

評析 OECD 跨國數學課程比較研究及其對臺灣數學課程發展之啟示

鄭章華

國立彰化師範大學科學教育研究所助理教授

單維彰

國立中央大學數學系、師資培育中心與文學院合聘教授

林佳慧

國立臺中教育大學師資培育暨就業輔導處助理教授

摘要

本篇論文評析「經濟合作暨發展組織」所支持之跨國數學課程比較研究，從中提出對我國數學課程發展與教科書設計的啟示。此一研究由 19 個國家／行政區參與，針對國家數學課程標準與常用的數學教科書進行分析和比較。研究顯示參與國家／地區的數學課程內容安排差異不大，雖然在數學素養三向度著重的層面有所不同，然皆能關注培育數學素養。教科書分析顯示各國存在相當大的課程轉化落差，雖然各國數學課程已經走在前端，教科書卻未能跟上提供學生發展數學素養的機會。我國於 2019 年實施之數學課綱（108 課綱），其課程設計在質與量方面大致能呼應世界各國數學課程改革的潮流，不過在某些方面有需要關注之處。藉由跨國課程比較研究，我們不僅能了解臺灣在數學教育領域的挑戰與機遇，更可進一步探討如何優化本國的數學課程與精進研究方法，讓我們與全球教育趨勢保持同步。

關鍵詞：2019 課綱、跨國比較、教科書分析、數學素養、數學課程

研

究

評

論

An Evaluation of the OECD Cross-National Mathematics Curriculum Comparison Study and Its Implications for the Development of Taiwan's Mathematics Curriculum

Chen, Chang-Hua

Assistant Professor, Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

Shann, Wei-Chang

Professor, Department of Mathematics, Center of Teacher Education, and Interdisciplinary Program of Liberal Arts, National Central University

Lin, Chia-Hui

Assistant Professor, Office of Teacher Education and Careers Services, National Taichung University of Education

Abstract

This paper investigated Mathematics Curriculum Document Analysis (MCDA) conducted by the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) and distilled insights applicable to developing our country's mathematics curriculum and textbook design. The MCDA research demonstrated that the arrangement of mathematics curriculum content in participating countries/jurisdictions was relatively consistent with the 'A+ benchmark curriculum,' despite differences in the emphasis of the three dimensions of mathematical literacy, all can nurture mathematical literacy. Textbook analysis revealed a considerable gap in curriculum transformation. Although the national mathematics curriculum is at the forefront, textbooks still need to fully provide students with opportunities to develop mathematical literacy, warranting our attention. The design of the 2019 Mathematics Curriculum Guidelines generally corresponds with the global trend of mathematics curriculum reform in terms of quality and quantity, yet some aspects require attention. Through the MCDA study, we not only

comprehend the challenges and opportunities for Taiwan in the field of mathematics education but also further explore how to optimize our national mathematics curriculum and refine research methods to align with global educational trends, thereby more effectively cultivating future talent.

Keywords: 2019 curriculum guidelines; cross-national comparison; mathematics curriculum; mathematical literacy; textbook analysis

壹、緒論

在二十一世紀的今日，人類身處於一個充滿前所未有挑戰的大環境中，這些挑戰涵蓋廣泛且多元，從氣候變遷的問題，疾病的廣泛傳播，到科技的驚人快速發展等。以 COVID-19 的全球大流行為例，它不僅對我們的社會運作方式和日常生活模式帶來了深遠影響，更凸顯了危機管理和公共健康照護等方面的嚴峻挑戰。關於是否接種疫苗的問題，每個人都必須基於疫苗可能帶來的副作用和疫情的嚴重程度，從機率的角度進行理性的評估和決策。再者，人工智慧的快速進步不僅改變了我們生活的許多面向，也帶來雙面刃的影響。一方面，許多傳統的工作職位正在消失；於此同時，新的工作機會和職業發展途徑也正逐漸浮現 (Kumar, Kumar & Attri, 2021; Tiwari, 2023)。對於想要把握機會，搭上人工智慧浪潮的人們來說，有必要對於人工智慧背後的運作原理有一定了解，例如數據分析，深度學習和運算思維等。透過學習這些知識，我們可以更有效識別問題並尋找相對應的解決方案。因此，對於未來的教育工作者來說，數學教育將扮演更為重要的角色。

因為數學是僅次於語言的最基本國民素養，為了培養未來世代具備溝通、批判性思考、問題解決等 21 世紀關鍵能力，以及實現永續發展的目標，數學教育的深化與普及是我們當前必須重視並投入資源的領域 (OECD, 2018a)。其中，對各國數學課程進行細緻而全面的比較研究，極具價值。這不僅有助於世界各國了解學生在數學學習表現差異之可能來源，同時也可以對教育政策與資源分配進行更適切的改進和調整，進一步推動數學教育的研究與發展 (Leung, 2005; Stigler & Hiebert, 1999; Suter, 2017)。在這背景下，「經濟合作暨發展組織」(Organization for Economic Cooperation and Development, 簡稱為 OECD) 於 2015 年提出「2030 教育與技能未來計畫」(The Future of Education and Skills: Education 2030, 簡稱為 E2030 計畫) (OECD, 2018b)。E2030 計畫項目旨在展望未來，探討學校課程如何因應科技進步和社會變革而演進，提出「OECD 學習羅盤 2030」(OECD, 2018b)，倡議學校應促進學生掌握與善用個人的學習羅盤，積極參與社會並對周遭福祉產生影響，為未來做最好準備。因此，E2030 計畫得解答兩個關鍵問題：「今日的學生需要什麼樣的知識、技能、態度和價值觀，才能茁壯成長並塑造他們的世界？」以及「教學系統如何有效培養這些知識、技能、態度和價值觀？」

由於數學教育對於這兩個問題的解答能夠提供深度洞察，OECD 因此在 E2030 計畫的大框架下，啟動「數學課程文件分析」(Mathematics Curriculum Document Analysis, 簡稱為 MCDA)，進行跨國數學課程與教科書的分析與比較。該研究之目的在於幫助各國更有效地培養下一代，使其具備積極負起公民社會責任所需的知識、技能、態度和價值觀。MCDA 的研究成果以「OECD 第 268 號教育工作論文」(OECD Education Working Papers No. 268) 的形式發表 (Schmidt, Houang, Sullivan & Cogan, 2022)，不僅為教育研究人員與政策制定者提供了一個窗口，進一步了解全球數學教育的現況，也指出一條可能的發展路徑。通過分析和理解 MCDA，我們將更好地理解如何整合國內的數學教育資源，以配合世界發展趨勢，同時也能對本身的教育體系產生更深層次之洞見。

基於此，本文的目的在於綜整和深度評析 OECD 第 268 號教育工作論文的核心理內容。透過對此工作論文的仔細探析，我們希望能夠找出關鍵的研究結果和見解，提供這些知識作為未來數學課綱研修和改革之參考，以及促進教育工作者、研究人員和政策制定者在 MCDA 報告的基礎上，進行深度交流和多元思考，為我國下一波的數學課程發展或是微調做出貢獻。本文以下所引註的頁碼，都是指這篇工作論文的頁碼。

貳、MCDA 計畫簡介

一、研究背景與參與國家

國際數學課程比較的濫觴可追溯至上一世紀由「國際教育成就評估協會」(The International Association for the Evaluation of Education, 簡稱為 IEA) 主持的「國際數學與科學教育成就趨勢調查」(Trends in International Mathematics and Science Study, 簡稱為 TIMSS)。TIMSS 首次於 1995 年施測，旨在監測四年級與八年級學生在數學和科學成就表現之長期趨勢，並探討數學和科學學習成就與家庭背景、學習環境、教師教學等因素之間的關係。

作為 TIMSS-1995 調查項目的一部分，Schmidt et al. (1997; 2001) 進行了一項特殊的跨國課程比較研究，分析超過 40 國的數學課程標準。他們發現數學學習高成就表現國家，其數學課程具有「聚焦性」(focus)、「嚴謹性」(rigor) 以及「連貫性」(coherence) 三項特徵。其中，「連貫性」對於學生的數學學習成就

具有最重要的影響力 (Schmidt, Wang & McKnight, 2005)。「連貫性」指的是主題或內容安排能夠符合數學學習的邏輯結構，也就是說，學生可以從中看到特定的數學觀念如何建立在其他觀念之上，或者如何與其他觀念產生關聯。這種設計方式對於學生發展新的數學理解和技能，極其有益 (NCTM, 2000)。

考量課程連貫性對於數學學習的重要影響，Schmidt et al. (2005) 在深入分析 TIMSS 資料並諮詢數學家的意見之後，建構一個由年級與小主題所組成的數學學習地圖，並將其稱為「A+ 組合課程」(A+ composite curriculum) (p.538)，作為評估數學課程連貫性的質性指標。Schmidt & Houang (2007) 進一步運用 A+ 組合課程進行量化分析，發現當一個國家數學課程的連貫性與 A+ 組合課程愈趨近時，其學習成就表現也愈佳。此一課程架構後來成為 2019 數學領域課程綱要 (簡稱數學領綱) 國中階段研修的重要參考 (鄭章華, 2018)，也成為 MCDA 跨國課程比較的分析架構基礎。

MCDA 有 19 個國家／行政區參與；為行文方便，以下一律皆稱國家¹。由參與國家推選出具備數學背景的代表，於 2019 年針對各自國家的數學課程與教科書進行分析。這些專家代表在分析前接受了為期五天的培訓，以確保使用 MCDA 架構編碼的準確性和信度。

二、研究問題與研究方法

MCDA 在 E2030 計畫的宏大脈絡下，提出六個待解答的問題：

- (一) 相較於 25 年前 TIMSS-1995 的調查，數學課程的前後順序、內容重點與組織方式是否發生變化？
- (二) 數學課程在這 25 年當中有哪些典型的新興內容？以往未納入的新興主題，以多大程度添加進哪些年級中？
- (三) 數學素養是否已經納入國家課程標準 (standards) 與教科書中？換句話說，各國數學課程多大程度地轉向真實世界的應用需求？

¹ 澳洲、愛沙尼亞、希臘、匈牙利、以色列、日本、韓國、拉脫維亞、立陶宛、荷蘭、紐西蘭、挪威、葡萄牙、瑞典、美國、阿根廷、臺灣、香港、哈薩克。(頁 18)

（四）以八年級教科書內的練習題為調查對象，參與國家的教科書多大程度地提供數學學科內容與數學素養的學習機會？

（五）參與國的課程標準與其教科書內容之間，一致性程度為何？

（六）由誰做出哪些數學課程的決策？其力度和廣度為何？以及各國課程決策的模式是否有所不同？

為回答問題（一），MCDA 沿用 A+組合課程作為學習內容的參照基準。至於為回答問題（二）的新興內容，則是諮詢四大產業顧問——金融、製藥、通訊、半導體——以及數學家、數學教師的結果（p.17）。研究者將前述兩類學習內容整合起來，作成 MCDA 分析架構的「內容」部份（pp.115-117）²。最大宗的新興內容應屬機率分布與推論統計範疇，此外包含二進制與其他記數系統、非線性數學與統計模型、非規則幾何形體的估計、程式設計（包括虛擬碼（pseudocode）編程）等內容，還有一項「人文觀點的數學史」。

在內容以外，MCDA 為數學素養舉出三個向度：

- 量化推理，包括數學、統計、幾何和算法推理（包括算術演算法的推理）；
- 高階應用，包括數學應用與實境應用；
- 21 世紀能力：溝通、創造力、批判性思考、資訊工具使用、反思、韌性與彈性、系統思考（p.13）。

各國代表首先使用 MCDA 架構對 2019 年當時的數學正式課程（課程綱要或標準）進行編碼，識別每個主題在哪些年級進行教授。此外，代表們針對課程標準是否包含數學素養的三個向度進行編碼。編碼時，代表們被要求進行「低推理」編碼，這意味他們不應使用自己的詮釋或其他資訊來判斷特定年級是否涵蓋了某些主題，或者課程標準有沒有關注素養。相對地，各國代表只能嚴格遵循出現在官方課程中字詞的字面意思進行編碼，以確保編碼者信度。編碼時，不僅要確認各素養向度是否存在於課程標準中，還要進一步確認其受到強調的程度。

² p.117 應該有些排版錯誤：(1)「人文觀點的數學史」（列 15）應該是獨立項目，不屬於推論統計；(2)「量化推理」（列 16）屬於素養向度，非屬內容，在此標題之上應該另有一個標題。

各國代表接著分析該國最常使用的一本八年級數學教科書³。低推理原則同樣適用於教科書編碼。編碼員首先計算每個章節包含的練習題數量，然後將這些題目編碼為「計算題」或「文字題」。任何運用計算或是運用算則的題目皆編碼為計算題（包括求解簡單線性方程式）。計算題接著分為兩類編碼：「直白計算」與「高階數學應用」；文字題同樣分為兩類編碼：「標準文字題」與「高階實境應用」⁴。簡單解釋，「高階數學應用」雖為計算題，但學生獲得解答前，仍需要概念化、組織與擷取相關資訊以及發展邏輯策略，數學證明題為具代表性的例子。另一方面，「高階實境應用」的問題情境來自真實世界，且為弱結構問題，學生無法一眼看出可使用哪種數學概念來解題，在建立算式或方程式前，須先概念化、組織與擷取相關資訊。如果一道文字題被指認為高階實境應用，則進一步編碼，以辨識其是否提供量化推理與 21 世紀能力的學習機會。

為了探究誰決定課程的各個方面，MCDA 團隊開發由課程面向與決定角色所構成的評估表。課程面向由教學目標、教學內容、教學方法與評量考試等四大項組成，再細分成總共 14 個子項目。各國代表評估教育系統中不同行動者—國家（通常是指教育部）、負責課程的地區性學校辦公室、校長或行政人員、教師組織，以及教師個人—對於各子項目的決策有多大影響力，分為：「無正式控制」、「建議和推薦」、「限制、否決或修改建議」，和「最終權威或批准」四級。各國代表在四點量表上回答不同行動者在 14 個項目上的相對重要性。

參、MCDA 的研究發現與討論

工作論文以（原則上）每個國家 4 頁篇幅作成報告⁵，每個國家的報告都由 13 幅圖組成，編號圖一至圖十三。其中圖一至圖四（p.1）總結該國 1 至 8 年級數學正式課程的文件分析；圖五至圖八（p.2）總結該國 8 年級數學教科書的文

³ 數學教科書基於 2019 年已實施的正式課程來編寫，有些國家選擇了兩本，例如臺灣即分析了兩個版本的教科書，亦即這兩個版本教科書最常被使用。如果這樣，則所有數據皆取兩本書編碼計量的平均值。

⁴ 對於高階數學應用與高階實境應用題目有興趣的讀者，可參閱工作論文第 9 至 12 頁提供的範例。

⁵ 分析兩本教科書的國家（例如臺灣、香港）則在 4 頁篇幅之後，另加 2 頁，分別呈現各版教科書的狀況。最特別的是挪威，此國代表在 2019 年以當時課綱（LK06）做完研究，其結果如其他國家以 4 頁呈現（pp. 69-72），但是他們在 2020 年特別要求遞交按照新課綱（LK20）與新版 8 年級教科書重新做的結果。MCDA 並沒有將挪威的 2020 年新結果納入統計，但是以另外 4 頁（pp. 73-76）呈現了挪威的新數據；我們看到挪威的新舊兩版數學課綱與 8 年級教科書，發生了極大的變化。

件分析；圖九至圖十一（p.3）總結該國五種教育行動者在 14 個課程項目的影響力調查；圖十二與圖十三（p.4）呈現標準與新興數學內容在正式課程中的分布。同樣編號的圖，在各國報告中的規格完全一致，且其設計是將該國數據與 MCDA 研究之統計併陳，使讀者一目了然該國相對於全體（參與研究的 19 國）的狀況，而跨頁比對同樣編號的圖，也可以做兩國之間的比較。待答問題（一）、（二）在第 4 頁回答，待答問題（三）、（四）分別在第 1 和第 2 頁回答，待答問題（五）需要由讀者比對第 1 頁和第 2 頁之後自行推論，第 3 頁則專門回答問題（六）。

一、數學正式課程分析的發現與比較

在 19 個國家的課程標準中，大多數的學習內容安排與 TIMSS-1995 的 A+ 組合課程相似，雖然不一定以相同順序呈現或是放在同一年級。不意外地，許多新興的數學主題還沒有進入大多數參與國家的課程標準。儘管許多統計主題已納進參與國家的課程標準中，但只有少數國家在八年級之前正式放入推論統計。其他像是算法推理和非線性模型，則很少納入數學課程標準中。值得一提的是，圖十二的綠色網格和黃色網格是固定的參照，綠色網格顯示 TIMSS-1995 成就表現屬前三分之二的國家課程分布，黃色網格顯示此次 MCDA 研究中多數國家（超過 10 個國家）的課程內容分布（p.16），而且圖十三的黃色網格顯示各新興主題被幾個參與國納入幾年級的課程。這些固定參照圖，有助於各國看出自身課程主題安排與 MCDA 課程組合的異同。

臺灣的數學課程設計，在學習內容安排的量與質上，與其他國家差異不大。就量而言，我國於二至七年級涵蓋的數學主題數量可謂位於中段（在第一與第三四分位數之間），但一年級與八年級的內容主題數量則明顯少於其他國家。值得注意的是，筆者曾參與數學領綱的研修工作，在蒐集國中數學教師對於新課綱草案的意見時，許多人反應八年級安排的單元主題過多，可能會教不完。然而，和其他國家比起來，我國八年級的數學課程內容算是少的（p.95，圖一）。這樣的反應是否因為我國教學與評量內容過多造成的？有待進一步研究。

再者，就內容安排而言，筆者運用鄭章華（2018）的方法估計數學領綱與 A+ 組合課程以及 MCDA 內容架構的關聯性，也就是本國課程與圖十二之綠色網格與黃色網格的關聯性分析，研究結果請參見表 1。數學領綱與兩種課程模式在一至八年級的 ϕ 係數分別為 .477 與 .625， $p < .01$ 達到顯著，為中度相關。意味

數學領綱和現今主流的數學課程安排算是接近。相較於五至八年級，數學領綱在一至四年級的內容安排和兩種課程模式更為相近。簡言之，相較於九年一貫課程連貫性不足的問題（鄭章華，2020），數學領綱已予以重視和處理。

若詳細考察內容細項，在標準內容方面（圖十二）值得注意的有：我國課程似乎較晚介紹等式，指數與數量級則似乎提早很多，負數與坐標幾何的課程安排可能略顯短促。至於新興內容（圖十三），研究顯示數學領綱僅在六年級與八年級各納入一個新興主題，在納入的數量與年級方面，遠不及其他數學高成就國家，例如荷蘭、愛沙尼亞、韓國、香港等⁶。事實上，數學領綱在三年級引進列聯表，但可能其內容深度未達編碼的標準，所以沒有被記錄下來。

表 1 數學課程設計的關聯性分析

TIMSS-1995 A+ 組合課程			
數學領綱-2019	一至八年級內容	一至四年級內容	五至八年級內容
一至八年級內容	.477**	-	-
一至四年級內容	-	.533**	-
五至八年級內容	-	-	.446*
MCDA 2020 多數課程			
一至八年級內容	.625**	-	-
一至四年級內容	-	.686**	-
五至八年級內容	-	-	.575**

註：* $p < .05$, ** $p < .01$

雖然各國對於數學素養的強調有所不同，然而 MCDA 舉出的三個維度已成為常態。Schmidt et al. (2022) 認為課程標準對於數學素養的強調，旨在提示教師不僅要教授 K-8 年級數學的形式和基本內容，還要關注數學素養的發展。值得注意的是，各國在強調數學素養三維度的程度上存在重大的差異，這可以從圖二至圖四的盒狀圖底板看出來：首先，許多素養項目計次的最小值和第一四分位數都是 0，意味著至少五國的正式課程在此項目上全無著墨；其次，這些盒狀圖的最大值是由不同國家貢獻的，其中量化推理（圖二）的最大值來自澳洲與韓國，高階應用（圖三）的最大值來自紐西蘭，21 世紀能力（圖四）的最大值由葡萄牙、瑞典、荷蘭合力組成。

⁶ 取自 PISA 2018 資料。

相較於其他國家，數學領綱在量化推理方面似乎沒有提及算法推理，而幾何推理也相對偏少（p.95，圖二）。數學領綱在高階應用方面，以及 21 世紀能力的溝通方面，表述的次數大約處於中位數，其他方面的表述次數都偏低（p.95，圖三、圖四）。事實上，數學領綱從 7 年級起多處提及計算機，但是顯然並未被編碼至「資訊工具使用」項目。

二、八年級數學教科書分析的發現與比較

許多研究表明數學學習機會和學生在 PISA 的表現有一致且強烈的關聯（Cogan, Schmidt & Guo, 2019）。由於中小學教師以教科書做為主要教材，教師的教學內容與教科書涵蓋的內容有高達 .9 的相關性（p.112），因此 MCDA 以八年級為例，分析教科書中的練習題，藉以評估數學素養相關的學習機會。然而研究發現：儘管國家正式課程大多已強調數學素養，數學教科書提供學生發展數學素養的機會卻相當不足，顯示各國在這方面大多顯得「口惠而實不至」（p.112）；僅有挪威提供的 2020 年新結果呈現顯著的改變（p.74）。

總體而言，19 國八年級數學教科書有高達 81.31% 的練習題屬於「直白的」計算題，而有 2.22% 可辨識為「高階數學應用」的計算題；剩下的 16.47% 可列為文字題，其中只有 0.29% 被指認為「高階實境應用」的文字題（p.96，圖五），其他都是「被文字圍繞的計算題」而已（p.112），不足以提供充分的數學素養發展機會。八年級教科書平均提供不到六道與數學素養相關的練習題，換算不到整體百分之一的練習量，可以說是幾乎不存在。

臺灣兩版教科書的平均數據跟整體的分布差不多，有 75.12% 的直白計算題，2.10% 高階數學應用題，21.91% 的標準文字題，0.87% 高階實境應用題。但是這兩個版本還是有差別的：它們的直白計算題比例明顯不同：86.72% 與 62.92%，由此可知它們的文字題比例也大不相同：11.77% 與 34.35%，其中高階實境應用題型分別占 0.36% 與 1.40%。可見臺灣某版本提供學生更多解決高階實際應用問題的機會，雖然只有 1.4%，卻是另一版本（0.36%）與國際平均值（0.29%）的四倍之多。

簡言之，各國教育政策制定者已注意到發展下一代數學素養的重要性，期能藉由數學領綱的實施，以促進學生成為積極、負責任且參與社會運作之公民。然而數學教科書的內容與設計尚未跟進，未能提供學生應用數學解決真實生活問

題和進行高階數學思考的機會。換言之，長久以來學生對於「為什麼要學數學？我永遠也用不到」的疑問仍未獲得妥善的處理（Schmidt, et al., 2022, p.6）。

三、數學課程的權力分配

綜觀參與國家的課程決定層級，可發現各個層級對不同課程面向皆具有影響力。國家層級對於教學目標以及評量內容和標準有主要影響；地方層級的決策權雖然較弱，不過對各個面向仍有些影響力，學校、教師組織和個人則對於教學內容與方法有相當的決策權。根據圖九、十、十一（p.97），我國在數學課程各實踐項目上的權力分布可謂「涇渭分明」：屬於課程規劃的決策，全在國家，屬於教材與教法的抉擇，則全在教師（組織或個人）。我國的數學課程非常劃一：地區性、學校本位的差異幾乎不存在，學習進路的差異性（differentiated programme types）看來完全沒人關心，此一現象非常獨特，即使與我們鄰近的同儕國家相比（香港、日本、韓國）也顯得非常不同。被 MCDA 發現的此一獨特現象可能不限於數學領域，它可能是我國教育制度與社會文化的綜合表現。這個現象是否需要討論？如何討論？恐怕需要更多教育行動者的共同智慧。

肆、MCDA 帶給國內數學課程發展的啟示

MCDA 進行跨國課程與教科書分析比較，所使用之研究架構與所綜整之代表性模式有值得吾人參考之處。研究架構除了具信、效度可作為跨國課程比較之外，其衍生之代表性模式可作為下一代數學課程綱要發展的地圖與路徑參考，有助於我國領綱小組在安排各年級數學內容時考量到連貫性與數量合理性。再者，數學素養的三向度框架：量化推理、高階真實世界應用與 21 世紀能力，可作為研究人員／教師分析與評估數學教科書或是教材品質的重要依據。另一方面，MCDA 的研究也有其限制。首先是某些數學概念在特定語言中更難表達或是有不同的使用方式，可能對跨國數學課程比較構成挑戰。其次是 21 世紀能力的內涵尚未有定論，同樣屬於 OECD 的研究，MCDA 所採用的 21 世紀能力項目與 PISA（OECD, 2018a）即有所不同。這些限制可能會影響研究發現與解讀。

在數學內容的設計上，數學領綱與 MCDA 的課程理念相近。相較於其他國家，數學領綱的數學學習內容並不算多，有些年級的內容甚至遠低於主流課程，在納入新興數學主題方面也少於數學學習高表現國家。由於學習節數的限制，課

程綱要很難兼顧數學基本知能與新興數學主題，發生此一問題是可以理解。建議往後數學課程修訂或微調時，須關注提供學生習得因應未來科技發展的數學內容，或許考量移除一些對於大學學習或職涯發展不那麼直接相關的數學主題，或是調整數學領域學習節數——包括增加選修時數或提高自學的機會，以確保全體學生具備基本知能與因應未來所需的數學，在保持學習機會公平性的前提下維護個別差異。

在數學素養方面，我國現行的數學課程大致能提供學生發展數學素養的機會，著重統計推理與創造力，然在資訊工具的使用相當不足。過去的中小學數學課堂在很大程度上未能充分使用資訊科技工具，事實上，連計算機的使用幾乎是不被鼓勵甚至是禁止的；此一現實可能是阻礙量化推理與高階實境應用能力的最關鍵因素。數學領綱認識到需逐步讓數學教學和評量與資訊工具結合，但為兼顧教學現場的實際狀況和接受度，決定以融入計算機的使用為首要步驟，提高教學效率和學生學習的效益（鄭章華，2018）。考量資訊科技發展的突飛猛進與 AI 工具對於現代社會的重大影響，我國的數學課程對於資訊工具的使用應加大改革的力度，將進階資訊工具應用納入下一波課綱研修的重點項目，以及考量納入大型入學考試或學力檢測。

教科書分析顯示，數學素養的理念從國家課程到教科書編寫甚至是課堂實踐產生了不小的落差。題型分析的結果顯示，現今數學教科書的編寫並未出現九年一貫課程時期的趨同現象（張芬芬、陳麗華、楊國楊，2010），而是各有特色；這一點與鄭章華、林佳慧（2021）針對數學領綱教科書研究的結果相近。不同版本的數學教科書雖各有編輯特色，然皆未能充分提供學生在真實生活中運用數學的機會，殊為可惜。值得注意的是，挪威經驗顯示：教科書在短時間內的大規模轉向是可能的。本文建議在教科書審定政策上給予出版商適時引導和規範，並納入教科書審查基準。

相較於其他國家的數學課程權力分配狀況，臺灣數學課程權力分配的劃一現象相當特殊。這是否反映了現行學校本位課程發展畫地自限於於彈性學習課程，在部定課程這一塊著墨不足或是力有未逮？以及縣市局處在部定課程轉化上是否應投注更多心力與扮演積極角色，需要更多研究與政策探討。

總之，通過對不同國家的數學課程進行國際比較，我們可以深入了解不同教育體系的運作方式並找出改進空間。政策制定者、教育工作者和研究人員可以從其他國家的成敗經驗中汲取教訓，發掘存在於自身教育體系中待改進之處，有助提昇本國的數學教育政策和實踐。

參考文獻

- 張芬芬、陳麗華、楊國楊（2010）。臺灣九年一貫課程轉化之議題與因應，*教科書研究*，3（1），1-40。
- 鄭章華（2018）。今日的課綱 明日的課史：十二年國教數學領綱之發展。載於鄭章華主編，*數往知來 歷歷可述—中小學數學課程發展史*（下冊）（頁 521-564）。新北市：國家教育研究院。
- 鄭章華（2020）。從課程研修探討我國數學教育之問題。*台灣教育研究期刊*，1（1），177-192。
- 鄭章華、林佳慧（2021）。從數學教科書設計初探素養導向理念之轉化。*台灣教育研究期刊*，2（3），27-46。
- Cogan, L. S., Schmidt, W. H., & Guo, S. (2019). The role that mathematics plays in college- and career-readiness: evidence from PISA. *Journal of Curriculum Studies*, 51(4), 530–553. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/00220272.2018.1533998>
- Kumar, S., Kumar, V., & Attri, K. (2021). Impact of artificial intelligence and service robots in tourism and hospitality sector: Current use & future trends. *Administrative Development: A Journal of HIPA, Shimla*, 8(SI-1), 59–83. Retrieved from <https://doi.org/10.53338/adhipa2021.v08.si01.04>
- Leung, F. K. S. (2005). Some characteristics of East Asian mathematics classrooms based on data from the TIMSS 1999 Video Study. *Educational Studies in Mathematics*, 60(2), 199-215.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- OECD (2018a). *PISA 2021 Mathematics Framework (Draft)*. Author. Retrieved from <https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%202021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>
- OECD (2018b). *The Future of Education and Skills: Education 2030*. Paris: Author.
- Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2007). Lack of focus in the mathematics curriculum: Symptom or cause? In T. Loveless (Ed.), *Lessons learned: What international assessments tell us about math achievement* (pp. 65-84). Washington, DC: Brookings Press.

- Schmidt, W. H., Guo, S., & Houang, R. T. (2021). The role of opportunity to learn in ethnic inequality in mathematics. *Journal of Curriculum Studies*, 53(5), 579–600. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/00220272.2020.1863475>
- Schmidt, W. H., Houang, R. T., Sullivan, W. F., & Cogan, L. S. (2022). *When practice meets policy in mathematics education: A 19 country/jurisdiction case study*, OECD Education Working Papers, No. 268. OECD Publishing. Retrieved from <https://doi.org/10.1787/07d0eb7d-en>.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., & Raizen, S. A. (1997). *Many visions, many aims: A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H.-C., Wiley, D. E., Cogan, L. S., & Wolfe, R. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Schmidt, W. H., Wang, H.-C., & McKnight, C. C. (2005). Curriculum coherence: An examination of U.S. mathematics and science content standards from an international perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 37(5), 525-559.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: Free Press.
- Suter, L. (2017). How international studies contributed to educational theory and methods through measurement of opportunity to learn mathematics. *Research in Comparative and International Education*, 12(2), 174–197. Retrieved from <https://doi.org/10.1177/1745499917711549>
- Tiwari, R. (2023). The impact of AI and machine learning on job displacement and employment opportunities. *International Journal of Scientific Research in Engineering and Management Research*, 7(1). Retrieved from <https://doi.org/10.55041/ijsrem17506>