

教育部普通高級中學通高中數學學科中心

「高中數學108新課綱素養教學與高一第二學期  
數學科定期考計算機評量實作暨國教院  
台達電磨課師數位學習課程推廣研習」

**專業匯聚 承先啟後**  
國立中央大學 單維彰教授

109年2月26日



## 一脈相承

素養導向的數學評量，與向來認為  
「理想的」數學評量，並無太大差異。

- ◆ 「未來所需」的實用主義原則
- ◆ 從「解題」到「解決問題」
- ◆ 避免「人工難題」

2

## 教什麼就考什麼

評量是課程中不可分割的要素

- ◆ 課程綱要 OR 課程規劃
- ◆ 教材
- ◆ 教法
- ◆ 評量：前三項之實施成效的測量

3

## 評量的教育功能（複習）

評量在課程中...

- ◆ 作為改進學生學習的參考
- ◆ 作為修改課程之建議的憑據
- ◆ 作為補救教學的依據

單維彰 · 素養導向的評量  
2020/01/15

4

## 數學作為鍛鍊心智的工具

十九世紀的概念，卻陰魂不散...

◆ 「人工難題」的存在價值

◆ 誤以為等於智慧

水心(1966)小學算術教學的新趨勢。教育與文化 344。

◆ 過當的篩選工具

□ 醫學系

張鎮華：「那是他們的權利，但大家要

跳脫他們造成的困擾。」[2018-03-03]

[ 5 ]

## 評量不僅...還有...

◆ 不僅是常模參照，還有效標參照

◆ 不僅是總結性的，還有形成性的

◆ 不僅是紙筆測驗，還有態度的觀察

◆ 不僅要解非典難題，還要會做典型應用

[ 6 ]

## 評鑑試題的基本工具

◆ 邏輯效度：是否對準教學目標？

[共備、互審]

◆ 難度：效標 OR 常模

◆ 鑑別度：常模

✓ 檢討試題或檢討教學

✓ 題庫

陳梅生：「文章不能互相修改的，不能作朋友。」(1950末)

[ 7 ]

## 素養評量的內容

◆ 不強制包含學科責任的評量

◆ 本著「未來所需」的實用主義原則

◆ 不等於「情境題」

◆ 情境切重常識，避免負面的潛在效果

◆ 留心避免：情境負荷

[ 8 ]

## 情境負荷之例

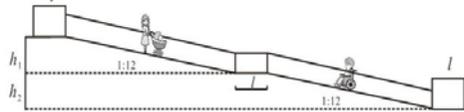
題目引用真實文件，涉及專業語境。

- 坡道的中間應設置適當數量的平台，使得每段坡道的高差不超過 75 公分，且平台的水平長度至少 150 公分。

- 各平台之坡度不得大於  $\frac{1}{50}$ 。

圖一與圖二為側面示意圖，圖一摘自此規範書，圖二為圖一的簡明版，其中  $l \geq 150$ ， $h_1, h_2 \leq 75$ ；坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。

依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，其最小可能的水平長度（含平台）為多少公尺？【104 指考乙】



(9)

## 專業語境之例

今有 21 人搭乘 3 艘船，每艘可載 7 人，若全部上船，共有幾種方法？

(10)

## 素養評量的形式

- ◆ 素養評量不是一種題型
- ◆ 測量素養導向之教學成效的工具
- ◆ 各「級」評量有自己的任務和目標，目的比形式重要
- ◆ PISA 可借鑑，但留意...

- ✗ 15 歲（共同教育完成時）
- ✗ 職能觀點的總結性能力評量

(11)

## PISA 之借鑑二：情境

情境是出於實用的需要，不要「硬拗」

PISA 的五種情境，值得參考：

1. 個人的
2. 公眾的
3. 教育的
4. 職業的
5. 科學的

老師教戰：題目裡第一個句點之前的字，全都跳過不要看。

（如果以上皆非，就可能是「硬拗的」）

(12)

## 「五類皆非」情境之例

某個手機程式，每次點擊螢幕上的數  $a$  後，螢幕上的數會變成  $a^2$ 。當一開始時螢幕上的數  $b$  為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近  $81^3$ 。試問實數  $b$  最接近下列哪一個選項？

[106 學測單選第 2 題]

13

## 數學的思維方式

◆ 建立數學模型

◆ 發展「公式」

◆ 善用符號系統（天堂 vs 套房）

小明想要安排從星期一到星期五共五天的午餐計畫。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、大滷麵、咖哩飯及排骨飯。小明想要依據下列兩原則來安排他的午餐：

（甲）每天只選一種餐點但這五天中每一種餐點至少各點一次

（乙）連續兩天的餐點不能重複且不連續兩天吃麵食

根據上述原則，小明這五天共有幾種不同的午餐計畫？

[106 年學測第 7 題]

14

## 重點摘要

### 1. 評量的教育意涵

- ✓ 莫忘「教育評量」的本意
- ✓ 回顧可能被忽視的評量類型
- ✓ 契合教學目標：命題效度、雙向細目表

### 2. 素養評量的形式與內容

- ✓ 內容：為終身學習的國民而準備
- ✓ 形式：向 PISA 借鑑——題組與情境
- ✓ PISA 的五類型情境參考，避免情境負荷
- ✓ 題組的認知層次功能，簡答

## 數學素養之行為表現的關鍵詞

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能**辨識**問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當**工具與資訊**，去**描述、模擬、解釋與預測**各種現象，發揮**數學思維方式**的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效與他人**溝通**觀點。

16

## 108學年度高一第一學期定期考 數學優良試題推介

**教育部高中數學學科中心定期考  
優良試題資源研發小組**

參考資料來源：

(1) 109年數學學科中心種子教師培訓營(2020.1.14~15)  
臺灣大學數學系張鎮華教授 面對計算機教學專題分享  
國立中央大學 單維彰教授 素養導向評量專題分享

(2) 108學年度普通高中數學學科中心新課綱定期考優良  
試題研發成果(未來會陸續刊登在本中心電子報)

## 桃園市立大園國際高中

20171211  
大園國際高中制勝日

18

4. 所謂「**1.01的勤勉法則**」是指只要你的能力每天都比前一天進步0.01，一年以後你的能力將會是現在的37.8倍，這是由 $1.01^{365}$ 約等於37.8而得出的。如果情況相反，你採取的是怠惰策略，假設每一天都只是比前一天退步0.01，請計算出在365天後，大約還有現在多少倍能力？

(1)0.3 (2)0.1 (3)0.0255 (4)0.001 (5)0.0025

## 高雄市立左營高中

18、位元組 (Byte)，通常用作電腦資訊計量單位，不分資料型態。以下是維基百科的對照表：

| 位元組的次方單位   |              |                     |              |
|------------|--------------|---------------------|--------------|
| 十進位前綴 (SI) |              | 二進位前綴 (IEC 60027-2) |              |
| 名字         | 縮寫 次方        | 名字                  | 縮寫 次方        |
| kilobyte   | KB $10^3$    | kibibyte            | KiB $2^{10}$ |
| megabyte   | MB $10^6$    | mebibyte            | MiB $2^{20}$ |
| gigabyte   | GB $10^9$    | gibibyte            | GiB $2^{30}$ |
| terabyte   | TB $10^{12}$ | tebibyte            | TiB $2^{40}$ |
| petabyte   | PB $10^{15}$ | pebibyte            | PiB $2^{50}$ |
| exabyte    | EB $10^{18}$ | exbibyte            | EiB $2^{60}$ |
| zettabyte  | ZB $10^{21}$ | zebibyte            | ZiB $2^{70}$ |
| yottabyte  | YB $10^{24}$ | yobibyte            | YiB $2^{80}$ |

(1) 請問10TB的硬碟，可儲存每張約5MB大小的高畫質照片數量約 (A) 2億 (B) 2千萬 (C) 2百萬 (D) 20萬 張。

(2) 承(1)，若將2表示為 $10^a$ ，則a的值最接近下列何者？  
(A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.4 (D) 0.5

## 高雄師範大學附屬高級中學

高師大附中

1. (1) 已知溶液中的氫離子濃度為 $a \text{ mol/L}$ ，規定它的pH值是 $-\log a$ 。若溶液A的pH值是2.5，溶液B的pH值是4.5，則溶液A的氫離子濃度為溶液B的氫離子濃度的\_\_\_\_倍。

(2) 已知溶液中的氫離子濃度為 $a \text{ mol/L}$ ，規定它的pH值是 $-\log a$ 。若溶液A的pH值是2.5，溶液B的pH值是4.5，則取溶液A 2L，溶液B 3L混合，則混合後的pH值為\_\_\_\_。(取2位有效數字)

### 例 4/6：基礎重要

利用計算機可以找出四位小數  $L$ ，使其滿足  $10^L$  與 2 的誤差小於 0.001。試問滿足以上條件的  $L$  有幾個？

- (1) 1    (2) 2    (3) 3    (4) 4    (5) 5

【大園國際高中】

有「形成性評量」的氛圍。  
「誤差」內含絕對值概念。

### 例 5/6：新穎創意

坐標平面上有二圓  $C_1 : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ ， $C_2 : (x-7)^2 + (y+2)^2 = 2$ ，若直線  $L$  將這二圓  $C_1$ 、 $C_2$  的面積同時平分，則直線  $L$  的斜率為下列哪一選項中的數值？

- (1)  $\frac{2}{3}$     (2)  $-\frac{2}{3}$     (3) 0    (4)  $\frac{1}{2}$     (5)  $-\frac{1}{2}$

出處：臺中一中。

未刻意增加評量目標以外的  
複雜度：給標準式，毋須配方。

### 例 6/6：新穎創意

已知一個人的體重與所在星球的重力加速度成正比，且地球的重力加速度為  $9.8 \frac{m}{sec^2}$ 。天文館有一個體重計，站在上面即可顯示在地球和在木星上的體重數值。若此體重計顯示在木星的體重約為在地球的  $x$  倍，且與理論值的誤差不超過  $k$ 。若  $x$  滿足  $|x-2.53| \leq k$ ，試回答以下問題。

- (1) 木星的重力加速度理論值約為 \_\_\_\_\_  $\frac{m}{sec^2}$ 。（取三位有效數字）。  
(2) 今有一對姊弟和父母去量體重，呈現出的體重數值如下表。

|         | 弟  | 姊   | 母   | 父   |
|---------|----|-----|-----|-----|
| 地球（公斤重） | 20 | 40  | 50  | 80  |
| 木星（公斤重） | 50 | 102 | 127 | 202 |

依照父母姊弟量測的體重數值判斷， $k$  的值至少為下列哪一個選項？  
(A) 0.0003    (B) 0.003    (C) 0.03    (D) 0.3    (E) 3    【北一女中】

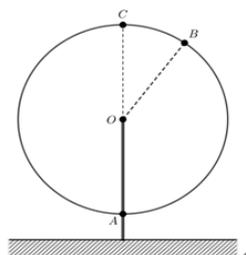
誤差的意涵、有效位數。

## 108學年度高一新課程的 素養教學與命題 以三角比為例



### 教育部高中數學學科中心優良試題命題單(一)

已知某遊樂園的巨型摩天輪直徑為 110 公尺，最高處  $C$  離地面 125 公尺，且等速旋轉一周所需之時間為 30 分鐘。下圖(一)為摩天輪的示意圖，假設摩天輪為圓  $O$ 。



圖(一)

1. 單選題：

某一車廂從圓  $O$  的最低點  $A$  出發後開始計時，經過 12 分鐘到達  $B$  點，試問  $\angle AOB$  為幾度？

(A)  $120^\circ$  (B)  $128^\circ$  (C)  $136^\circ$  (D)  $144^\circ$

2. 填充題：

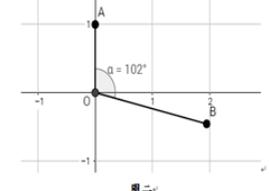
承第 1 題，試求此時(即 12 分鐘時)該車廂距離地面 \_\_\_\_\_ 公尺。(四捨五入到小數點後第一位)

### 教育部高中數學學科中心優良試題計畫命題單(二)

在直角坐標中，設定  $\vec{OA} = 1 \cdot A(0,1)$ ，經測量得  $OB = 2$  且  $\angle AOB = 102^\circ$ ，如圖二。

以高雄捷運美麗島站為  $O$ ，

設定高雄車站為  $A$ 、國立高雄師範大學為  $B$ ，如圖一。

圖一

圖二

若請寫出  $B$  在不同坐標系統的坐標：

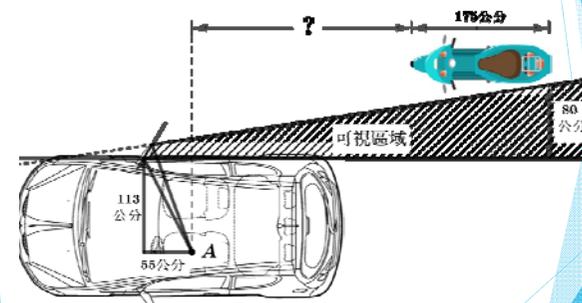
(1) 極坐標系統：\_\_\_\_\_

(2) 直角坐標系統：\_\_\_\_\_ (以四捨五入取 4 位有效數字)

|   |   |
|---|---|
| <p><b>學科內容(課綱條目)：</b></p> <p>C-10-5 廣義角和極坐標：廣義角終邊、極坐標的定義、透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。</p> <p><b>詳解</b></p> <p>(1) 極角為由 <math>\vec{OA}</math> 逆時針方向旋轉計算，即 <math>(90^\circ - 102^\circ) + 360^\circ = 348^\circ = B[2, 348^\circ]</math></p> <p>(2) <math>B(2 \cos 348^\circ, 2 \sin 348^\circ) = B(1.956, -0.4158)</math></p> <p><b>補充說明(擬題思維簡述)</b></p> <p>想透過生活中的實際例子，體驗坐標化的歷程，並操作兩不同坐標系統的相互轉換。</p> | <p><b>答案：</b></p> <p>(1) <math>B[2, 348^\circ]</math></p> <p>(2) <math>B(1.956, -0.4158)</math></p> |
|---|---|

### 優良試題計畫命題單 (三)

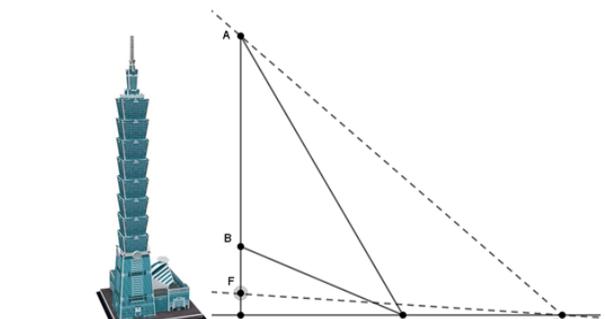
廖培凱老師設計的題組 (四小題，單選與填充，兩種難度，四種測驗目標)



### 教育部高中數學學科中心優良試題命題單(四)

台北 101 樓高約 509 公尺，現為全球摩天大樓排名第 11 名，如下圖所示。現用單眼照相機拍攝台北 101，以右側簡圖輔助。  $\overline{AO} = 509$ ，拍攝地點為  $C$ ，且  $\overline{OC} = 300$ ，此時塔頂  $(A)$  至鋼索中心  $(B)$  皆能入鏡，  $\overline{OB} = 125$ 。在保持相同的相機視角與焦距的條件下，若要讓塔頂  $(A)$  至基座頂端  $(F)$  都能入鏡，  $\overline{OF} = 40$ ，需由  $C$  往後移至  $D$  處，則移動的距離  $\overline{CD}$  最接近下列何者？

(1) 200 (2) 250 (3) 300 (4) 350 (5) 400 公尺



有疑題型之議——高中一年級第二學期定期考範圍 三角比  
 國教署高中數學學科中心  
 民國 109 年 2 月

108 課綱的實施，不論在教學內容與學習表現上都與舊課綱（99 課綱或更早期的版本）有著顯著的差異，教學上改變了，對應到的評量試題自然也有所不同。本文針對大多數高中一年級第二學期的第一次期中考範圍：「三角比」，以 108 課綱的觀點檢視舊課綱的教科書、習作、學測與指考相關試題，指出超出新課綱的題型，就教於數學教師夥伴們，請斟酌貴校學生的學習狀況，避免在校內高一定期考（期中考、月考、段考）選用本文提出的題型。

一、有超綱之嫌的題型

- 求  $1152^\circ$  的最大負同界角與最小正同界角。  
 【說明】  
 依據課程手冊 G-10-5 廣義角與極坐標之教學科的說明，唯有在合理的情境下，才討論超出  $\pm 360^\circ$  範圍的角，不宜在無情境的環境中過度練習同界角。
- 已知  $\sin 47^\circ 20' = 0.7353, \sin 47^\circ 30' = 0.7373$ ，以內插法求  $\sin 47^\circ 23'$ 。  
 【說明】  
 108 課綱中搭配使用計算器，已刪除內插法，故無評量的意義。

| 編碼     | 學習內容條目及說明   | 備註   | 參考教具        | 對應學習表現                  |
|--------|---|--|-------------|-------------------------|
| G-10-5 | 廣義角和極坐標：廣義角的終邊，極坐標的定義，透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。                       | 須讓學生有操作經驗。廣義角之範圍，初以 $-180^\circ$ 至 $360^\circ$ 為限，將來在脈絡中推廣之。理解斜角方向性的理由。應帶領學生認識，在平面上，斜率和斜角觀念彼此等價。 | 方格紙、量角器、尺、規 | g-V-3                   |
| G-10-6 | 三角比：定義銳角的正弦、餘弦、正切，推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切，特殊角的值，使用計算機的 sin, cos, tan 鍵。 | 須讓學生有自行根據圖形之測量而估算三角比的實際操作經驗。   | 方格紙、量角器、計算機 | n-V-2<br>s-V-1<br>g-V-2 |

## 面對「計算機融入教學」

國民素養之數學素養

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效與他人溝通觀點。

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)

### 培養學生正確使用工具的素養

## 從對數表與三角函數值表到計算機教學

E. 數學學科中心電子報 108 新課綱啟航 8 月專刊  
 從對數表與三角函數值表到計算機教學




33

## 計算機融入教學

10年級包括指數、常用對數、三角比，教科書再沒有對數表、三角函數值表，要用計算機求這些值。

使用計算機的態度：計算機表達的數值都有一定的誤差，運算容易累積誤差；有了計算機的工具，教學目標宜相對調整。

## 教什麼就考什麼

- ◆ 計算機是將數學教育導向素養的最關鍵措施
- ◆ 數學在數位科技時代的新價值
- ◆ 校內考試准許學生自由使用計算機
- ◆ 選題與組卷的調整與些許改變
- ◆ 學科中心：行政措施的建議

| 計算機融入高中數學評量試務作業流程   |   |
|---------------------|---|
| 試場上計算機的來源           | 由學生自備   |
| 考試前的宣導與準備 (包括家長及學生) | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 公告計算機融入高中數學的計算機購置方式、教學理念、考試相關規定。</li> <li>2. 公告本校考試指定允許在試場上使用的計算機品牌與型號。</li> <li>3. 考生可攜帶多台經指定允許使用的計算機應試。</li> <li>4. 考生可攜帶備用的計算機電池 (若計算機有支援)。</li> <li>5. 考生不得攜帶未經指定使用的電子計算器材。</li> <li>6. 學校得購置計算機供經濟困難家庭的學生借用 (各校自訂借用辦法)。</li> </ol> |
| 考試前的準備              | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 於期初教學研究會由試務組告知老師監試注意事項，請監試老師配合。</li> <li>2. 學校得於考試前提供計算機供學生借用。</li> </ol>   |
| 考試中                 | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 正式考試前5-10分鐘監試委員應進行計算機型號核對 (建議將指定的計算機型號與對應的實體照片製作名冊，以提供監試委員比對考生的機器)。</li> <li>2. 考試期間監試委員亦將不定期查驗考生的計算機。</li> </ol>   |
| 考試後                 | 繳回答案卷 (卡) 與試場紀錄表  |

G. 數學學科中心電子報 108 新課綱 6 月專刊 108 課綱高中數學高一  
數學第一次段考 使用計算機之邀請



## 好的教育就是養成習慣

- ◆ 隨時拿出來用
- ◆ 一開始 (考試) 用不著也沒關係
- ◆ 監考老師習慣於檢查與因應
- ◆ 移除明顯不值得評量的題目
- ◆ 約定一套關於數值精度的溝通語言  
使得學生能夠寫出比較一致的答案

## 命題與組卷的五個層次

- ◆ 學科中心開發的參考試題
- ◆ 指定單位與精確度，作答的最後一步
- ◆ 採用符合情境的真實數據
- ◆ 改題：取消精心設計的數據
- ◆ 108 課綱的新課題  
(反三角、極坐標、度分秒...)

## 改題的來源

- ◆ 學測、指考試題
- ◆ 學科中心參考試題
- ◆ 校內優良考古題
- ◆ 友校優良試題

39

## 評量：沒有所謂的計算機考題

需不需要使用計算機是學生的選擇，



試題應配合教學理念，

出自然的數據，

不需要強行設計「計算機考題」。

40

