

教育部提升大學通識教育計畫
分項2：通識教育課程發展及教師社群
典範與特色通識課程研習

文化脈絡中的數學

單維彰
國立中央大學師資培育中心
數學系、文學院學士班
民國113年5月24日

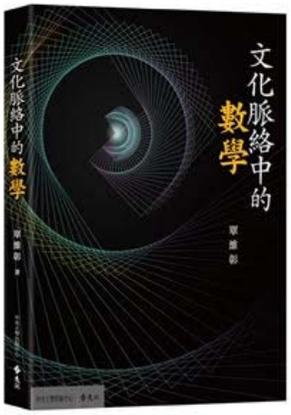
通識 作為專業

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

2

正式出版

- ◆ 經學術審查
- ◆ 當成升等代表作
(中央大學並無教學升等)



單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

3

從 教育理念 說起

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

4

◆ 所謂教育
就是通識教育
General Education
◆ 特別在AI普及的時代！

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

5

教育的三大類型

- ◆ 義務教育
真正基本的，強迫的：1-4年級為主
- ◆ 通識教育
教育的原則性內容、方法與目標
- ◆ 專業訓練或預備
專門化，重成效：12年級以上為主

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

6

通識教育

是什麼？為什麼？怎麼做？

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

7

通識VS跨領域

專業教育



成器

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

8

跨領域（專業教育）



單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

9

通識教育

不器

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

10

通識 vs 博雅教育

◆ 通識乃國民版的博雅教育

If the Committee had been concerned only with Harvard College, the title might have read “*The Objectives of a Liberal Education.*”

J. B. Conant, Introduction in “*General Education in a Free Society*,” Report of the Harvard Committee, 1945.

（哈佛紅皮書）

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

11

博雅：Liberal Arts

Liberal

as distinct from *servile* or *mechanical* and originally referring to arts and sciences considered ‘worthy of a free man’; historically the medieval trivium and quadrivium.

自由人的七藝

- ◆ 文法、邏輯、修辭 (input, process, output)
- ◆ 算術、幾何、音樂、天文 (利瑪竇)

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

12

What Knowledge is of Most Worth?

(博雅教育乃紋飾炫耀之學)

- 一保護性命存活之學
- 二謀生以得衣食之學
- 三撫養教誨子女之學
- 四閭里國家相關之學
- 五閒時玩物適情之學

Herbert Spencer, 1859; 光緒八年(1882) 中譯
『適者生存』 Amazon 銷售中



單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

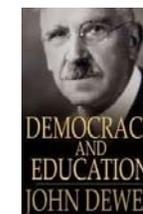
13

不那麼博，沒那麼雅 但還是要...

[for] the continuance of the liberal and humane tradition. It includes ... **our cultural pattern**.

... 'Good taste' could be standardized in each generation by those who knew. But, today, we are concerned with a general education not for the relatively few, but for a multitude.

呼應杜威《民主與教育》1916



單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

14

通識要回答的疑問

- ◆ How did we end up like this today?
- ◆ 我們怎樣成為我們?
- ◆ 今天怎樣走到今天?

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

15

通識為了我類存續

- ◆ 為（動態地）延續我們的生活、器物、制度、價值...（文化）
- ◆ 在大部分技術被機器包裹，而且我們越來越信賴機器的時代，甚至是為了我們的... 生存！
- ◆ 因為每個人都將要參與決策

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

16

How did We End Up Like This?

- ◆ 不是任何單一知識領域可以回答
- ◆ 不是任何一位教師能夠單獨作答

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

17

跨領域教學是 通識教育

不得不如此的手段
不是目的

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

18

為學生建立脈絡

人文

文通紋，即紋理，即脈絡

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

19

人文的脈絡

- ◆ 人文：人留下的痕跡
人文不限書畫，經典不限史哲
- ◆ 人文化成文化
不是所有痕跡都值得傳承
- ◆ 天下各有文化，
但只有一個文明

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

20

建立脈絡的心法

盡力建立連結：

- ◆ 縱向的 - 歷史 (文化發展史)
- ◆ 橫向的 - 不同形式的創造 (領域)
地理、民族

並且盡力

- ◆ 說成一篇故事，有情節的故事
但
- ◆ 原則上不做歷史研究

21

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

隨時不忘核心問題

What's it got to do with ...

- ◆ Me
- ◆ Here
- ◆ Now

人間

22

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

不僅要引領思考
為什麼？
Why?

23

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

還要引領思考
為了什麼？
For What?

24

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

刺激思考的心法

- ◆ 有一種知識，是
「你還不知道的事」（韓愈）
- ◆ 通識教師用你知道的事，講
「你沒想過的事」
- ◆ 在熟知中提出另一種看法
a Pair of Fresh Eyes

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

25

通識教師 互勉

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

26

廣泛學習

- ◆ 教師先自己愛好學習
- ◆ 有意識地連結整體
- ◆ 期許自己先「通」
- ◆ 用自己的眼光，編故事
- ◆ 結交朋友非常有益

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

27

從知識到故事

寫作嘗試與自我期許

- ◆ 非全知的、客觀的、God View
- ◆ 融入作者感情，Story Telling
- ◆ 一種試圖使人「有感」的教法

（林文淇：〈徐〉可以拍電影）

單維彰：典範通識課程分享 2024/05/24

28

以 〈徐光啟與數學 的最初教材〉 為例

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

29

讀徐利三年寫半年



- ◆ 天主教，宗教改革
- ◆ 九章到算法統宗
- ◆ 科舉制度、明史
- ◆ 歐先生到丁先生

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

30

眼到、手到、腳到



單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

31

開場

西元2007年11月10日，處於相當無知狀態的筆者（我），懷著朝聖般的心情到中央研究院旁聽「利瑪竇與徐光啟合譯《幾何原本》四百週年紀念研討會」。那天我才知道徐光啟生於1562年，比我大了整整四百歲。這豈不是說，四百年前的徐光啟與當下的我同齡嗎？對啊，這年我們四十五歲。坐在聽眾席間的我如此默想著：一個讀了半輩子四書五經的四十五歲傳統學者，怎麼肯離經叛道地跟隨一名外人翻譯數學經典呢？一名擁有進士身分的科舉翰林，怎麼還會想要學習數學呢？而在四十五歲這個被認為不再有創新能力的年齡上，他又如何能理解「幾何」這套全然外來的知識體系呢？

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

32

背景

徐光啟是在倭寇留下的殘垣斷壁之間長大的，家人與鄉里間傳說著抗倭的淒慘或悲壯的故事。據說他身體強健矯捷，言語間流露從軍衛國的志氣。可是他的祖母卻以軍事的糜爛，反覆告誡光啟萬不可從軍。確實，我們從歷史課本或戲劇小說中讀到的每一員明朝勇將，不是被文官罷黜就是被太監誣陷，更慘的還被皇帝處死；其中包括光啟未來的一名高足。

在光啟的時代，宋儒的理學昇華到心學，由文字的推論和語言的類比所發展出來的學問，達到一種虛無的高點；精熟這種學問而又經過科舉篩選的高官大臣，對於所謂道德與道統的堅持，更是達到不可思議的境界。曾經有一兩百名官吏，認為皇帝處理他的家務事不合道統而聚在宮門之前嚎啕大哭，皇帝生氣了，叫衛兵把他們一一拖出去打屁股。如果不是寫在歷史學者的書裡，我一定不會相信這麼荒唐的故事。

33

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

轉折與投射

光啟在童年時期，曾經從玩伴的家裡學到栽植棉花的巧門，回家告訴父親。讀書之餘，他常在田隴之間追著農夫每事問。十九歲上，趁著背負行囊走去參加縣試的機會，故意繞路去瞻仰黃道婆祠堂（而且是在考試之前）。黃道婆比徐光啟早250年左右，將紡織術傳入上海，被當地紡織業奉為祖師娘。走在士途上的讀書人向來認為農、工、商不值一顧，而這些事蹟都預告徐光啟將是個不一樣的讀書人。十九歲參加的第一場縣試，光啟就考取了「秀才」功名。家裡馬上給他娶了媳婦，次年就生出長子徐驥，他的前途看起來一片大好。可是，他卻走上一條人跡罕至的路，一切變得不同。在光啟生活的時代，他渴望的知識不是數學也不是科學，而是實學。實學有兩方面的意義，一則知識的來源是可實證的，二則知識的去處是可實用的。

34

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

情境敘事

瑪竇等人沿運河搭船北上，在山東臨清碼頭靠岸時，不幸成為監稅宦官馬堂的禁衛；起先他只是索賄，後來還想侵佔貢品。利神父一行被軟禁在天津一座廟裡，當鐘鳴仁修士溜出去求救時，鄭重囑咐兩小僕，若馬堂來殺，必須與神父們齊死，可見情勢之險惡。他們從秋季一直等到冬季，廟裡不供爐火，馬堂可能認為他們捱不過那年冬天，可是利神父卻堅持信心與盼望。直到1601年正月初，萬曆皇帝不明原因地忽然問太監，不是聽說有西洋人要進貢自鳴鐘嗎？宮裡的太監才趕緊通知馬堂，而馬堂也才發還扣押的貢物，讓他們啟程進京。行李中，包括聖經和Elements在內的一箱書籍，被馬堂認為邪門妖書，本來貼上封條永不發還，著令燒毀。可是搬運的衛卒不識字，把那口箱子一併搬上拉往北京的騾車，不久被上司發覺，喝叱他們立即騎馬去追回。可是一群小卒擔心追回之後還是不免挨一頓打，乾脆棄甲逃亡了。就這樣，那一箱書就搖搖晃晃地給螺子拉進了北京城。感謝主。

35

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

原創

自漢朝以來「幾何」就是「有多少」的意思。《九章》每一「問」都是問幾何？《算法統宗》則「幾何」與「若干」通用。而且「幾何」是普通詞彙，並非專門術語，例如曹操的〈短歌行〉第一句就說：「對酒當歌，人生幾何，譬如朝露，去日苦多」。徐氏在序言裡給此書破題說「幾何原本者，度數之宗」，度是測量連續量所得的實數，數是點計離散量所得的正整數，兩者都是「有多少」的問題。可見徐氏並沒有轉變「幾何」的意義，而是將它從傳統脈絡裡「數的計算」意義，擴充到測量，再延伸到形體的數學知識。另一方面，關於形體之數學的拉丁文是geometria，其第一音節恰好聲似「幾何」，所以用「幾何」來涵蓋Elements的全部內容，恰好可以音義兼顧。在延伸的意義之下，「幾何」所涵蓋的關於形體、整數、比例（有理數）、無理數的知識，幾乎就是當時所知的全部數學。所以，考慮徐、利所譯的《幾何原本》有意成為教材，如果將它轉譯為白話文，筆者認為即是《基礎數學》。

36

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

獨立思考

...日本將「幾何」設定為關於圖形的數學。清末，不論是自強還是洋化，都急於學習新知，但是能像嚴復那樣直接翻譯西文的人甚少，而社會情勢也不容許深入理解，只求速成，因此絕大多數的西方知識乃從日本轉介而來，日文的漢字更是毫不思索地直接採用。例如「科學」就直接移植了日文，而「細胞」從中國傳去日本再傳回中國，「幾何」的新義也就這樣從日本傳回中國而覆蓋了原義。

光啟對丁先生的教材深信不疑，說「此書有四不必：不必疑不必揣，不必試不必改」，這就回到了中國讀書人對經典的傳統態度，此態度不宜。其實，隨著數學文化的成熟，不可能對兩千三百年前的文本全無批判；即使丁先生也已經修改了原作。當我讀到第一卷命題1的時候，忽然心生躊躇：證明中兩圓 Γ_A 和 Γ_B 有交點的推論，來自於經驗，並沒有理論基礎。這是一個推理上的破綻，需要新增一條公理才行。...

37

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

結語一伏筆

就算耶穌會不因教規而取捨一些知識，明末中國也學不到歐洲數學的精華。因為真正將歐洲數學與自然哲學帶進現代的劃時代人物是牛頓，而崇禎自縊時，牛頓才剛周歲。徐光啟逝於1633年，同年梅文鼎生，他是最有機會繼承並發揚西方數學的人，更何況康熙本人對數學感興趣，直接支持數學的研究。然而理論上可能的中西交流並未發生。直到乾隆四十六年（1781）四庫全書的編輯簡介《泰西水法》還是說「西洋之學，以測量步算為第一，而奇器次之。奇器之中，水法尤切於民用」，完全還在徐光啟的見識範圍之內。後面更接著說「他器之徒矜工巧為耳目之玩者」，意思是說西洋的其他奇器都像自鳴鐘以及圓明園的噴泉似的，只是取悅耳目的玩具而已。乾隆的朝廷裡，沒人知道由蒸汽機和政經制度帶動的工業革命，已經在英國發軔；西元1783年，第一艘蒸汽輪船下水。在西方帝國主義的擴張中，只剩下「距離」可以保護中國了。

38

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

歡迎收看



www.youtube.com/watch?v=hJq4QrQVKLE

39

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

特別設計

40

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

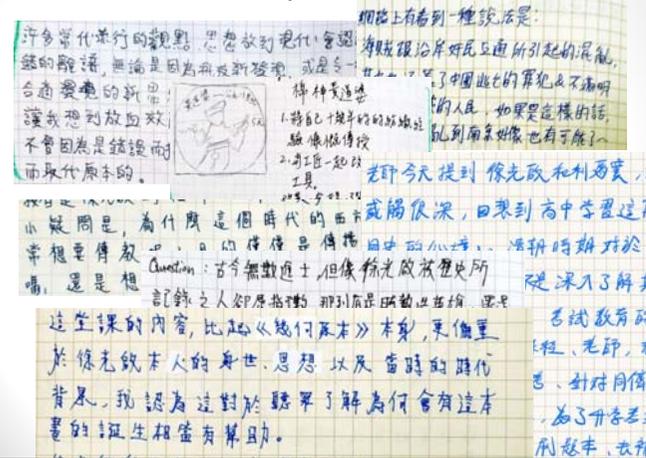
作業每份3段5題

1. 在簡報裡，教師認為佛教、道教，乃至於後來的西方宗教，是為了補足儒家哪一方面較為缺乏的理論？
2. 在簡報裡，教師說《算法統宗》在《九章算術》之後1300年，但是在數學內容上的差異很小。教師認為《算法統宗》在哪個方面有顯著的進步？
3. 教師認為徐、利為 Elements 這本書取名《幾何原本》的用意，以今天的習慣用語來說，也可以換成什麼書名？
4. 簡報裡提到一本書《萬曆十五年》，據說這本書也是高中教師常推薦的。請查詢並簡述這本書的內容，如果妳/你讀過，可以寫一點點心得；如果沒讀過，可以附上一點點你/妳在網路上查到的書評。
5. 當我們以「後見之明」來批判乾隆四十六年（西元1781年）的清朝大臣寫下「西洋...奇器...徒矜工巧為耳目之玩者」並不公平，而且失去了讀史的反省真諦。請想想，當年的清朝博學之士有什麼合理的理由做此評價？而在我們如今所處的世界，又可以聯想到哪件值得警惕的事情？

41

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

自由塗寫的筆記



42

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

每人一份報告

- ◆教學相長的來源
 - 累積在教師身上；優秀作品展示
- ◆登台10分鐘，或期末報告
- ◆評分不必太細
 - 遊戲規則說清楚

43

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

心得彙報

- ◆回饋筆記、作業
 - 成為每一屆班級的「靈魂」
- ◆作業是課程要素，勿假助教
 - 隨時反省、修訂作業提問
- ◆評分不必太嚴，課業不必太重
 - 教師有自信，聽過留痕跡

44

單維彰：興起通識課程分享 2024/05/24

課程資源

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

45

課程首頁



shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

46

有聲圖畫書

◆ Youtube 播放清單



文化脈絡中的數學 - 有聲圖畫書

10 videos • 2,094 views • Last updated on Jun 27, 2022

《文化脈絡中的數學》紙本書與電子書，出版於

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

47

如果對數學有興趣



www.facebook.com/math.zhi.xing.shi

單維彰：典藏通識課程分享 2024/05/24

48

