

編排單元	香港	臺灣
排列與組合	數學新思維第 E 冊 第 19 單元 排列與組合	翰林版第二冊 第三單元 排列組合與機率
	19.1 計數原理	3-1 計數原理
	19.2 排列	3-2 排列
	19.3 組合	3-3 組合
機率	數學新思維第 E 冊 第 20 單元 概率	翰林版第二冊 第三單元 排列組合與機率
	20.1 集合	3-4 機率
	20.2 概率加法定律	翰林版第四冊 第三單元
	20.3 概率乘法定律	3-1 主觀機率與客觀機率
	20.4 使用排列與組合解有關 概率的應用題	3-2 條件機率與獨立事件 3-3 貝氏定理

根據教科書編排脈絡（表 35），我們可以發現香港與臺灣皆將排列與組合單元置於機率教學之前，其中，香港安排在高二下學期（數學新思維第 E 冊）的第一個單元（單元 19）進行排列組合的課程，而臺灣則是安排在高一下學期（翰林版第二冊）的第三個單元。根據教科書的編排順序，我們能合理的將兩地區的「排列組合」內容視為「機率」內容的先備語言。接下來，我們將針對兩地區的計數原理、集合以及排列組合相關內容進行細部討論。

（一） 計數原理、集合單元內容

首先，本研究針對兩地區「計數原理」的內容進行討論，臺灣在計數原理小節中，介紹「邏輯」，包含敘述、命題、充分條件、必要條件、或、且等基本概念，以及「集合」的定義，包含文氏圖、子集、聯集、交集、差集、餘集與笛摩根定律等集合基本運算。除此之外，還有學習利用有系統的「窮舉法」來列舉所有事件的總數，如樹狀圖。最後，學習透過「加法原理、乘法原理及取捨原理」有系統的回答問題。

香港在「計數原理」小節中，只有描述計算大量物件的總數時，學習關於加法法則、乘法法則的相關概念。對比之下，香港則將「集合」的概念安排在概率加法定律與概率乘法定律等機率單元前，課文內容包含集合的表示法、溫氏圖（臺灣稱為文氏圖）、交集、併集（臺灣稱聯集）、絕對補集（臺灣稱餘集或補集）、相對補集（臺灣稱差集）等基本的集合運算。接著，我們根據以上敘述，統整出臺灣與香港在計數原理、集合單元的編排脈絡差異。

1. 課文篇幅差異

對比臺灣與香港，雖然兩地區的計數原理與集合的篇幅都不大，但我們可以發現臺灣比香港多安排了關於「邏輯」的概念描述，其中，臺灣教科書在計數原理及集合的課文總篇幅（共 18 頁，占高中教科書總篇幅的 2%），明顯大於香港（共 11 頁，占高中教科書總篇幅的 0.8%），

顯示臺灣教科書在計數原理、集合內容較香港更重視排列組合的基礎運算能力。

2. 計數原理、集合的編排

臺灣先安排認識集合概念，再涉及有系統的窮舉，進而學習加法與乘法定理的概念。而香港則是先學習有系統的窮舉、加法及乘法定理後，再學習集合的相關概念，顯示兩地區的編排順序具有明顯差異。

3. 取捨定理的編排

臺灣在進行機率課程前，即在集合單元介紹取捨定理，先進行相關的運算練習，如 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ，並在進入機率單元後沿用相關概念以求機率值。而香港則不特別將取捨原理的概念安排在計數原理、集合單元中描述，而是在進入機率單元後，直接在機率加法定律的課程中應用，如 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 。

(二) 排列與組合單元內容

接著，本研究將針對兩地區「排列與組合」的教科書編排脈絡進行討論。臺灣在「排列」的小節中，依序介紹全為相異物的排列（階乘符號的概念）、從 n 個相異物品選出 k 個來排列的排列數 $(P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!})$ 之運算練習、含有相同物的排列以及重複排列等計算排列的方法。而在「組合」小節中，則依序介紹從 n 個相異物品選出 k 個的組合數 $(C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!})$ 之運算練習、二項式定理的相關公式，以及巴斯卡三角形的概念應用。

香港在「排列」小節中，依序介紹全為相異物的排列（階乘符號的概念），以及從 n 個相異物品選出 k 個來排列的排列數 $(P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!})$ 之運算練習。而在「組合」單元中，介紹從 n 個相異物品選出 k 個的組合數 $(C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!})$

及其運算練習題。接著，我們根據以上敘述，統整出臺灣與香港在排列組合單元的編排脈絡差異。

1. 課文篇幅差異

研究資料顯示，臺灣教科書在排列組合的課文總篇幅（共 26 頁，占高中教科書總篇幅的 3%）明顯大於香港（共 20 頁，占高中教科書總篇幅的 1.5%），也顯示臺灣教科書在排列組合的教學例較香港來的複雜、量多，甚至題型變化也更多。

2. 排列內容的差異

我們可以發現，在排列內容中，臺灣比香港多安排了許多關於「含有相同物的排列」以及「重複排列」相關的練習題，而香港僅涉及排列符號 P_k^n 的計算練習及相關的簡單排列應用問題，相較之下，顯示臺灣教科書在排列的內容編排難度明顯高於香港。

3. 組合內容的差異

在組合內容中，臺灣則是比香港多安排了「二項式定理」及「帕斯卡三角形」的相關問題，而香港教科書僅涉及階乘符號及組合符號 C_k^n 的計算練習，及其相關的簡單組合應用問題，相較之下，顯示臺灣教科書在組合的內容編排難度明顯高於香港。

二、高中選修課程的機率統計內容比較

本研究主要針對國中及高中必修數學教科書進行細部編寫脈絡的討論，高中選修數學則不列入分析的範疇中，以下將臺灣與香港高中選修數學教科書教學內容列表呈現如表 36 與表 37。

其中，香港在第 M1B 冊中單元八的進階概率，提及貝葉斯定理，也就是臺灣稱的貝氏定理，臺灣將此部分安排在十一年級進行，而香港安排在十二年級的選修數學。

表 36 香港高中選修教科書機率統計主題章節內容

香港高中 選修教科書	單元	小節	占總選修頁 數比例	總和
第 M1B 冊	8 進階概率	8.1 條件概率和獨立性	47/561	272/561 (49%)
		8.2 貝葉斯定理	(8%)	
	9 離散概率分布	9.1 隨機變量和離散概率分布	46/561	
		9.2 期望和方差	(8%)	
	10 柏努利、幾何、二項和 泊松分布	10.1 伯努利分布	58/561 (10%)	
		10.2 幾何分佈		
		10.3 二項分佈		
		10.4 泊松分佈		
	11 正態分布	11.1 連續隨機變量	58/561 (10%)	
		11.2 正態分佈		
		11.3 正態分佈的應用		
	12 抽樣分布和點估計	12.1 抽樣分佈	37/561 (7%)	
		12.2 中心極限定理		
12.3 點估計				
13 置信區間	13.1 總體平均值的置信區間	26/561 (5%)		
	13.2 總體比例的置信區間			

表 37 臺灣高中選修教科書機率統計主題章節內容

臺灣高中 選修教科書	單元	小節	占總選修 頁數比例
選修數學（甲）	3 機率統計	3-1 離散型隨機變數 3-2 二項分佈與幾何分佈	63/402 (16%)

臺灣高中階段的選修數學包含選修數學（甲）及選修數學（乙），在本研究欲探討的機率統計主題中，數學（甲）比數學（乙）多涵蓋了幾何分布的學習內容，除此之外，兩門課程並沒有太大的差異，因此，本研究在臺灣高中階段選修數學內容的列表中，將呈現選修數學（甲）的學習內容。

由於臺灣的教科書章節內容較香港集中，因此並無法那麼直觀的從章節名稱理解該單元的學習內容，因此接下來將簡單呈現 3-1 與 3-2 的學習內容以進行香港與臺灣高中選修數學機率統計主題的對照。

臺灣選修數學（甲）3-1 的學習內容包含隨機的意義、離散型與連續型的隨機變數，還包含機率分布（機率質量函數）、隨機變數的期望值、變異數與標準差之計算，以及獨立性的意義，最後，介紹重複試驗（伯努力試驗）的意義。而 3-2 的學習內容依序認識二項分布與幾何分布，及其期望值、變異數與標準差的計算，並學習使用 Excel 軟體輔助計算二項分布與幾何分布；接著學習事件發生機率的合理性檢定——假設檢定的意義。

對照表 36 及表 37，我們可以發現兩地區的選修數學總篇幅並沒有像必修數學的差距那麼大，但在機率統計主題所占的篇幅卻有很大的差異，香港選修數學機率統計主題的占比約為 49%，而臺灣卻只有 16%，顯示香港選修數學對機率統計主題的重視明顯遠高於臺灣，機率統計主題之篇幅竟為臺灣的三倍以上。

第五章 結論與建議

本章將研究結論統整成五個小節，以呼應本研究提出的五點研究問題，呈現教科書教學例在機率與統計內容的量化分析結果及教材的編寫脈絡，並提出相關的教科書編寫建議，期望能提供未來教科書撰寫者教材編寫的參考基礎。

第一節 結論

一、 教材的頁數與教學例數的分布趨勢

根據資料分析結果，我們可以發現不管是國中還是高中階段，香港的教材篇幅皆高於臺灣，國中階段的頁數總篇幅甚至接近臺灣的兩倍，如圖 58。由於兩地區機率與統計主題的總頁數相差懸殊，因此接下來的分析結果本研究將以比例的形式呈現，並進行對照比較。

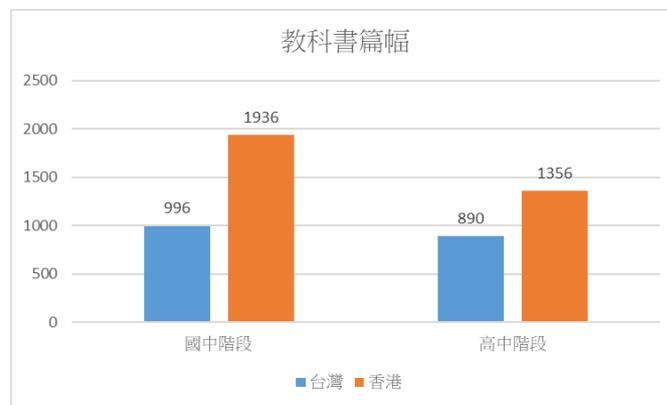


圖 58 臺灣及香港教科書頁數對照

圖 59 呈現臺灣與香港的機率內容佔教科書總篇幅的比例，顯示臺灣 (2%) 國中階段的機率課程頁數占比低於香港 (3%)，但高中階段臺灣 (7%) 的機率課程比例卻高於香港 (4%)，雖然兩地區在進入高中階段後，機率課程的占比皆提升，但能看出臺灣在高中階段對機率課程的重視。

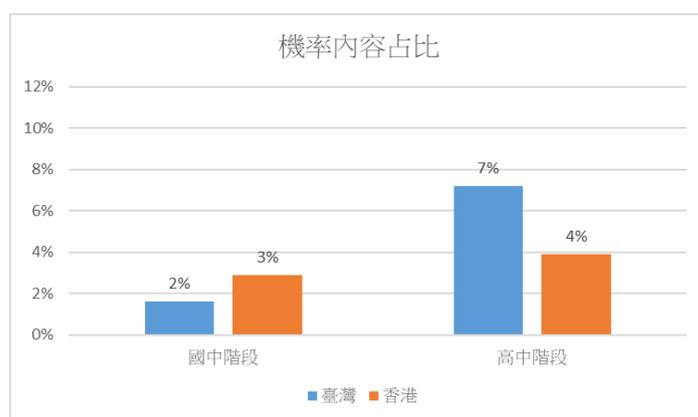


圖 60 臺灣及香港機率內容占比

圖 60 呈現臺灣與香港的統計內容占比結果，臺灣與香港在國中階段的統計課程占比相差不大，但香港 (10%) 在高中階段的統計課程內容就明顯高於臺灣 (5%)，顯示出香港在高中階段對統計課程的重視。

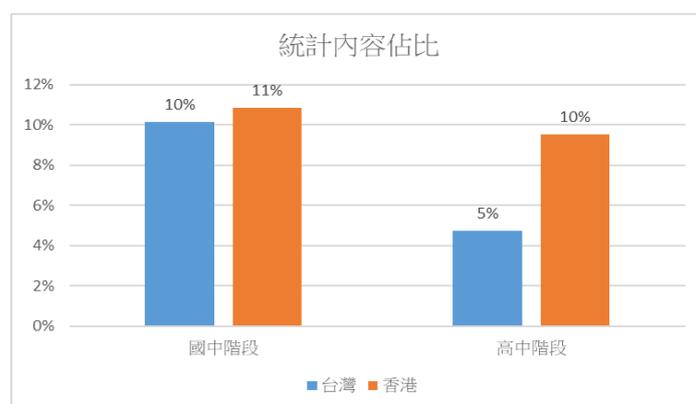


圖 59 臺灣及香港統計內容占比

對比圖 59 與圖 60，我們可以觀察到，不管是國中或是高中階段，統計內容教科書的篇幅比例都比機率內容要高上許多，除了臺灣高中階段，反而是機率內容多於統計內容。

接下來，作者將呈現機率及統計教學例數的分布，以說明機率及統計教學例的分布趨勢。臺灣中學機率課程分布在九年級、十年級與十一年級，其中，臺灣九年級與十年級的機率教學例占比總合約為 44%，幾乎接近香港九年級的機率教學例數的比例 (42%)，而香港的機率課程只安排在九與十一年級，機率教學例占比分別為 42% 及 58%，也顯示兩地區皆將機率課程的部分重心安排在十一年級，如圖 61。

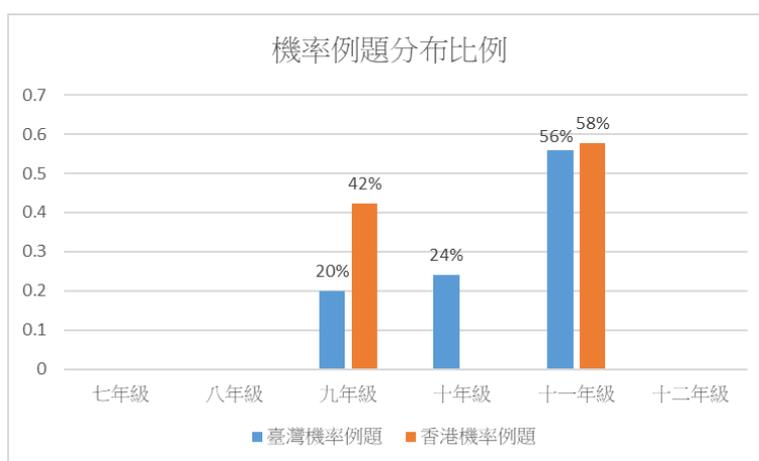


圖 61 香港與臺灣機率教學例分布比例

從圖 62 可以發現臺灣的中學統計課程分布七年級、八年級、九年級與十年級，其中，在七年級占的比例最高 (33%)；香港的統計課程則安排在七年級、八年級、九年級與十一年級，其中，在十一年級的統計教學例占比最高 (40%)。對比之下，高中階段的統計分布具有些許差異，臺灣將高中統計課程安排在十年級，而香港則是安排在十一年級進行。

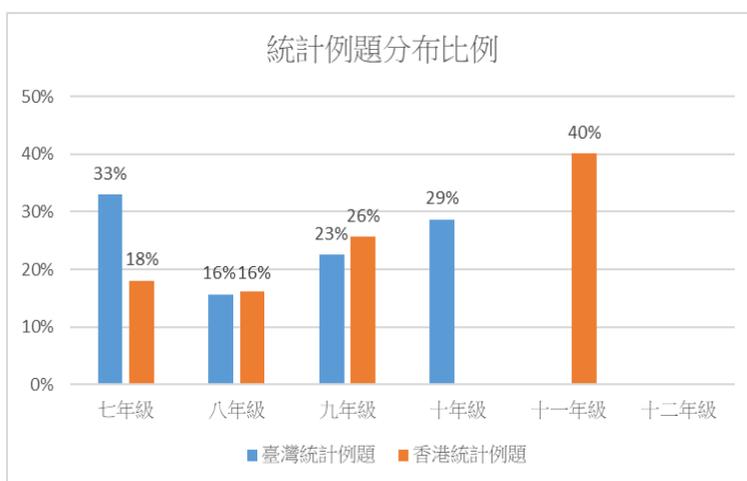


圖 62 香港與臺灣統計教學例分布比例

二、機率教學例在機率概念層次及機率類型的分布比例

接著，本研究將呈現機率量化分析細目表的機率教學例分布情形。以下分別呈現機率雙向細目表兩個向度的結果，其一為「機率類型」，包含主觀機率、古典頻率、客觀機率與期望值；及另一向度「機率概念層次」的結果，包含單一事件、餘事件、互斥和事件、獨立事件、相依事件及條件機率。

如圖 63，臺灣及香港教科書的機率類型都以古典機率為大宗，香港的古典機率比例又高出臺灣一些，且兩者皆遠高於其他機率概念層次，而頻率機率與期望值的教學例分布還算接近。研究者發現，兩地區在主觀機率並沒有花太大的篇幅敘述，臺灣只有在課文中簡單描述主觀機率，並沒有安排教學例讓學生練習，而香港教科書則完全沒有提到主觀機率的相關名詞。其中，香港教科書有 10 題教學例 (5%) 被歸類在「前機率」，因此只有 95% 的機率教學例呈現在圖 63，而臺灣教科書則沒有前機率的相關題型，因此所有教學例皆顯示在圖 63。

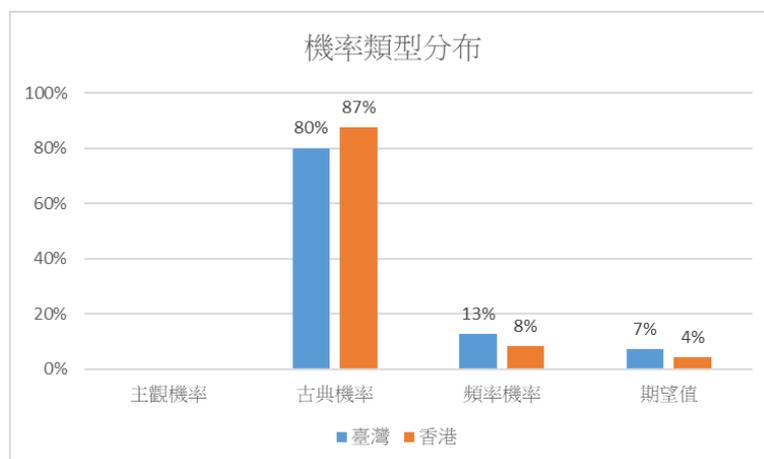


圖 63 機率類型分布

根據圖 64，我們可以發現臺灣與香港機率教科書教學例的機率概念層次都以單一事件為主，且數量皆遠高於其他機率類型，對比之下，香港單一事件的機率概念層次高出臺灣 8%。其中，臺灣在獨立事件的教學例高於香港，而香港在互斥和事件的相關教學例則高於臺灣，兩地區皆較少涉及餘事件的相關教學例。

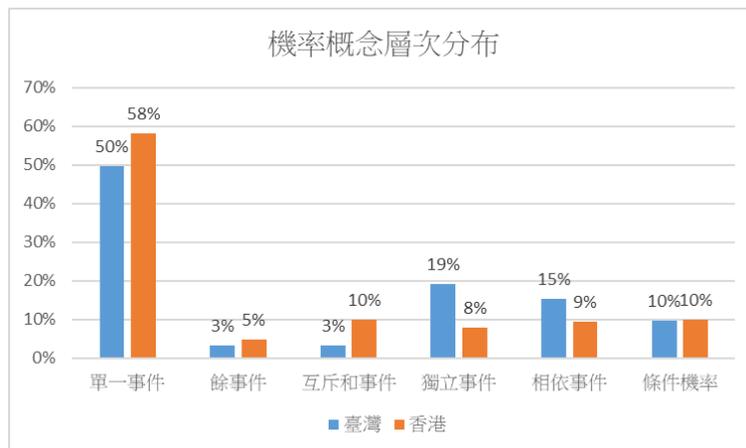


圖 64 機率概念層次分布

三、統計教學例在統計知識、統計推理和統計思考的分布比例

本研究將呈現統計概念理解的教學例分布情形，包含統計知識、統計推理與統計思考等統計概念理解層次的三項類型。圖 65 顯示臺灣與香港的統計概念皆以統計知識為大宗，臺灣與香港的統計知識佔比分別為 98%與 83%，香港在統計推理及統計思考的比例共佔整體的 17%，但臺灣卻只佔了 2%，顯示臺灣的統計概念在統計推理與統計思考層次上有很大的不足，有許多待補充的概念。

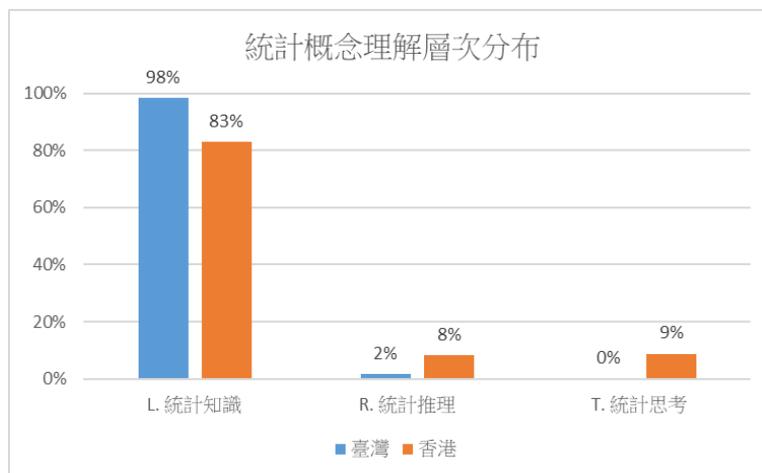


圖 65 統計概念理解層次的分布

香港教科書除了訓練學生基本的統計概念與計算能力外，也著重於學生統計推理與思考的培養。亦要求學生透過已知的統計概念進行教學例的解釋或推論，例如：要求學生選擇適合呈現該題數據的統計圖、利用折線圖的趨勢做出預測或評估、觀察統計圖的集中或分散趨勢並進行推論、自行選擇計算統計數據的方法、以及判斷統計結果並提出合理的解釋等相關題型。

研究者認為，統計素養對於現代社會的重要性逐日提升，基本的統計概念或統計基本的計算能力並不足以因應現實中所需面對的統計問題，更應注重培養學生在統計圖表的判讀、理解統計圖表的誤用，以及對統計結果進行解釋與推論的能力。臺灣若要培養學生具備這些能力，應在教科書統計內容的配重重新進行編排，將統計知識類型平均分配於統計知識、統計推論與統計思考，也就是增加教科書脈絡與教學例在統計推論與思考上的比例，以培養臺灣學生的統計素養。

四、機率與統計主題的必修教材編寫脈絡差異

接下來，本研究將描述臺灣與香港機率與統計主題教科書，在教材脈絡編排上具差異的內容，統整出結論後並提出相關建議。

(一) 機率主題

根據資料分析結果，顯示臺灣與香港在機率主題的編排上，在頻率機率、幾何機率、期望值、條件機率與貝氏定理有教材編排脈絡的差異，以下將簡述差異內容，並提出研究者的看法與建議。

1. 頻率機率

香港國中機率是從認識頻率機率，讓學生實際丟擲銅板，引導機率即為實際發生某事件的次數與實際發生總次數的比值，再引導學生認識純粹以理論方法推得的古典機率，最後再引導出大量增加實驗次數會讓頻率概率接近古典機率的重要概念。而臺灣國中階段僅在古典機率的情

境下進行學習，並未涉及頻率機率的介紹，顯示臺灣學生較晚接觸頻率機率的相關概念，且比香港最初談及頻率機率還晚兩年。

研究者認為較晚接觸頻率機率可能會讓古典機率的觀念深植在臺灣學生的思維中，但在現實中反而更常發生需要使用頻率機率的狀況，在國中階段初淺地描述頻率機率的簡單概念能更貼近現實情境，更符合臺灣數學新課綱素養導向的學習。

2. 幾何機率

香港在國中機率引入幾何機率的相關概念，而臺灣卻刪除了幾何機率的知識內容，此部分在機率主題的編排上具有很大的不同。因為幾何機率就是以面積做為分布的依據，也相當於討論機率分布函數的積分，而香港在簡單機率後增添了這個相對較獨立於前述內容的單元。研究者認為，或許香港在未來機率教科書編撰時，能將幾何機率與機率分布函數的概念一同安排在高三選修數學中進行學習。

3. 期望值

研究結果顯示，兩地區在期望值的教學皆以代數及計算練習為主，僅涉及簡單機率的運算練習。研究者認為兩地區在期望值的教學內容都有擴充的空間，臺灣期望值單元若增加一些應用、貼近現實狀況的相關情境，如博弈、購買保險、股票等處理財務風險的情境，也就是在需要衡量可能的得與失狀況下，多著墨數學期望值的相關概念，能幫助學生思考及判斷出最佳的決策，貼近真實的情境也能讓臺灣學生對期望值的應用更有「感覺」，而避免太多純粹代數的運算練習題。

4. 條件機率定義與應用

研究者發現，香港在涉及條件機率的題型時，並沒有設計大量的計算問題，是以簡單概念引導條件機率，甚至沒有直接引入條件機率的相關公式，而在提及相依事件概念後，簡單帶入條件機率關係式。臺灣則直接進入條件機率公式的應用問題，顯示兩地區條件機率的學習脈絡差異，而香港教科書並沒有涉及貝氏定理的延伸應用，顯示臺灣對於條件機率應用課程的重視明顯高於香港。

(二) 統計主題

香港與臺灣在國中統計課程並無明顯差異，而在高中統計課程，兩地區皆介紹一維數據的分析，學習以簡單指標來代表數據及分析數據的分散程度，接著，臺灣開始討論兩組數據的關聯程度以進行二維數據的分析，而香港則進行統計應用與誤用的案例討論，如圖 66。香港將統計最後單元的重心放在統計實際案例的討論，引入常態分布作為平均數、標準差應用的例子，最後描述統計調查、資料蒐集與判別統計報告是否誤用作為統計課程的結尾。

研究者認為臺灣未來在高中統計主題的修訂，能參考香港「統計的應用及誤用」單元的設計、延伸更多統計應用情境等，以臻於臺灣學生實際收集、闡釋、分析與表達數據的統計素養能力，來彌補臺灣高中必修統計的遺憾。

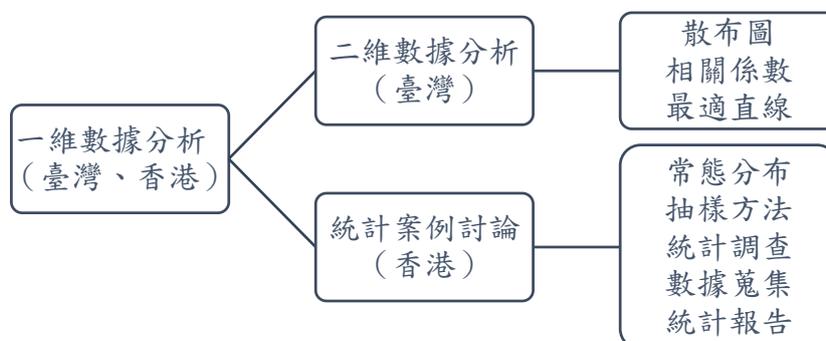


圖 66 高中階段統計主題編寫脈絡圖

五、機率先備課程的教材編寫脈絡差異

接下來，研究者將針對兩地區中學數學機率知識結構先備課程（計數原理、集合與排列組合的教材脈絡）的銜接知能，歸納出以下兩點結論。

- (一) 在取捨原理的編排上，香港將此概念安排在機率內容，而不在講述集合時涉及此概念的學習，顯示香港較晚接觸取捨原理的學習。臺灣雖然提前在集合單元進行取捨原理的學習，但在機率內容時亦會再次使用取捨性質進行機率的計算。雖然臺灣相對於香港教科書來說，安排取捨原理在機率之前講述或許能讓學生更專注於此概念的學習，並為未來機率應用鋪下良好基礎，但研究者認為取捨原理的概念並不算太困難，若將其相關概念直接安排在機率章節再進行描述可能也是個好選擇，顯示臺灣教材在取捨概念的銜接上，有一定的改進空間。
- (二) 臺灣在排列組合的教學中，比香港多涉及了含有相同物的排列、重複排列、二項式定理及巴斯卡三角形性質的題型。就研究者觀察，臺灣在排列組合單元的教學例數、難度與題型的變化性皆較香港複雜許多，可能是影響兩地區接下來學習機率深度的關鍵。雖然香港教材完全沒有涉及二項式定理、巴斯卡三角形的編排，但臺灣在這些概念的引導上，多為枯燥的運算練習。二項式定理及巴斯卡三角形是相對較獨立於其他小節的內容，只是沿用組合符號的運算，或許香港將此部分抽離也有它的道理。

最後，研究者發現，香港教科書相較於臺灣，在開始進入新單元學習新的概念前，會以複習相關數學概念，例如在續統計圖表單元設計「課前重溫」的基礎知識概念複習與實際演練的「熱身練習」，來引導學生連結相關數學先備知識(頻數分布表、棒形圖與圓形圖)的簡單練習，才開始新概念的教學，如圖 67。臺灣則較常在進入正式課程前，在課文敘述中簡單回憶曾經學過的相關知能，較少在進入課文前設計相關的先備複習題目。

熱身練習

1. 下列數據為 24 批雞蛋中壞掉的雞蛋數目：
 23, 13, 15, 25, 27, 18, 30, 31, 28, 23, 20, 27
 16, 19, 21, 22, 31, 32, 24, 28, 21, 19, 23, 26

(a) 完成以下頻數分佈表。

壞掉的雞蛋數目	頻數
10 - 14	
15 - 19	
20 - 24	
25 - 29	
30 - 34	

(b) 繪畫表示該 24 批雞蛋中壞掉的雞蛋數目的棒形圖。

壞掉的雞蛋數目



(c) 繪畫表示該 24 批雞蛋中壞掉的雞蛋數目的圓形圖。

壞掉的雞蛋數目

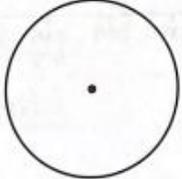


圖 67 課前熱身練習 (《數學新思維》2A 冊 p. 7.4)

在進入正式課程時，香港教科書習慣把範例、情境引導安排在介紹概念定義之前，透過範例、情境、活動歸納出相關的定義引導學生的學習。臺灣則習慣把相關範例安排在定義之後，用大量範例來加深學生對定義的吸收。

在主觀機率的編排脈絡中，研究結果顯示臺灣與香港皆未出現主觀機率類型的教學例，但是臺灣在課文內容中有提及主觀機率的概念定義，如下圖 68。對比香港的課文內容，則沒有任何關於主觀機率的名詞或定義出現。

1 主觀機率

小芬說：“我最近運氣很旺，擲出聖筊的機率必有 80 %。”這就是主觀機率的例子。主觀機率是根據個人經驗，對事件可能發生的程度所作的機率猜測，因此因人而異，並且包含了高度的個人偏見。沒有佐證與計算之下的“我覺得……”都是主觀機率。例如：“我覺得我期末考有五成會及格”、“這個題型學測必考”、“出門看到雲層比較厚，我想今天應該 70 %會下雨”等等。像這種依賴諸如軼事、個人經驗、直覺、預感之類的都稱為主觀機率。

圖 68 主觀機率的名詞定義（翰林版數學 4A 冊 p. 119）

在高中選修數學方面，香港與臺灣的選修課文總篇幅分別為 561 頁與 402 頁，我們可以發現兩地區選修數學總篇幅並沒有像必修數學總篇幅那麼大，但機率統計主題的佔選修總篇幅的比例卻有明顯差異，香港與臺灣分別佔 49% 與 16%，顯示香港高中選修數學對機率統計主題的重視明顯高於臺灣許多。

第二節 建議

由於統計知識對現代社會的重要性漸漸提升，研究者認為應更注重培養學生對統計結果進行解釋和推論的能力，可以參考香港提升統計教學例在統計推論與統計思考的比例，來培養學生的統計知能。研究者認為香港與臺灣的期望值教學也有擴充的空間，若能增加應用、貼近現實的相關情境，能幫助學生思考與判斷出最佳的決策，避免太多純粹代數的計算練習題。

根據研究結論，我們可以發現香港與臺灣的教科書機率統計主題都有值得互相參考與改進的空間，以上為研究者針對兩地區機率統計教科書的分析、統整、個人看法和建議，希望能為中學階段編寫機率統計主題的教科書作者提供提供一些值得參考的資訊。

作者期望未來能有更多研究者能對香港中學數學教科書進行其他面向的量化分析和質性研究，並能延伸比較香港與其他地區的中學階段機率統計教科書，以利歸納機率統計的教學脈絡，進而提供將來臺灣修訂課綱及教材編排方式更多的佐證參考，讓臺灣機率統計的學習更能幫助學生適應現今社會所須面對的挑戰。

參考文獻

- 中國人民共和國教育部 (2011)。中國數學課程標準 (2011)。北京：北京師範大學出版社。
- 中國人民共和國教育部 (2017)。普通高中數學課程標準 (2017)。北京：北京師範大學出版社。
- 尤欣涵、楊德清 (2010)。臺灣教研院教材與美國 MiC 教材於機率課程設計上之差異性比較。臺灣數學教師電子期刊，22，34-57。取自 <https://www.airitilibrary.com/Publication/alDetailedMesh?DocID=18156355-201006-201311010012-201311010012-34-57>
- 李健恆、楊凱琳 (2012)。從統計認知面向與圖表理解角度分析國中數學教科書的統計內容。教科書研究，5(2)，31-72。
- 吳永冬 (2017)。臺灣與大陸中、小學統計與機率教科書內容之比較。國立嘉義大學師範學院數理教育研究所碩士論文。取自 <https://hdl.handle.net/11296/uqt746>
- 香港特別行政區政府教育局 (2017)。數學教育學習領域課程指引(小一至中六)。香港：課程發展議會。
- 許哲毓 (2019)。國中機率課程：設計與實驗。國立中央大學學習與教學研究所博士論文。取自 <https://hdl.handle.net/11296/95t4cu>
- 教育部 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。台北市：教育部。
- 教育部 (2018)。十二年國民基本教育課程綱要-數學領域。台北市：教育部。
- 單維彰 (主編)，謝豐瑞，鄭章華，吳汀菱，曾明德 (2020)。素養導向系列叢書：中學數學教材教法。臺北市：教育部。
- 單維彰、許哲毓與陳斐卿 (2018)。以學前診測與自由擬題探討九年級學生的自發性機率概念。臺灣數學教育期刊，5(2)，39-64。取自 <https://www.airitilibrary.com/Publication/alDetailedMesh?docid=P20140415004-201810-201810260001-201810260001-39-64>
- 楊德清、鄭婷芸 (2015)。臺灣、美國與新加坡國中階段幾何教材內容之分析比較。教育科學研究期刊，60 (1)，33-72。
- 楊孝滌 (1989)。內容分析法。臺北市：東華書局，809-831。

歐用生 (1993)。內容分析法。載於黃光雄、簡茂發主編，教育研究法（229-254 頁）。臺北市：師大書苑。

劉峻丞 (2013)。臺灣與新加坡國中階段教科書統計與機率題目之分析比較。國立嘉義大學師範學院數理教育研究所碩士論文。取自
<https://hdl.handle.net/11296/mdyx2u>

Casey, Andrew. (2021). *Developing Equity Literacy and Critical Statistical Literacy in Secondary Mathematics Preservice Teachers*.

Chance, B.L., & Rossman, A.J. (2005). *Preface*. Investigating Statistical Concepts, Application, and Methods. Duxbury Press.

Garfield, delMas, Chance. (2003). *The web-based ARTIST: Assessment resource tools for improving statistical thinking project, Paper presented at AERA annual meeting*. Retrieved from https://app.gen.umn.edu/artist/articles/AREA_2003.pdf

Litke, Hill. (2020). *The Teaching of Data and Statistics in Elementary Mathematics Classrooms*.

Weiland. (2017). *Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies*.

參考教材

- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2018)。數學新思維 1A。香港：教育出版社。
- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2018)。數學新思維 1B。香港：教育出版社。
- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2019)。數學新思維 2A。香港：教育出版社。
- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2016)。數學新思維 2B。香港：教育出版社。
- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2018)。數學新思維 3A。香港：教育出版社。
- 何美芬、洪進華、廖詠琪 (2016)。數學新思維 3B。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2018)。數學新思維 A 冊必修部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2018)。數學新思維 B 冊必修部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2018)。數學新思維 C 冊必修部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2015)。數學新思維 D 冊必修部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2017)。數學新思維 E 冊必修部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2017)。數學新思維 M1A 冊延伸部分。香港：教育出版社。
- 洪進華、陳國君、朱永倡、麥國彰 (2010)。數學新思維 M1B 冊延伸部分。香港：教育出版社。
- 游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 1(國民中學)。臺南市：翰林出版社。
- 游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 2(國民中學)。臺南市：翰林出版社。
- 游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2020)。數學 3(國民中學)。臺南市：翰林出版社。
- 游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2020)。數學 4(國民中學)。

臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2021)。數學 5 (國民中學)。

臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2021)。數學 6 (國民中學)。

臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 1 (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 2 (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 3A (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。數學 4A (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。選修數學甲上 (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。

游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明 (2019)。選修數學甲下 (普通型高級中等學校)。臺南市：翰林出版社。