

國高中數學課，當然要用計算機

曾世杰 · 2016 年 7 月 25 日

十二年國教數學領域綱要草案中提出「在國高中的數學課使用計算機」的構想。沒想到這個概念一出，網路上及媒體上出現許多反對的聲音。

有些反對出自於明顯的誤會。例如，在聯合晚報（2015/12/14）的報導中，中研院林長壽院士說：「讓學生按按計算機...是不道德的，尤其小學生更不能，等於摧毀小孩子的思考能力，小學如果教計算機使用，乾脆廢掉數學課。」但數學領綱草案主張國中才開始使用計算機，完全沒有主張小學使用。林院士搞錯了。

但有些反對的聲音，是教育信念的不同，這就需要好好溝通。例如，林院士說：「動手計算，有助於數學概念的建立，從古到今，都是透過計算來深化數學的理解。」在國小階段，我贊成這個說法。基礎計算能力的自動化當然是絕對必要的，如果七加六還要數手指；八乘以七還要從八一八、八二十六...背起，基礎的計算會耗盡所有的認知資源，就談不上什麼高層的數學學習及理解了。

但是，進了國高中，「透過計算來深化數學的理解」，這個說法就有待商榷了。

從認知心理學的角度，文字及紙筆的使用，能讓人類將有限的認知資源做最好的利用。例如，一般人無法心算三位數或二位數的加減乘除（如 $365 \times 23 = ?$ ），但這只是認知容量不足以在同一時間內負載這麼多的數字運算，並不表示計算能力闕如。只要紙筆在手，認知負荷超載的問題立刻迎刃而解，每一個人都能輕易解題。在這個例子裡，紙筆是一種認知工具，同一個人在「有紙筆」或「無紙筆」的狀況下的表現，會有小蝦米與大鯨魚的差別。同樣的，計算器及電腦是功能更強大的認知工具，許多複雜的計算在「外化」給機器完成後，許多過去不能想像的概念，才可能在課程中出現。台灣號稱電腦王國，資訊設備價廉物美，學校課程早該進化到讓孩子們使用計算器學習的境界。以下引國高中的數學學習為例，試作說明。

一位國中數學老師要學生用皮尺去估算一支爬不上去的電線桿高度。學生在熱烈的討論後，把問題解決了。他們在太陽下於電線桿旁豎立一支掃把，再用皮尺測量三個長度—掃把、掃把影子及電線桿影子。他們知道：「掃把與其影子長度的比值」會等於「電線桿與其影子長度的比值」。四個長度中，現在三個已知，未知的電線桿長度在兩個步驟的乘除法之後，就可以算出。

請問，以上的解決問題步驟中，那一個步驟最符合國中生要學的數學？

我想應該不會有人說是乘法與除法的正確性與速度。

「透過計算來深化數學的理解」的說法，在這裡顯然是不適用的。學生測量得到的三個長度，可能都不是整數，計算起來容易出錯，這時候使用計算機，只

會幫助學生省下力氣，把數學學得更好。

再以高中一年級學習的相關係數為例。學生會被要求計算自己班上三十幾位同學的國文和英文成績，以回答「是不是國文成績好，英文成績也會好？國文成績爛，英文成績也會爛？」的兩變項相關的問題。它的計算如此繁複，若只用紙筆，保證會耗盡學生大部分的認知資源，算兩個鐘頭得到五個不同的答案，這會讓學習失去重點和效能，讓學生飽受挫折。但只要能用計算機，或電腦裡的統計軟體，輸入國文與數學兩變項的數值之後，學生就立刻可以看見散布圖，並且得到一個相關係數，讓學生知道國文和英文之間的連動的方向性及強度。

人類解決問題的歷程中，所擁有的認知資源是有限的，把繁複的計算交給機器，學生的大腦可以騰出空間來做更重要的理解和推理，才有可能享受數學的實用與美麗。

其實，人類的文明發展，就是一部能力、知識和認知歷程「外化」的歷史。

當人類祖先執起長竿摘取樹上的果實，或撿起石子丟向獵物時，他異於禽獸之處，在於把自身的力量「外化」到長竿和石子上了。

當最早使用語言的祖先，大喊：「小心，有蛇！」以警告旁人時，他異於禽獸之處，在於把感官經驗「外化」成語言，讓同儕可以得到他人的經驗。

六千年前，語言被「外化」成書面文字，知識得以有系統地被保存，讓今人仍然可知二千五百年前孔子講了些什麼，人類的溝通得以跨越時空。

二十世紀的圖書資訊專業，將數千年來累積的大量知識從人類大腦「外化」到圖書館，網路及智慧手機的興起，又讓圖書館被「外化」到網路上，而且文字、圖像、影音的觸及製作、流通、儲存門檻大降。您也許不知道，誠致教育基金會設置的均一教育平台，找了優秀老師拍了近 6000 部 K-12 的教學影片，現在有 31 萬人註冊，每週有 6 萬人使用，讓許多孩子得以依自己的配速學習。也就是說，當民間基金會都可以把「教學與課程」外化，透過網路進行時，國家的課程觀念當然也要有前瞻性，讓部分心智歷程外化，使用計算機讓數學學習更有效能，只是非常小的一步。我們期待更多資訊、網路科技進入進入每一個教室；期待每一個未來的公民，都能利用資訊網路科技進行終身學習。此時的國家課綱若還規定課堂不能使用計算機，那實在太不可思議了些。