

113 學年與衛理女中同仁分享

# 教育即通識

## 以數學為例

單維彰  
國立中央大學師資培育中心  
數學系、文學院學士班  
民國 113 年 8 月 29 日

# 從 教育理念 說起

◆ 所謂教育

就是通識教育

General Education

◆ 特別在 AI 普及的時代！

因為

◆ 各種專門化的

知識與技能

◆ 甚至聽說讀寫

更大範圍地自動化

所以

◆ 人，必須更成為、更了解

人

(而非一顆專門化的螺絲釘)

5

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

誤以手段  
為目的

6

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

◆ 沒人想要

回到過去

◆ 但此危亡圖存之時

不是家國，而是物種

回顧過去

7

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

目的：在三大領域

◆ 家庭與個人

◆ 職涯或專業

◆ 社區與社會

過上更好的日子

8

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 教育的專門化轉向

### ◆標誌性起點

德國柏林洪堡大學 1810 年

### ◆功業斐然，有目共睹

全球擴散，向下延伸

### ◆一路衝刺到今天

一戰，二戰；三戰？（四戰）

9

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

因此而  
寄望...

10

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 教育三大類型

### ◆義務教育

真正基本的，強迫的：1-4 年級為主

### ◆通識教育

教育的原則性內容、方法與目標

### ◆專業訓練或預備

重成效，須考核，必問責

11

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

中學的專業預備

應試

12

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

# 通識教育

不是什麼？

13

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

通識  
不是  
跨領域

14

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

專業教育

# 成器



15

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

# 跨領域仍是專業教育



16

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

通識教育

不器

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

17

通識教育

成人

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

18

通識  
不是  
博雅

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

19

通識 VS 博雅教育

◆ 通識乃國民版的博雅教育

If the Committee had been concerned only with Harvard College, the title might have read "The Objectives of a Liberal Education."

J. B. Conant, Introduction in "General Education in a Free Society," Report of the Harvard Committee, 1945.  
(哈佛紅皮書)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

20

# 博雅：Liberal Arts

**Liberal**  
as distinct from *servile* or *mechanical* and originally referring to arts and sciences considered 'worthy of a free man'; historically the medieval trivium and quadrivium.

自由人的七藝：其實仍是專業準備

- ◆ 文法、邏輯、修辭 (input, process, output)
- ◆ 算術、幾何、音樂、天文 (利瑪竇)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [ 21 ]

# What Knowledge is of Most Worth?

(博雅教育乃紋飾炫耀之學)

- 一保護性命存活之學
- 二謀生以得衣食之學
- 三撫養教誨子女之學
- 四閭里國家相關之學
- 五閒時玩物適情之學

Herbert Spencer, 1859; 光緒八年(1882) 中譯『適者生存』 Amazon 銷售中

大英史本守著 中國顏承京譯

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [ 22 ]

# 通識教育

## 是什麼？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [ 23 ]

# 不那麼博，沒那麼雅

## 但還是要 ...

[for] the continuance of the liberal and humane tradition. It includes ... **our cultural pattern.**

... 'Good taste' could be standardized in each generation by those who knew. But, today, we are concerned with a general education not for the relatively few, but for a multitude.

呼應杜威《民主與教育》1916

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [ 24 ]

## 通識的教學目標

- ◆ How did we end up like this today?
- ◆ 我們怎樣成為我們？
- ◆ 今天怎樣走到今天？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
25

## 通識教育

為什麼？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
26

## 通識為了我類存續

- ◆ 為（動態地）延續我們的生活、器物、制度、價值...（文化）
- ◆ 在大部分技術被機器包裹，而且我們越來越信賴機器的時代，甚至是為了我們的... 生存！
- ◆ 因為每個人都將要參與決策

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
27

## 通識教育

怎麼做？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
28

為學生建立脈絡

# 人文

文通紋，即紋理，即脈絡

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

29

## 人文的脈絡

- ◆ 人文：人留下的痕跡  
人文不限書畫，經典不限史哲
- ◆ 人文化成文化  
不是所有痕跡都值得傳承
- ◆ 天下各有文化，  
但只有一個文明

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

30

每門專業學科都關注

# 事出必有因 凡事皆有脈絡

脈絡不等於歷史

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

31

## 建立脈絡的心法

盡力建立連結：

- ◆ 縱向的 - 發展史（為了什麼）
- ◆ 橫向的 - 社會性（衝突與支持）

並且盡力

- ◆ 說成一則故事

而

- ◆ 原則上不是歷史研究，是歷史應用

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

32

不僅要引領思考  
為什麼？  
Why?

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
33

還要引領思考  
為了什麼？  
For What?

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
34

一些  
數學的例子

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
35

## 國小國中銜接



### ◆ 因數與質數

- 什麼是因數？
- 整除產生一對因數
- 因／倍就像大／小 母／女
- 為了什麼學習因數？
- 為了什麼學習質數？標準分解式？
- 為什麼 1 不是質數？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29  
36

## 國小國中銜接

### ◆ 數線

- 什麼是數？（特別是分數）
- 什麼是單位長？
- 為什麼會有等值分數？
- 為了什麼學習等值分數？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

37

## 國中數學別冊

### ◆ 負數

- 什麼是負數？
- 為什麼會有負數？
- 為了什麼學習負數？
- 「負負得正」怎麼來的？



單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

38

## 拋物線本事



- ◆ 希臘人的數學具有「酬神」的「實用」價值，此文化背景可以理解希臘人堅持「尺規作圖」的理由。
- ◆ 什麼是拋物線？（連環圖）
- ◆ 為什麼會有「準線作圖法」？
- ◆ 為什麼叫做「焦點」？

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

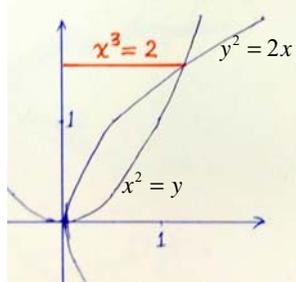
39

## 拋物線本事 Insertion

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

40

## 倍立方： $(xa)(xb)(xc) = 2abc$



明明是人間所需，希臘卻託鬼神。因為...

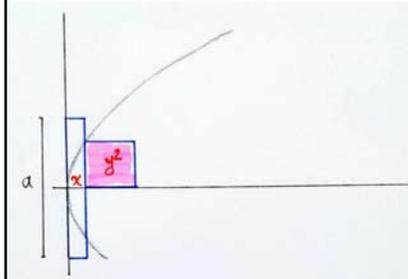
希臘人自以為幾何作圖所得的解無誤差，是神要的真解。

$$x^3 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = y \\ y^2 = 2x \end{cases}$$

(41)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## Locus / 軌跡

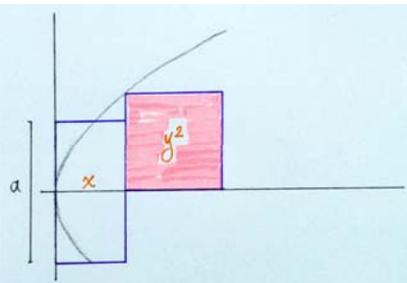


符合  $y^2 = ax$  的點集合，非尺規作圖可及者。

(42)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 百年後命名 Parabola

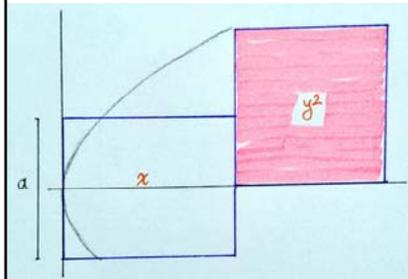


Apollonius (240BC-190BC) 發現那個軌跡是圓錐截痕。

(43)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## Parabola：併立線

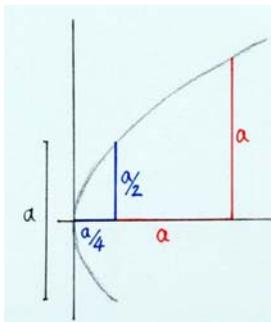


Para: 併立、可排比對照的。指正方形  $y^2$  與長方形  $ax$  的恰好相等。

(44)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 併立線沒有準線與焦點

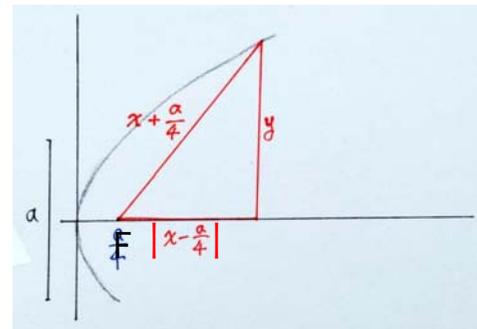


兩組明顯特例。  
其中一組如今稱為正焦弦，但是當年還沒有準線，還沒有光學性質。

45

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 再百年發現準線性質



46

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

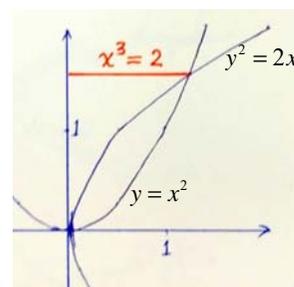
## Parabola 到中國

- ◆ 「太聰明」的翻譯
  - 1850 咸豐年間
  - 李善蘭+偉烈亞力《代微積拾級》
- ◆ 教學可以有後見之明
  - 但是脈絡宜避免紊亂
  - 國中的平面幾何其患尤甚

47

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

## 幾何並未得真解



但數形合一的理念終究孕育了坐標幾何。

中國不寫變數看不到方程式，也沒有數形合一的興趣。

48

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

# 坐標幾何 → 微積分



坐標幾何出版於1637。



數學原理出版於1687。

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

49

# 拋物線本事 End

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

50

# 三角本事



- ◆ 「角」始自圓心角；一般三角形的角以及它的典型應用——大地測量——並非本質。角的關鍵作用並非大地測量，而是弧弦互算。
- ◆ 中國無「角」，這是中、西方數學發展的一個小小岔路，卻造成後來巨大的差異。
- ◆ 三角從一開始就以實用工具的角色出場，西方文化熟悉這個角色。
- ◆ To Appear: 科學月刊 9 月號。

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

51

# 數學通識讀本

- ◆ 經學術審查
- ◆ 紙本或電子書



單維彰：衛理女中分享 2024/08/29

52

## 有聲圖畫書

◆ Youtube 播放清單

文化脈絡中的數學 - 有聲圖畫書  
10 videos • 2,094 views • Last updated on Jun 27, 2022

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [53]

## 數學語彙脈絡

以 108 篇短文串起中小學課程範圍內的數學中文與英文術語——也就是數學英文關鍵詞；網頁上搭配各篇文字的朗讀音訊，提供這些關鍵詞的讀音示範。

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [54]

## 脈絡中的關鍵詞

- ◆ 每個領域都有一些關鍵詞，進入一個領域相當程度地等於是掌握這些關鍵詞。
- ◆ 透過數學英文詞彙的字源，提高在中西文化的脈絡中認識與理解數學的機會。

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [55]

## 如果...

[www.facebook.com/math.zhi.xing.shi](http://www.facebook.com/math.zhi.xing.shi)

單維彰：衛理女中分享 2024/08/29 [56]

