

# 臺北市高中數學研習

## 素養評量與實作

10年級第二學期

單維彰  
國立中央大學師資培育中心與數學系  
108 數學課綱高中組  
民國109年3月11日

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

1

### 一脈相承

素養導向的數學評量，與向來認為  
「理想的」數學評量，並無太大差異。

- ◆ 「未來所需」的實用主義原則
- ◆ 從「解題」到「解決問題」
- ◆ 避免「人工難題」

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

2

### 評量的教育功能（複習）

評量在課程中...

- ◆ 作為改進學生學習的參考
- ◆ 作為修改課程之建議的憑據
- ◆ 作為補救教學的依據

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

3

### 數學不必作為鍛鍊心智的工具

十九世紀的概念，卻陰魂不散...

- ◆ 「人工難題」的存在價值
- ◆ 誤以為等於智慧
- ◆ 過當的篩選工具

水心 (1966) 小學算術教學的新趨勢。教育與文化 344。

□ 醫學系

張鎮華：「那是他們的權利，但大家要

跳脫他們造成的困擾。」 [2018-03-03]

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

4

## 素養評量的內容

- ◆ 不強制包含學科責任的評量
- ◆ 本著「未來所需」的實用主義原則
- ◆ 不等於「情境題」
- ◆ 情境切重常識，避免負面的潛在效果
- ◆ 留心避免：情境負荷

5

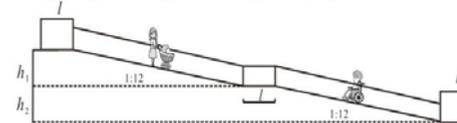
單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 評估合理的情境負荷

題目引用真實文件，涉及專業語境。

- 坡道的中間應設置適當數量的平台，使得每段坡道的高差不超過 75 公分，且平台的水平長度至少 150 公分。
- 各平台之坡度不得大於  $\frac{1}{50}$ 。

圖一與圖二為側面示意圖，圖一摘自此規範書，圖二為圖一的簡明版，其中  $l \geq 150$ ， $h_1, h_2 \leq 75$ ；坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。  
依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，其最小可能的水平長度（含平台）為多少公尺？【104 指考乙】



6

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 避免過度倚賴專業語境

今有 21 人搭乘 3 艘船，每艘可載 7 人，  
若全部上船，共有幾種方法？

7

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 素養評量的形式

- ◆ 素養評量不是一種題型
- ◆ 測量素養導向之教學成效的工具
- ◆ 各「級」評量有自己的任務和目標，  
目的比形式重要
- ◆ PISA 可借鑑，但留意...
  - ✗ 15 歲（共同教育完成時）
  - ✗ 職能觀點的總結性能力評量

8

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## PISA 之借鑑：情境

情境是出於實用的需要，不要「硬拗」

PISA 的五種情境，值得參考：

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 個人的</li> <li>2. 公眾的</li> <li>3. 教育的</li> <li>4. 職業的</li> <li>5. 科學的</li> </ol>	<p>老師教戰：題目裡第一個句點之前的字，全都跳過不要看。</p>
--	-----------------------------------

(如果以上皆非，就可能是「硬拗的」)

單維彰 - 素養評量實作 2020/03/11

9

## 「五類皆非」情境之例

某個手機程式，每次點擊螢幕上的數  $a$  後，螢幕上的數會變成  $a^2$ 。當一開始時螢幕上的數  $b$  為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近  $81^b$ 。試問實數  $b$  最接近下列哪一個選項？

[106 學測單選第 2 題]

單維彰 - 素養評量實作 2020/03/11

10

## 108學年度高一數學定期考 優良試題推介、有疑試題商榷

教育部高中數學學科中心  
優良試題資源研發小組

參考資料來源：

(1)109年數學學科中心種子教師培訓營(2020.1.14~15)  
臺灣大學數學系張鎮華教授 面對計算機教學專題分享  
國立中央大學 單維彰教授 素養導向評量專題分享

(2) 108學年度普通高中數學學科中心新課綱定期考優良試題研發成果(未來會陸續刊登在本中心電子報)

## 桃園市立大園國際高中



20171211  
大園國際高中創校日

12

4. 所謂「**1.01的勤勉法則**」是指只要你的能力每天都比前一天進步**0.01**，一年以後你的能力將會是現在的**37.8**倍，這是由 **$1.01^{365}$** 約等於**37.8**而得出的。如果情況相反，你採取的是怠惰策略，假設每一天都只是比前一天退步**0.01**，請計算出在**365**天後，大約還有現在多少倍能力？

(1)0.3 (2)0.1 (3)0.0255 (4)0.001 (5)0.0025

單維彰 - 素養評量實作 2020/03/11

### 高雄市立左營高中



**18、位元組 (Byte) · 通常用作電腦資訊計量單位，不分資料型態。以下是維基百科的對照表：**

十進位前綴 (SI)				二進位前綴 (IEC 60027-2)			
名字	縮寫	次方	名字	縮寫	次方	名字	縮寫
kilobyte	KB	$10^3$	kibibyte	KiB	$2^{10}$		
megabyte	MB	$10^6$	mebibyte	MiB	$2^{20}$		
gigabyte	GB	$10^9$	gibibyte	GiB	$2^{30}$		
terabyte	TB	$10^{12}$	tebibyte	TiB	$2^{40}$		
petabyte	PB	$10^{15}$	pebibyte	PiB	$2^{50}$		
exabyte	EB	$10^{18}$	exbibyte	EiB	$2^{60}$		
zettabyte	ZB	$10^{21}$	zebibyte	ZiB	$2^{70}$		
yottabyte	YB	$10^{24}$	yobibyte	YiB	$2^{80}$		

**(1) 請問10TB的硬碟，可儲存每張約5MB 大小的高畫質照片數量約 (A) 2億 (B) 2千萬 (C) 2百萬 (D) 20萬 張。**

**(2) 承(1)，若將 2 表示為  $10^a$ ，則  $a$  的值最接近下列何者？**

**(A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.4 (D) 0.5**

單維彰·素養評量與實作 13

### 例 4/6：基礎重要

利用計算機可以找出四位小數  $L$ ，使其滿足  $10^L$  與 2 的誤差小於 0.001。試問滿足以上條件的  $L$  有幾個？

(1) 1    (2) 2    (3) 3    (4) 4    (5) 5

**【大園國際高中】**

有「形成性評量」的氛圍。

「誤差」內含絕對值概念。

單維彰·素養評量與實作 15

### 高雄師範大學附屬高級中學



**(1) 已知溶液中的氫離子濃度為  $a \text{ mol/L}$ ，規定它的  $pH$  值是  $-\log a$ 。**

若溶液  $A$  的  $pH$  值是 2.5，溶液  $B$  的  $pH$  值是 4.5，則溶液  $A$  的氫離子濃度為溶液  $B$  的氫離子濃度的\_\_\_\_\_倍。

**(2) 已知溶液中的氫離子濃度為  $a \text{ mol/L}$ ，規定它的  $pH$  值是  $-\log a$ 。**

若溶液  $A$  的  $pH$  值是 2.5，溶液  $B$  的  $pH$  值是 4.5，則取溶液  $A$  2L，溶液  $B$  3L 混合，則混合後的  $pH$  值為\_\_\_\_\_。(取 2 位有效數字)

單維彰·素養評量與實作 14

### 例 5/6：新穎創意

坐標平面上有二圓  $C_1: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ ， $C_2: (x-7)^2 + (y+2)^2 = 2$ ，若直線  $L$  將這二圓  $C_1$ 、 $C_2$  的面積同時平分，則直線  $L$  的斜率為下列哪一選項中的數值？

(1)  $\frac{2}{3}$     (2)  $-\frac{2}{3}$     (3) 0    (4)  $\frac{1}{2}$     (5)  $-\frac{1}{2}$

出處：臺中一中。

未刻意增加評量目標以外的

複雜度，給標準式，毋須配方

單維彰·素養評量與實作 16

### 例 6/6：新穎創意

已知一個人的體重與所在星球的重力加速度成正比，且地球的重力加速度為  $9.8 \text{ m/sec}^2$ 。天文館有一個體重計，站在上面即可顯示在地球和在木星上的體重數值。若此體重計顯示在木星的體重約為在地球的  $x$  倍，且與理論值的誤差不超過  $k$ 。若  $x$  滿足  $|x - 2.53| \leq k$ ，試回答以下問題。

- 木星的重力加速度理論值約為 \_\_\_\_\_  $\text{m/sec}^2$  (取三位有效數字)。
- 今有一對姊弟和父母去量體重，呈現出的體重數值如下表。

	弟	姊	母	父
地球 (公斤重)	20	40	50	80
木星 (公斤重)	50	102	127	202

依照父母姊弟量測的體重數值判斷， $k$  的值至少為下列哪一個選項？  
 (A) 0.0003 (B) 0.003 (C) 0.03 (D) 0.3 (E) 3 【北一女中】

2020/03/11 單維彰：素養評量與實作 17

**誤差的意涵、有效位數。**

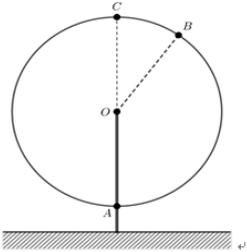
## 108學年度高一新課程的 素養教學與命題 以三角比為例



單維彰：素養評量與實作 2020/03/11 18

### 教育部高中數學學科中心優良試題命題單(一)

已知某遊樂園的巨型摩天輪直徑為 110 公尺，最高處  $C$  離地面 125 公尺，且等速旋轉一周所需之時間為 30 分鐘。下圖(一)為摩天輪的示意圖，假設摩天輪為圓  $O$ 。



圖(一)

- 單選題：
 

某一車廂從圓  $O$  的最低點  $A$  出發後開始計時，經過 12 分鐘到達  $B$  點，試問  $\angle AOB$  為幾度？  
 (A)  $120^\circ$  (B)  $128^\circ$  (C)  $136^\circ$  (D)  $144^\circ$
- 填充題：
 

承第 1 題，試求此時(即 12 分鐘時)該車廂距離地面 \_\_\_\_\_ 公尺。(四捨五入到小數點後第一位)

2020/03/11 19

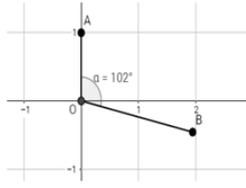
### 教育部高中數學學科中心優良試題計畫命題單(二)

以高雄捷運美麗島站為  $O$ 。

在直角坐標中，設定  $\vec{OA} = 1 \cdot A(0,1)$ ，經測量得  $OB = 2$  且  $\angle AOB = 102^\circ$ ，如圖二。



圖一



圖二

設定高雄車站為  $A$ 、國立高雄師範大學為  $B$ ，如圖一：

若請寫出  $B$  在不同坐標系統的坐標：

- 極坐標系統：\_\_\_\_\_
- 直角坐標系統：\_\_\_\_\_ (以四捨五入取 4 位有效數字)

圖一

<p>學科內容(課綱條目)：                  G-10-5 廣義角和極坐標；廣義角終邊、極坐標的定義；透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。</p> <p>詳解：                  (1) 極角寫由 <math>\vec{OA}</math> 逆時針方向旋轉計算，即 <math>(90^\circ - 102^\circ) + 360^\circ = 348^\circ</math> <math>\Rightarrow B[2, 348^\circ]</math>                  (2) <math>B(2 \cos 348^\circ, 2 \sin 348^\circ) = B(1.956, -0.4158)</math></p> <p>補充說明(擬題思維簡述)                  想透過生活中的實際例子，體驗坐標化的歷程，並操作而不同坐標系統的相互轉換。</p>	<p>答案：                  (1) <math>B[2, 348^\circ]</math>                  (2) <math>B(1.956, -0.4158)</math></p> <p>2020/03/11 20</p>
--	---

### 優良試題計畫命題單 (三)

▶ 廖培凱老師設計的題組 (四小題, 單選與填充, 兩種難度, 四種測驗目標)

單維彰, 素養評量實作 2020/03/11 21

### 教育部高中數學學科中心優良試題命題單(四)

台北 101 樓高約 509 公尺, 現為全球摩天大樓排名第 11 名, 如下圖所示。現用單眼照相機拍攝台北 101, 以右側簡圖輔助。 $\overline{AO} = 509$ , 拍攝地點為  $C$ , 且  $\overline{OC} = 300$ , 此時塔頂 ( $A$ ) 至鋼線中心 ( $B$ ) 皆能入鏡,  $\overline{OB} = 125$ 。在保持相同的相機視角與焦距的條件下, 若要讓塔頂 ( $A$ ) 至基座頂端 ( $F$ ) 都能入鏡,  $\overline{OF} = 40$ , 需由  $C$  往後移至  $D$  處, 則移動的距離  $\overline{CD}$  最接近下列何者?  
 (1)200 (2)250 (3)300 (4)350 (5)400 公尺

單維彰, 素養評量實作 2020/03/11 22

### 有疑題型之議—高中一年級第二學期定期考範圍 三角比

國教署高中數學學科中心<sup>1</sup>。  
 民國 109 年 2 月

108 課綱的實施, 不論在教學內容與學習表現上都與舊課綱 (99 課綱或更早期的版本) 有著顯著的差異, 教學上改變了, 對應到的評量試題自然也有所不同。本文針對大多數高中一年級第二學期的第一次期中考範圍: 「三角比」, 以 108 課綱的觀點檢視舊課綱的教科書、習作、學測與指考相關試題, 指出超出新課綱的題型, 就教於數學教師夥伴們, 瞭解的貴校學生的學習狀況, 避免在校內高一定期考 (期中考、月考、段考) 選用本文提出的題型。

一、有超綱之嫌的題型

- 求  $1152^\circ$  的最大自同界角與最小正同界角。  
 【說明】  
 依據課程手冊 G-10-5 廣義角與極坐標之教學斟酌說明, 唯有在合理的情境下, 才討論超出  $\pm 360^\circ$  範圍的角, 不宜在無情境的環境中過度練習同界角。
- 已知  $\sin 47^\circ 20' = 0.7353, \sin 47^\circ 30' = 0.7373$ , 以內插法求  $\sin 47^\circ 23'$ 。  
 【說明】  
 108 課綱中搭配使用計算器, 已刪除內插法, 故無評量的意義。

單維彰, 素養評量實作 2020/03/11 23

編碼	學習內容條目及說明	備註	參考教具	對應學習表現
G-10-5	廣義角和極坐標: 廣義角的終邊, 極坐標的定義, 透過方格紙操作極坐標與直角坐標的轉換。	須讓學生有操作經驗。廣義角之範圍, 初以 $-180^\circ$ 至 $360^\circ$ 為限, 將來在脈絡中推廣之。理解斜角方向性的理由。應帶領學生認識, 在平面上, 斜率和斜角觀念彼此等價。	方格紙、量角器、尺、規	g-V-3
G-10-6	三角比: 定義銳角的正弦、餘弦、正切, 推廣至廣義角的正弦、餘弦、正切, 特殊角的值。使用計算機的 $\sin, \cos, \tan$ 鍵。	須讓學生有自行根據圖形之測量而估算三角比的實際操作經驗。	方格紙、量角器、計算機	n-V-2 s-V-1 g-V-2

## 面對「計算機融入教學」



**25**

**國民素養 之 數學素養**

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當**工具**與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能**有效與他人溝通觀點**。

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)著

### 培養學生正確使用工具的素養

單維彰 - 素養評量與實作 2020/03/11

## 從對數表與三角函數值表 到計算機教學

**26**

**E.數學學科中心電子報 108 新課網啟航 8 月專刊**

**從對數表與三角函數值表到計算機教學**




單維彰 - 素養評量與實作 2020/03/11

## 計算機融入教學

**27**

10年級包括**指數**、**常用對數**、**三角比**，教科書再沒有對數表、三角函數值表，要用**計算機求(查)這些值**。

為了規範答案，同時也呼應概數的實際需求，**宜建立取概數的溝通語言**。

單維彰 - 素養評量與實作 2020/03/11

## 教什麼就考什麼

- ◆ 計算機是將數學教育導向素養的最關鍵措施
- ◆ 數學在數位科技時代的新價值
- ◆ 校內考試准許學生自由使用計算機
- ◆ 選題與組卷的調整與些許改變
- ◆ 學科中心：行政措施的建議

單維彰 - 素養評量與實作 2020/03/11

28

計算機融入高中數學評量試務作業流程	
試場上計算機的來源	由學生自備
考試前的宣導與準備 (包括家長及學生)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 公告計算機融入高中數學的計算機購置方式、教學理念、考試相關規定。</li> <li>2. 建議說明時間: 家長: 於第一學期的學校日或親師座談會向家長說明。學生: 新生給業式 (由試務承辦單位向學生宣導)。</li> <li>3. 公告本次考試指定允許在試場上使用的計算機品牌與型號。</li> <li>4. 考生可攜帶多台經指定允許使用的計算機應試。</li> <li>5. 考生可攜帶備用的計算機電池 (若計算機有支援)。</li> <li>6. 學校得購置計算機供經濟困難家庭的學生借用 (各校自訂借用辦法)。</li> </ol>
考試前的準備	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 於期初教學研究會由試務組告知老師監試注意事項, 請監試老師配合。</li> <li>2. 學校得於考試前提供計算機供學生借用。</li> </ol>
考試中	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 正式考試前 5-10 分鐘監試委員應進行計算機型號檢對 (建議將指定的計算機型號與對應的實體照片製作名冊, 以提供監試委員比對考生的機器)。</li> <li>2. 考試期間監試委員亦將不定期查驗考生的計算機。</li> </ol>
考試後	繳回答案卷 (卡) 與試場紀錄表。

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

G. 數學學科中心電子報 108 新課綱 6 月專刊 108 課綱高中數學高一  
數學第一次段考 使用計算機之邀請



## 評量：沒有所謂的計算機考題

需不需要使用計算機是學生的選擇



試題應配合教學理念，

出自然的數據，

不需要強行設計「計算機考題」

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 好的教育就是養成習慣

- ◆ 隨時拿出來用
- ◆ 一開始 (考試) 用不著也沒關係
- ◆ 監考老師習慣於檢查與因應
- ◆ 移除明顯不值得評量的題目
- ◆ 約定一套關於數值精度的溝通語言

使得學生能夠寫出比較一致的答案

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 命題與組卷的五個層次

- ◆ 學科中心開發的參考試題
- ◆ 指定單位與精確度，作答的最後一步
- ◆ 採用符合情境的真實數據
- ◆ 改題：取消精心設計的數據
- ◆ 108 課綱的新課題  
(反三角、極坐標、度分秒...)

單維彰 · 素養評量實作 2020/03/11

## 改題的來源

- ◆ 學測、指考試題
- ◆ 學科中心參考試題
- ◆ 校內優良考古題
- ◆ 友校優良試題

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

[ 33 ]

請提出討論...

(開始實作?)

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

[ 34 ]

## 參考材料

- ◆ 三角比有疑試題
- ◆ 三角比素養評量試編
- ◆ 學科中心命題單
  - ◆ 電子版格式檔案
  - ◆ 空白紙本

單維彰 · 素養評量與實作 2020/03/11

[ 35 ]