

國立中央大學

數學研究所

碩士論文

臺灣及美國數學教科書

比例單元之內容分析

Content Analysis of Proportion in Taiwanese and American
Mathematics Textbooks

研究生：劉珈妤

指導教授：單維彰

中華民國 113 年 6 月

國立中央大學圖書館學位論文授權書

填單日期：_113_ / _7_ / _28_

2019.9 版

授權人姓名	劉珈妤	學號	111221015
系所名稱	數學系	學位類別	<input checked="" type="checkbox"/> 碩士 <input type="checkbox"/> 博士
論文名稱	臺灣及美國數學教科書比例單元之內容分析	指導教授	單維彰

學位論文網路公開授權

授權本人撰寫之學位論文全文電子檔：

·在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」。

()同意立即網路公開

()同意 於西元_____年_____月_____日網路公開

()不同意網路公開，原因是：_____

·在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」

()同意立即網路公開

()同意 於西元_____年_____月_____日網路公開

()不同意網路公開，原因是：_____

依著作權法規定，非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統與國家圖書館，不限地域、時間與次數，以文件、錄影帶、錄音帶、光碟、微縮、數位化或其他方式將上列授權標的基於非營利目的進行重製。

學位論文紙本延後公開申請 (紙本學位論文立即公開者此欄免填)

本人撰寫之學位論文紙本因以下原因將延後公開

·延後原因

()已申請專利並檢附證明，專利申請案號：

()準備以上列論文投稿期刊

()涉國家機密

()依法不得提供，請說明：_____

·公開日期：西元_____年_____月_____日

※繳交教務處註冊組之紙本論文(送繳國家圖書館)若不立即公開，請加填「國家圖書館學位論文延後公開申請書」

研究生簽名： 劉珈妤

指導教授簽名： 單維彰

國立中央大學碩士班研究生 論文指導教授推薦書

數學系碩士班 學系/研究所 劉珈妤 研究生

所提之論文 臺灣及美國數學教科書比例單元之內容分析

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 葉維彰 (簽章)

113 年 6 月 8 日

1130608

國立中央大學碩士班研究生 論文口試委員審定書

數學系碩士班 學系/研究所 劉珈姪 研究生

所提之論文 臺灣及美國數學教科書比例單元之內容分析

經由委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人

王婷瑩

委

員

單維毅

俞孝巨

王婷瑩

中 華 民 國

113 年 6 月 27 日

1130626

摘要

本研究旨在分析臺灣五至九年級及美國六至八年級教科書中比例單元，以利了解兩版教科書間的編寫差異，研究方法為內容分析法，情境題分類以量化的方式進行，而無法進行量化的一些教科書編排或內容差異則以質性分析進行探討。

本研究的量化研究發現在教學例方面，兩版題數的差異不太明顯，但在課後練習上，美國版明顯題目較多，為學生提供了更多的練習機會；臺灣版國小階段的比例課程總題數偏重於無情境題目的狀況，但因題目數相對較少，可能降低了精熟練習的機會。在整個比例單元中，美國版課後練習的情境類型分布與臺灣相似，但兩版教學例的情境類型分布則明顯不同，臺灣版教學例分布偏重無情境與個人情境，而美國版教學例的分布以個人情境最多，社會與職業情境次之。

質性分析顯示，兩版的內容編排方式差異在於美國版更注重問題導向，而臺灣版則較注重先備知識和定義的描述；在美國版單元間的連結與銜接方面，透過索引和核心標準強調知識之間的連貫性，有助於學生形成更完整的理解；因臺灣版新課綱刪除六年級正比單元，研究者針對臺灣版舊課綱六年級正比內容做探討，認為六年級無提出正比，有可能會讓學生失去學習的機會。最後，臺美兩版比例課程的內容異同主要體現在單元放置、具體內容和教學重點上。

本文最末附上臺灣版比例單元之「21 世紀技能」簡易分類，並與文獻中的 IB 某版教科書的比例單元比較。研究者期許本研究之結果能提供未來比例課程設計者一些參考，並希望能對於臺灣中小學數學教科書中比例單元的教材設計有所助益。

關鍵字：數學、比例、教科書、臺灣、美國、內容分析法、情境。

Abstract

The purpose of this study is to analyze the proportional units in the textbooks of grades 5 to 9 in Taiwan and 6 to 8 in United States to understand the differences in the writing of the two editions of textbooks.

The quantitative study of this study found that in terms of teaching examples, the difference in the number of questions between the two editions was not obvious, but in the after-class practice, the United States version obviously had more questions, providing students with more opportunities to practice. The total number of questions in the Taiwan version of the proportional curriculum at the primary level is biased towards the situation of non-situational questions, but because the number of questions is relatively small, it may reduce the opportunity for proficient practice. In the whole scale unit, the distribution of situation types in the United States version of after-school exercises is similar to that in Taiwan, but the distribution of situation types in the two versions of teaching examples is significantly different, the distribution of teaching examples in Taiwan is more focused on no situation and personal situation, while the distribution of teaching examples in United States version is most in personal situation, followed by social and professional situation.

The qualitative analysis shows that the difference between the content arrangement of the two editions is that the United States version pays more attention to the problem orientation, while the Taiwan version pays more attention to the description of prior knowledge and definitions. In terms of links and articulation between units in the United States version, the coherence between knowledge is emphasized through indexes and core standards, which helps students form a more complete understanding; Due to the deletion of the sixth-grade proportional unit from the new Taiwan version of the syllabus, the researchers discussed the sixth-grade proportional content of the old Taiwan version of the syllabus, and believed that the sixth-grade did not propose a proportionality, which may

make students lose the opportunity to learn. Finally, the similarities and differences in the content of the two versions of the Taiwanese and American proportional courses are mainly reflected in the unit placement, specific content and teaching focus.

At the end of this article, a simplified classification of "21st Century Skills" of the Taiwan edition of the scale unit is applied, and a comparison is made with the scale unit of an IB textbook in the literature. The researchers hope that the results of this study can provide some reference for future proportional curriculum designers, and hope that it will be helpful for the teaching material design of proportional units in primary and secondary school mathematics textbooks in Taiwan.

Keywords: mathematics, proportions, textbooks, Taiwan, United States, content analysis, situation.

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
目錄.....	IV
圖目錄.....	VI
表目錄.....	XI
第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機與背景.....	1
第二節 研究目的與問題.....	3
第三節 研究範圍與限制.....	3
第四節 名詞解釋.....	4
第二章 文獻探討.....	7
第一節 PISA 2022 數學架構之文獻探討.....	7
第二節 教科書分析的文獻探討.....	12
第三節 臺灣及美國課綱比較.....	14
第四節 內容分析法.....	21
第三章 研究方法.....	23
第一節 研究流程.....	23
第二節 研究對象.....	24
第三節 研究工具.....	28
第四節 信效度.....	38

第四章 資料分析結果	43
第一節 教材之題目量化分析結果.....	43
第二節 臺美兩版各單元內部編排方式之質性分析結果.....	49
第三節 臺美兩版單元間的銜接與連結之質性研究結果.....	63
第四節 臺灣版新舊課綱正比內容之銜接.....	84
第五節 臺美兩版比例課程內容之質性分析結果.....	88
第五章 結論與建議	103
第一節 結論.....	103
第二節 建議.....	109
參考文獻	114
附錄	116
附錄一 美國版題目.....	116
附錄二 美國比例單元情境題分類表.....	117
附錄三 臺灣國比例單元情境題分類表.....	124
附錄四 臺灣有情境教學例 21 世紀技能分類表.....	130

圖目錄

圖 2-1 《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例》P.51 21 世紀技能研究結果	11
圖 2-2 《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例》P.39 21 世紀技能的分類說明	11
圖 3-1 研究流程圖.....	24
圖 3-2 編碼 7-4-1-10(B1)	31
圖 3-3 編碼 7-4-1-10(B2)	31
圖 3-4 編碼 5B-8-1-3(A).....	32
圖 3-5 編碼 5B-8-1-3(B)	32
圖 3-6 編碼 7(H)-4-2-2	32
圖 3-7 編碼 5B(H)-8-3-4	33
圖 3-8 編碼 5B(H)-8-T-5.....	33
圖 3-9 編碼 7B(H)-2-1-11.....	33
圖 3-10 編碼 7B(H)-2-T-1	33
圖 3-11 無情境例題 編碼：6(H)-2-1-41.....	36
圖 3-12 個人情境例題 編碼：7(H)-4-1-20(A).....	36
圖 3-13 職業情境例題 編碼：7-4-1-28.....	37
圖 3-14 社會情境例題 編碼：7(H)-4-1-3(A)	37
圖 3-15 科學情境例題 編碼：7(H)-4-1-65(A).....	38
圖 3-16 編碼 7B-2-1-20 之題目	41
圖 4-1 課前展望-1.....	50
圖 4-2 課前展望-2.....	50
圖 4-3 數學亮點	51
圖 4-4 CCSS-數學實踐和思維習慣	52

圖 4-5 美國版教學內容前言	53
圖 4-6 共同核心標準細項	53
圖 4-7 美國版學習內容 1	54
圖 4-8 美國版學習內容 2	54
圖 4-9 數學反思	55
圖 4-10 單元專題	56
圖 4-11 課程回顧	57
圖 4-12 英語/西班牙語詞彙表	58
圖 4-13 索引	58
圖 4-14 課前引導漫畫	59
圖 4-15 溫故啟思	60
圖 4-16 臺灣版教學內容 1	60
圖 4-17 臺灣版教學內容 2	61
圖 4-18 重點整理	61
圖 4-19 數學素養	62
圖 4-20 臺灣版銜接 1	64
圖 4-21 臺灣版銜接 2	64
圖 4-22 美國版銜接 1	65
圖 4-23 美國版銜接 2	66
圖 4-24 臺灣版連結 1	67
圖 4-25 臺灣版連結 2	67
圖 4-26 臺灣版連結 3	68
圖 4-27 臺灣版連結 4	68
圖 4-28 臺灣版連結 5	69
圖 4-29 臺灣版連結 6	69
圖 4-30 臺灣版連結 7	70

圖 4-31 美國版連結 1	71
圖 4-32 美國版連結 2	72
圖 4-33 美國版連結 3	72
圖 4-34 美國版連結 4	73
圖 4-35 美國版連結 5	74
圖 4-36 美國版連結 6	74
圖 4-37 美國版連結 7	75
圖 4-38 美國版連結 8	76
圖 4-39 美國版連結 9	77
圖 4-40 美國版連結 10.....	78
圖 4-41 美國版連結 11.....	79
圖 4-42 美國版連結 12	79
圖 4-43 美國版連結 13.....	80
圖 4-44 美國版連結 14.....	81
圖 4-45 美國版連結 15.....	81
圖 4-46 美國版連結 16.....	82
圖 4-47 美國版連結 17.....	83
圖 4-48 臺灣九年一貫六年級正比 1.....	85
圖 4-49 臺灣九年一貫六年級正比 2.....	85
圖 4-50 臺灣九年一貫六年級正比 3.....	86
圖 4-51 臺灣九年一貫六年級正比 4.....	86
圖 4-52 臺灣九年一貫六年級正比 5.....	87
圖 4-53 臺灣九年一貫六年級正比 6.....	87
圖 4-54 臺灣九年一貫六年級正比 7.....	88
圖 4-55 臺灣版定義呈現方式.....	89
圖 4-56 美國版定義呈現方式.....	90

圖 4-57 美國版正比	91
圖 4-58 臺灣版正比 1	92
圖 4-59 臺灣版正比 2	92
圖 4-60 臺灣版正比 3	93
圖 4-61 臺灣版正比 4	93
圖 4-62 臺灣版正比 5	94
圖 6-63 美國版反比	94
圖 4-64 臺灣版反比 1	95
圖 4-65 臺灣版反比 2	96
圖 4-66 臺灣版反比 3	96
圖 4-67 臺灣版連比 1	97
圖 4-68 臺灣版連比 2	97
圖 4-69 臺灣版連比 3	98
圖 4-70 臺灣版連比 4	98
圖 4-71 臺灣版連比 5	99
圖 4-72 臺灣版連比 6	99
圖 4-73 臺灣版連比 7	99
圖 4-74 臺灣版連比 8	100
圖 4-75 臺灣版連比 9	100
圖 4-76 美國版有理數 1.....	101
圖 4-77 美國版有理數 2.....	102
圖 5-1 兩版總題數分析	103
圖 5-2 臺灣版國小情境題分佈.....	104
圖 5-3 臺灣版國中情境題分佈.....	104
圖 5-4 臺灣版國中小情境題有無之分析	105
圖 5-5 美國版情境題分佈.....	105

圖 5-6 美國版情境題有無之分析	106
圖 5-7 臺美兩版教學例及課後練習之情境分佈	106
圖 5-8 臺美兩版總題目之情境分佈	107
圖 5-9 系統思考 編碼：7B-2-1-13.....	112
圖 5-10 資訊的使用 編碼：7B-2-2-5(A).....	112
圖 5-11 溝通 編碼：5B-8-1-2(A).....	113
圖 5-12 反思與創造 編碼：5B-8-1-2(B).....	113

表目錄

表 2-1 臺灣 PISA 國家研究中心發布之 PISA 2022 數學評量架構各情境說明	8
表 2-2 PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK 各情境說明	8
表 2-3 臺灣與美國所選用之教科書課綱	14
表 2-4 臺灣國中小比例相關學習內容及表現編碼 (108 課綱)	16
表 2-5 臺灣國中小比例相關學習內容與能力指標 (九年一貫課程綱要)	17
表 2-6 美國版有關比例相關課程的課程編碼及內容	19
表 2-7 美國八年級函數單元之單元編碼	20
表 2-8 研究所選用美國國中數學教科書的共同核心標準	20
表 3-1 臺灣教科書之比例單元及章節	25
表 3-2 美國六年級單元編碼	26
表 3-3 美國七年級單元編碼	26
表 3-4 本研究所選美國教科書之單元及章節	27
表 3-5 例題編碼原則	29
表 3-6 例題情境勾選表	34
表 3-7 原操作型定義與調整後定義的比較	34
表 3-8 情境類型之第一次評分者互相同意值	39
表 3-9 情境類型之第二次評分者互相同意值	40
表 4-1 美國六年級及七年級教材各年級比例相關題目之情境統計	44
表 4-2 美國版比例相關總題目之情境統計	45
表 4-3 臺灣版各年級比例題目之情境統計	47
表 4-4 國中小兩階段比例題目之情境統計	48
表 4-5 臺灣版比例總題目之情境統計	48
表 4-6 臺美兩版各單元內容編排方式的異同	63
表 5-1 情境例題 21 世紀技能勾選表 (可複選)	111

表 5-2 臺灣版與 IB 比例單元的 21 世紀技能分類比較	112
---------------------------------------	-----

第一章 緒論

教育是知識的傳播機制，良好的教育與社會的發展互相關聯，一個國家如果有優質的教育，那麼對於社會與經濟的發展是無往不利的，所以因應時代的變遷，教育的改革一直是各國政府需認真辦理的事，臺灣也不例外。

在臺灣「108 課綱」實施之前，已有多次重要的修訂。國中小的部分，在西元 1998 年公佈了「國民教育階段九年一貫課程總綱綱要」，隨後於西元 2000 年公布了「國民中小學九年一貫課程暫行綱要」，然後在西元 2003 年正式實施了「國民中小學九年一貫課程綱要」。在此之後，於西元 2008 年最後一次修定國民中小學九年一貫課程的綱要。而高中部分的課綱從 2006 年的「95 暫綱」開始，經歷暫緩實施的「98 課綱」後，於 2010 年正式實施了「99 課綱」。在 2017 年公告的「108 課綱」之前，國中小和高中的課綱是分開的，而「108 課綱」開始才將國中小與高中課綱合併。

在數學領域中，比例課程分布在國中小的數學課程裡，臺灣的課程綱要將比例學習內容正式列在 5 至 9 年級，並在普通高中 11 年級 B 類課程的手冊中再次提示比例觀念的重要，由此可見比例課程對於數學學習與生活應用的重要性。所以研究者認為單元的課程內容值得關注。

本章首先說明研究動機與背景，接著說明本研究的目的與問題，第三節對研究中出現的特定專有名詞進行解釋說明，最後為說明此研究的範圍與限制。

第一節 研究動機與背景

依據聯合國「2030 永續發展目標」(United Nations, 2023) 的「優質教育」與臺灣十二年國教的理念有關。十二年國教的終身學習需仰賴優質的教育，優質的教育也是讓國家競爭力增強，並得以永續發展的一個重要關鍵。而教材的目的就是在落實教育理念，所以教材的改善是現在的一大課題，影響著學生是否能有效學習，教師是否能有效教學。

各國的教材都不盡相同，其不同的因素有很多，例如：文化，政治，經濟等。數學課程關注的方面都會因這些眾多因素的不同而呈現出不同的特色和價值取向(王承旭，

1999)，而教材是間接體現這些不同的具體存在。跨國教科書的比較能看出不同國家發展出的數學思維，所以跨國教科書比較對於如何讓我國學生接收更好數學教育有良好的正向幫助。研究所學長姐已有針對中國，英國，德國等國家做跨國教科書比較的探討，而研究者想繼續擴展其他不同的國家，而美國在各方面影響我國甚多，所以此篇論文選擇與美國教科書進行比較。且研究對象選擇臺灣五至九年級及美國六至八年級教科書的原因是：兩國課綱將比例單元安排在這些年級。

我們在生活中隨處可見比例的應用，如：統計結果的表示、折扣……等，在其他的教學主題也是重要的一環，例如學幾何時三角形的三邊比，教育部（2022）數學課程手冊中，高中二年級數 B 的 G-11B-3 平面上的比例，也特別提及平面幾何需用到比例的先備知識。學者 Lamon（1994）也指出比例概念的重要性，他認為如果對於比例觀念的了解沒有透徹，會間接導致基礎的數學概念不穩固，也會因此影響到高等數學的學習。由上述可知比例的重要性，所以在臺灣比例這個單元橫跨了國中小。

現今臺灣施行 108 課綱十分強調素養導向的教學，除了科技的融合，也希望教師可以用真實的問題進行教學，有助於學生能在真實生活中應用所學的數學知識。這也與 PISA 的評量架構相符合，而 PISA 的評量是全球很多國家採信的數學能力檢測，而教科書是培育這些能力的重要媒介，所以研究者認為以情境進行教科書例題的分類是值得探討的。

根據過去的跨國比較的研究，以及研究者自身求學經驗，觀察到的臺灣教科書（包含習作）並無提供學生足夠的精熟練習機會，在觀念或主題之間也無清楚的連結，且當同一個主題橫跨幾個年級來教學時，例如：比例單元，前後銜接的連貫性也不足，所以想要研究者想實際對於這些問題進行研究。

因上述的動機及背景，本研究旨在以 PISA 架構分析美國和臺灣教科書中比例單元的題目情境。這個研究有助於我們更好地理解不同國家的數學教育方法，並提供有價值的參考，以改進教科書內容和教學策略，並促進學生對數學的理解和應用能力的提高。

第二節 研究目的與問題

本節將根據第一節的動機與背景，提出本研究的目的與問題。本研究對於臺灣及美國的數學教科書比例主題進行研究分析，希望針對教科書之教學例及課後練習題目，提出一些給予未來臺灣教科書編排或者課綱修訂上的建議。

本研究主要在針對臺灣國小五、六年級，及國中教科書內容中的比例部份，與美國國中階段（六至八年級）教材的比例部分，透過 PISA 架構之情境類型進行量化分析。研究年級段的選擇，是因為根據兩國課程綱要，臺灣版比例內容是出現在國小與國中，美國是出現在國中階段，將在文獻探討中說明。而教材的編排順序以及其他脈絡問題以質性方式論述。

以內容分析作為研究工具，可分為量化分析及質性分析。以下為量化分析及質性分析提出的研究目的。

量化分析：

1. 以 PISA 架構之情境類型為依據，探討臺美兩版比例單元之教學例與課後練習，對於情境類型的分佈。

質性分析：

2. 探討臺灣與美國教材單元內部的編排方式的異同。
3. 探討臺美兩版單元間的連結與銜接。
4. 探討臺灣版新舊課綱正比的銜接。
5. 探討臺美兩版比例課程的內容異同。

第三節 研究範圍與限制

以下將說明本研究的範圍與限制。

1. 美國教材的限制：美國的教科書是選用依據美國共同核心課綱所編定的教科書 Connected Mathematics Project 3 進行研究，因美國並無全國統一的課綱，而且各校可自選教科書，所以選材部分使研究結果會有所限制，此教材並無法代表整個美國

的教材。

2. 臺灣教材的限制：研究者針對 108 課綱的規範，預先觀察各版本並無明顯差異，所以研究者擇一臺灣教科書進行研究。研究當前國小五年級為 108 課綱實施的第一屆，所以小學五年級的下學期及當前六年級的教材還未有以 108 課綱編寫的教材。所以本研究是採研究當前（2023 年）臺灣所使用的教材，國小是採舊課綱，國中是採 108 課綱。
3. 研究對象的不足：由於本研究需針對數學教科書內容的編排與教學脈絡進行研究分析，所以研究者只對兩版本教材做分析。臺灣版因各版差異不大無影響，但美國版則會面臨研究對象不足的疑慮，這也為此研究的限制之一。

第四節 名詞解釋

1. 教科書 (textbook)：與論文中的「教材」為同義詞。本研究對教科書定義是教師授課的實體媒介，本論文臺灣教科書部分是依據課程綱要所編寫而成的某一版教材，包含課本及習作，文中以「臺灣版」簡稱之。美國教科書為 Connected Mathematics Project 3，文中以「美國版」簡稱之。
2. 教學例 (teaching examples)：是指教學時使用的例題。本論文的教學例是指教科書為教師或學生所準備的，假設是在課堂中使用的例題與隨堂練習。
3. 課後練習 (homework)：指教科書提供的需要在課後完成的學習任務或作業，由教師、家長或學生自己選擇要做多少。這些作業通常包括閱讀、寫作、數學練習、研究報告、項目或其他學術任務。課後練習的目的是幫助學生練習和應用他們在課堂上學到的知識，並提供機會加深對學科的理解。本論文的課後練習是美國教科書章節後方的回家作業、臺灣課本單元總習題，以及習作題目。
4. 國際學生能力評量計畫 (PISA)：PISA 是一項由經濟合作與發展組織 (OECD) 發起的國際性教育評估計畫。自 2000 年開始，PISA 每三年舉行一次，旨在測量 15 歲學生在閱讀、數學和科學三個核心領域的能力，以及他們應用知識和技能解決現實生活問題的能力。2022 年的 PISA 數學評量主要理念為，希望建立學生「探究」式

的學習、「歸納」資訊並進行「批判性思考」的能力，進而達到「有意義的溝通」。

PISA 素養評量可分為三個面向：數學推理與解決問題，數學內容，真實情境脈絡的問題。本研究將針對的是情境脈絡的問題做探討。

5. 比例 (proportion)：臺灣版比例教學內容包括佔比、百分比、正反比、比與比值等。美國版比例內容教學內容包含佔比、比與比值等。臺美兩版對於比例內容中的名詞的對應包括了，臺灣版教科書佔比對應為美國版教科書的 rate，臺灣版教科書比與比值皆對應美國版教科書中的 ratio，有的部分比值是對應到 unit rate，翻譯的選擇根據英文的前後文決定。比值存在於當 $a:b$ 中 $b \neq 0$ ，其比值為 $\frac{a}{b}$ ，臺灣版教科書的比例與比例式對應美國版教科書的 proportion。

第二章 文獻探討

本章為文獻探討，分為四節。第一節為 PISA 2022 數學架構之文獻探討，首先了解目前 PISA 2022 中數學的主要理念，再以 PISA 相關研究論文之文獻做探討，最後說明 PISA 2022 在本論文中的應用。第二節為教科書分析的文獻探討，主要探討了關於跨國教科書比較的文獻及研究比例單元教育的相關文獻資料，了解到跨國教科書比較的重要性，以及比例教育仍存在改善空間，進而促使研究者希望本論文以「比例」單元的進行跨國比較。第三節為臺灣及美國課綱比較，因本研究的研究對象為臺灣與美國數學教科書中的比例單元，所以除了著重介紹臺灣與美國課綱中數學的教育目標，以及比例單元所需的內容及能力進行探討，並整理出兩課綱的編排差異。第四節為本研究採用的方法，內容分析法，本節會具體說明內容分析的步驟及說明本論文採質量並重的形式進行研究。

第一節 PISA 2022 數學架構之文獻探討

在十二年國教課綱實施後，教材因應素養導向，更進一步強調「真實生活情境」的題目設計，也就是數學的教材設計必須「貼近學生真實的生活」。而 PISA2022 也強調數學的「情境脈絡」，臺灣課綱與 PISA2022 對於著重於情境中學習數學是有相同的期許。

2022 年的 PISA 數學評量主要理念為，希望建立學生「探究」式的學習、「歸納」資訊並進行「批判性思考」的能力，進而達到「有意義的溝通」。

依據國立臺灣師範大學臺灣 PISA 國家研究中心發布之 PISA 2022 數學評量架構，素養評量可分為三個面向：數學推理與解決問題，數學內容，真實情境脈絡的問題。以下為各面向之介紹：

1. 數學推理與解決問題過程：數學推理與解決問題過程是指在解決數學或現實生活中的問題時，進行思考、分析、推理和應用數學知識和方法的過程。
2. 數學內容：涵蓋數學領域各種主題和概念的內容，這些主題和概念包括「數量、不確定性與資料、變化與關係、空間與形狀」。這些內容用於解決問題、推理和建立數學模型，並在數學教育中作為學習的基礎。數學內容可以根據不同的教育階段和

課程設計進行組織和教導。

3. 真實情境脈絡的問題：情境脈絡可以指涉到各種不同的元素，包括社會、文化、環境、技術、歷史和其他相關因素，以幫助詮釋和應對不同情況下的挑戰或機會。情境脈絡在解決問題、溝通和學習過程中起著重要作用，幫助人們更好地理解 and 應對複雜的現實情況。根據 PISA 評量架構，將情境脈絡分為，個人、職業、社會與科學。

國立臺灣師範大學臺灣 PISA 國家研究中心發布之 PISA 2022 數學評量架構，如表 2-1，以及 PISA 2022 Mathematics Framework，如表 2-2，皆為對於各情境有說明。本研究除了這四類情境，還會增加一個無情境的類型，並會依據表 2-1 及表 2-2 的說明，在研究方法中提出本論文的情境類型之操作定義。而單獨提出「無情境」分類的原因是為了區分那些不需要依賴外部情境或應用背景的數學問題。這些問題旨在評估學生對數學理論和抽象概念的理解，而不受特定情境或應用領域的影響。

表 2-1 臺灣 PISA 國家研究中心發布之 PISA 2022 數學評量架構各情境說明

情境類型	說明
個人	指的是和個體以及家庭日常生活有關的問題情境。
職業	是和工作場合有關。
社會	是和個體生活的社群有所關聯，包括了區域、國家，全球性的。
科學	指的是在科學或者科技情境中運用數學。

資料來源：臺灣師範大學臺灣 PISA 國家研究中心發布之 PISA 2022 數學評量架構

表 2-2 PISA 2022 Mathematics Framework 各情境說明

情境類型	說明
個人	在個人情境分類中，問題主要集中在個人自身、家庭或同儕群體的活動。可以被認為是個人情境的範疇包括（但不限於）涉及食物準備、購物、遊戲、個人健康、個人交通、娛樂、運動、旅行、個人時間安排和個人財務等方面。
職業	在職業情境分類中，問題主要圍繞工作世界。被分類為職業的項目可能涉及（但不限於）建築材料的測量、成本計算和訂購，薪資/會計，質量控制，時間安排/庫存管理，設計/建築，以及與工作相關的決策（無論是否使用適當的技術）。雖然 PISA 調查中的項目必須適合 15 歲的學生，但

	職業情境可能涉及任何層次的勞動力，從非熟練工作到最高級別的專業工作。
社會	在社會情境分類中，問題主要集中在個人所在的社區（無論是地方性的、全國性的或全球性的）。這些問題可能涉及（但不限於）選舉制度、公共交通、政府、公共政策、人口統計、廣告、健康、娛樂、國家統計和經濟。儘管個人在這些方面都有個人的參與，但在社會情境分類中，問題的焦點是從社區的角度出發。
科學	在科學分類中的問題涉及數學在自然界及與科學和技術相關的議題和主題中的應用。特定情境可能包括（但不限於）氣象或氣候、生態學、醫學、太空科學、遺傳學、測量以及數學世界本身。在數學內部的項目，即所有元素都屬於數學世界的項目，屬於科學情境。

資料來源：：PISA 2022 Mathematics Framework（作者譯）

下文是以「PISA」為關鍵字搜尋之相關研究論文之文獻：

1. 陳盈如、左太政與劉嘉茹（2022）於《科學教育期刊》發表之 PISA 視角下：數學素養概念架構與量表工具之發展與驗證

因研究當時的現有數學的素養之量表強調特定的數學主題，並主要集中在教學後對學生素養的能力進行短期評估，但忽視了數學素養是仰賴長期的培養，重視發展的過程，以至於這些評估未能提供有意義的方式來綜合觀察學生的長期素養發展。所以本研究的主要目標在於開發一項因應 PISA 評估，用以評估中學生在數學素養方面的個別差異的「數學素養量表」。

此研究以便利取樣方法驗證該量表的信度和效度，並選取了 639 名學生為受試者。結果顯示了五個構面：「數學本質」、「數學思維」、「數學表徵」、「數學合作」和「民族數學」，與預試量表中的五個構面相符，並移除了 8 個不適當的題目，保留了 32 個題目，形成了具有建構效度的數學素養量表。此研究整體信度達到.947，也表明這個數學素養量表符合優良以上的信度標準（參考涂金堂，2009 年的評估標準）。因此可用作評估中學生在數學素養方面的個別差異的測量工具。

2. 林素微 (2022) 於《臺灣數學教育期刊》發表之「他山之石，可以攻錯」：從 PISA 視角談數學教育研究取徑

此篇文章提及自臺灣於 2006 年首次參加 PISA 測試以來，PISA 的測量概念和臺灣學生的表現一直是教育界的關注重點。隨著 PISA 在國際間的影響力逐漸擴大，對各國教育體系的影響也逐漸加深，因此臺灣必須積極因應這個挑戰。這包括如何調整教學方法、學習方式、評量方式，甚至如何運用 PISA 的經驗和資源進行教育研究。

3. 國立臺灣師範大學林冠成 (2021) 的碩士學位論文《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例》(指導教授：王婷瑩)

此篇論文旨在探討針對 IB 數學課本中比與比例單元，學生數學素養的培養狀況，研究教科書使用了 MYP Mathematics 2: A concept-based approach 教材，該教材透過探究式學習培養學生的數學知識、概念與技能，強調了 PISA 數學素養的核心理念。此外，量化推理在日常生活中很常被實際應用，而常被大家所熟知的量化推理方式便是比與比例，所以研究對象以比與比例單元為主，透過 PISA2022 的分析架構研究了該單元在培養學生數學素養方面的機會和方法。

最終研究結果表示，在 IB 中學二年級的數學課本中，分析單位(題目)中有培養學生素養的單位達到 88.4%。培養學生素養的單位中有數學推理核心概念及問題解決歷程者佔 90.5%，而根據 PISA2022 評量架構所說明的 21 世紀技能則為 48.8%。

培養數學素養的分析中將情境脈絡以真實世界與數學世界區分，分析單位為真實世界佔比 56%，數學世界則佔 44%。培養數學素養的分析單位中佔比較高的為數學結構與規律(66%)，且真實世界與數學世界中皆以數學結構與規律佔比最多(前者 63.8%，後者 59.5%)，由此可知，比例課程中是需要學生不斷地觀察，依照結構與脈絡形成知識。而在問題的解決歷程中則是以「應用」(87%)佔大宗。21 世紀技能方面則主要佔比是「培養批判思考」(28.6%)與「反思」(27.4%)的能力，如圖 2-1 所示。

	個數(84)	百分比
批判性思考	24	28.6 %
創造	5	6.0 %
研究與探究	11	13.1 %
自我導向、主動和持續	7	8.3 %
資訊的使用	14	16.7 %
系統性思考	11	13.1 %
溝通	13	15.5 %
反思	23	27.4 %

圖 2-1 《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例》 p.51
21 世紀技能研究結果

研究者認為 21 世紀技能的八個項目就是學生因應 108 課綱所應該具備的數學素養，所以對此很感興趣，進而在本論文的結論與建議，會提出根據林冠成（2021）對於 21 世紀技能的分類說明，如圖 2-2，將臺灣比例單元之教學例題目進行分類，並與 IB 教材做比較，最後提出教科書編排之建議。

21 世 紀 技 能	批判性思考	對知識、方案、事件等進行思辨、分析與評估的能力
	創造	善用知識與工具，將其組合或是設計出一個新的方案
	研究與探究	探索和挖掘問題，並積極運用所學知能以發現新的事實、理論或法則
	自我導向、主動和持續	採取主動行動以發現學習需求，學習目標，並且確定學習資源，選擇和採用學習策略以及評估自身的學習成果
	資訊的使用	能利用不同的方式蒐集資訊來輔助學習
	系統性思考	瞭解問題的產生原因，結構性地看待問題，了解問題組成的結構與之間的關聯性。
	溝通	與他人交往合作的能力
	反思	對發生的事情進行分析和判斷

圖 2-2 《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例》 p.39
21 世紀技能的分類說明

由上述可知，這三篇研究都強調了數學素養的重要性，並從不同的研究角度和方法來探討如何評估、發展和應用學生的數學素養。而 PISA 評量逐漸成為一種評量學生與教材的標準，所以本研究將使用跨國教科書內例題，除了以 PISA 2022 數學素養評量三大向度中真實生活情境中各類情境的「個人情境」、「職業情境」、「社會情境」、「科學情境」外，再加上「無情境」進行量化研究，以了解目前我國與美國數學教科書的素養教學現況，幫助確定兩者在這些情境的分佈，並為臺灣教科書編排給予建議。

第二節 教科書分析的文獻探討

教科書分析是一種研究方法，旨在探討教科書的內容、結構、語言和意識形態，以及教科書如何影響教育實踐和學習成果。教科書分析的文獻探討可以從不同的角度和層面進行，例如教科書的選擇、編寫、使用和評價，以及教科書所反映的社會、文化、政治和教育價值。本節將介紹一些關於教科書分析的重要文獻，並探討他們的見解或發現。因本研究將與美國教科書做比較，屬於跨國教科書比較，首先探討跨國教科書文獻，以下為文獻介紹。

1. 國立中央大學李柏萱（2023）的碩士學位論文《臺灣與香港中學階段機率與統計主題的教科書研究》（指導教授：單維彰）

此篇論文中的跨國教科書研究針對臺灣與香港七至十二年級中學數學教科書中機率統計主題，分為量化以及質性兩個部分。量化的研究工具分為「機率雙向細目統整表」及「統計知識類型分類表」，前者參考了參單維彰（2018）的機率學前診測雙向細目表以及許哲毓（2019）的《許氏機率 II》，後者則參考楊凱琳、李健恆（2012）的統計認知分析表。質性部分，比較臺港的教科書和課綱，發現單元編寫的差異。

2. 國立臺灣師範大學韓湘晶（2017）的碩士學位論文《臺灣與中國大陸七至九年級數學教科書代數內容分析之研究》（指導教授：高新建）

此篇論文中的跨國教科書研究針對中臺兩地七至九年級數學教科書中代數教材中的「數學問題」，分析兩地代數主題內容所需的認知需求，問題表徵形式的差異以及問題的呈現方式。

3. 國立嘉義大學陳豐詣（2024）的碩士論文《臺灣和德國在國中二次函數數學素養內容之比較研究》（指導教授：楊德清）

此篇論文中的跨國教科書研究針對臺灣及德國國中二次函數進行數學素養的探討，數學素養分為知識呈現、知識應用、觀點的建立與觀感的培養進行量化的分析比較，並以編排脈絡以及兩地內容的特色做質性的描述。

李柏萱（2023）及陳豐詣（2024）的碩士學位論文雖說是研究不同的數學主題，但皆屬量化與質性分析並重的跨國研究，所以他們的研究方法提供給本研究很大的幫助，讓研究者更加清楚跨國比較的流程以及編碼可行之方式等。對於韓湘晶（2017）的碩士學位論文，最大的啟發是在研究中探討了「問題呈現方式」，將中臺兩地的代數題目分為無情境及有情境，因本研究同屬「問題」的情境分析，對於此部分的著墨，本研究會將情境依據 PISA 更加細分，希望能更加了解教科書題目各種情境的分布。

再者，本研究所選之研究對象為「比例單元」，因此以下進行對於比例單元有所研究的文獻探討：

1. 陳蕙茹、柳賢（2010）於《臺中教育大學學報》中發表之分數表示式對等比例概念建構影響之研究

此篇研究中說明等比的分數表示很容易讓學生將等比例以及等值搞混，所以此研究是針對此觀念如果混淆，會對學生造成什麼樣的影響。此研究屬於個案研究，最後研究者認為分式等式與比例式中的符號會混淆學生學習，建議未來教學將「比值」、「分數」與「等比例」三者的關聯明確定義。

2. 國立清華大學的林瑋婷（2017）碩士學位論文《國小教科書文本分析-以比、比值與正比單元為例》（指導教授：許慧玉）

此篇論文特別提及臺灣四個版本（康軒版、翰林版、南一版及國家教育研究院版）的國小教科書中有老師講解以及學生自行練習之題目，討論各版本題目中的入際功能問題，以及開放性及閉鎖性問題。而研究顯示，雖然教科書中給予學生很多自主思考的空間的題目，但還是以閉鎖性問題為大宗。

3. 國立清華大學的黃曉鈴（2021）碩士學位論文《國小高年級不同版本數學備課用書比與比值相關單元提示層次與形式之內容分析》（指導教授：林勇吉）

此篇論文中針對三個版本，是以當時國小教科書市佔率較多人使用的三版教科書，分為 K 版（康軒版），N 版（南一版）及 H 版（翰林版）的備課用書在教學指引的提示層次方面，提示形式方面，告知訊息呈現方面，關聯性理解層次方面，四方面進行探討，結果呈現備課用書主要著重於關聯性理解層次，以資訊提醒形式呈現，三個版本都較少告知訊息呈現方面，並在關聯性理解層次皆著重於資訊提醒。

而比例教育方面的文獻探討皆強調了比例相關教育存在改善的空間，尤其陳蕙茹、柳賢（2010）及林瑋婷（2017）研究中強調在觀念建構和題目設計方面。這包括如何使學生清晰地理解比例的正確概念，以及如何透過有趣的情境和問題設計，激發學生主動進行探索和思考。這些是值得深入思考和研究的議題。三篇研究都注重教學的呈現方式，教科書的呈現方式。不過前述文獻皆為國小比例教育研究，但在臺灣比例教育橫跨國中小，所以本研究將探討臺灣國中小的比例教育，以情境為主軸與美國進行跨國比較，以提供有關編排的實質建議。

第三節 臺灣及美國課綱比較

本研究跨及臺灣國中小及美國初級中學階段教科書，所以本節將整理研究者所參考之臺灣及美國教科書課綱，如表 2-3，以及兩方教科書中比例相關章節課綱內容，最後進行兩方的學習重點比較。

表 2-3 臺灣與美國所選用之教科書課綱

課綱名稱	
臺灣	九年一貫課程綱要 108 課綱
美國	共同核心國家標準

在研究限制中有提出，因為在本研究進行時（111 學年第 2 學期），國小五年級下學期及六年級 108 課綱課本尚未出版，所以本研究五年級下學期及六年級皆採用九年一貫課程綱要出版的教科書，國中為 108 課綱出版教科書；以下臺灣部分也會說明比例課程 108 及九年一貫課程綱要的內容。而美國教科書採共同核心國家標準之教科書。

一、臺灣

從西元 2019 年開始，臺灣以「逐年」的方式進行 108 課綱的施行，108 課綱的主要目標是強調學生的核心素養、培養批判思考和自主學習的能力，並推動跨領域的學習，以適應現代社會的需求。

依據十二年國民基本教育課程綱要-數學領域（教育部，2018），數學課程目標整理為以下五點：

1. 適性學習：為學生提供適合的學習機會，以培養他們以積極的態度主動探究數學，建立自信心。
2. 培養好奇心及各項能力：強調培育學生的求知慾，進而提升他們的「觀察」、「演算」、「抽象思考」、「推理」、「溝通」和「數學表達」等多重能力。
3. 數學工具的應用：最顯著的改變，便是學生開始要去學習如何使用「計算機」進行運算。
4. 解決問題：培養學生能夠使用數學思考、分析並解決問題。
5. 其他領域所需數學知能：培養學生日常生活應用及其他領域所需要的數學知能。
6. 欣賞數學：培養學生欣賞數學以簡馭繁與結構嚴謹完美的特質。

依據十二年國民基本教育課程綱要-數學領域（教育部，2018）學習內容編碼原則是第一碼為學習主題，以英文大寫表示之，比例單元學習內容的第一碼即為 N 數與量。第二碼為，為學習的「年級」，以數字表示之，一年級為即 1，以此類推。第三碼為細項，以流水號編之。

學習表現的編碼原則是第一碼也為學習主題，以英文小寫表示：比例單元的第一碼即為 n 數與量。第二碼為學習的「階段」，以羅馬數字表示之，第一階段為 I，以此類推，比例相關單元出現階段即 III（國小高年級）以及 IV（國中）。第三碼為細項，以流

水號編之。表 2-4 為臺灣國中小比例相關學習內容及表現編碼（108 課綱）。

而本研究國小教科書則是採用九年一貫課程綱要，所以也要簡介九年一貫課程綱要。九年一貫課程綱要將國中小分為四個階段，國小涵蓋三階段，每階段兩個年級，第四階段則為國中三個年級。

比例單元主題能力指標編碼第一碼主題代號為 N 為數與量，第二碼學習的「年級階段」，以數字表示之，第一階段即 1，以此類推。第三碼為細項，以流水號編之。

分年細目的編碼則是分年進行編碼，第一碼為年級，第二碼為主題，以英文小寫表示，比例單元第二碼為 n，第三碼為細項，以流水號編之。表 2-5 為臺灣國中小比例相關學習內容與能力指標（九年一貫課程綱要）。

由表 2-5 及表 2-6 可知，新舊課綱除了連比的出現年級不同外，舊課綱的正比內容出現在六年級及七年級，而新課綱的正比不在六年級提出，只存在於七年級，所以本論文會針對這部分的不同進行臺灣版正比新舊課綱銜接問題的質性探討。

表 2-4 臺灣國中小比例相關學習內容及表現編碼（108 課綱）

學習內容 編碼	學習內容	學習表 現編碼	學習表現
N-5-10	解題：佔比與應用。整數相除的應用。含「百分號」、「折」、「成」。	n-III-9	理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如佔比、比例尺、速度、基準量等。
N-6-6	比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。		
N-7-9	比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。	n-IV-4	理解比、比例式、正比、反比和連比的意義和推理，並能運用到日常生活的情境解決問題。
		n-IV-9	使用計算機計算比值、複雜的數式、小數或根式等四則運算與三角比的近似值問題，並能理解計算機可能產生誤差。
N-9-1	連比：連比的記錄；連比推理；連比例式；及其基本運算與相關應用問題；涉及複雜數	n-IV-4	理解比、比例式、正比、反比和連比的意義和推理，並能運用到日常生活的情境解決問題。

值時使用計算機協助計算。	n-IV-9	使用計算機計算比值、複雜的數式、小數或根式等四則運算與三角比的近似值問題，並能理解計算機可能產生誤差。
--------------	--------	---

資料來源：十二年國民基本教育課程綱要-數學領域（2018）

表 2-5 臺灣國中小比例相關學習內容與能力指標（九年一貫課程綱要）

主題能力 指標編碼	能力指標內容	分年細 目	能力指標內容
N-3-14	能認識佔比及其在生活中的應用。	5-n-14	能認識佔比及其在生活中的應用(含「百分比」、「折」)。
N-3-15	能認識比、比值與正比的意義，並解決生活中的問題	6-n-09	能認識比和比值，並解決生活中的問題。
		6-n-10	能理解正比的意義，並解決生活中的問題。
N-4-03	能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。	7-n-13	能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。
		7-n-15	能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。
N-4-04	能熟練比例式的基本運算。	7-n-14	能熟練比例式的基本運算。
		7-n-15	能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。

資料來源：國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域（國家教育研究院）

二、 美國

美國教育的《各州共同核心標準》(Common Core State Standards, 簡稱 CCSS) 是一套課程標準,旨在確保全美國各州的學生在數學和英語語言藝術領域都能夠獲得高品質的教育,提高他們的學術水平。

CCSS 於 2010 年首次發布,經過多個州的採用和實施,逐漸成為美國國內教育的一個重要標準。依據 CCSS (2022) 了解到 CCSS 的發展是旨在提高學生的學術成就和競爭力,所以課程會變得更加集中和連貫。不同州對它的採用和實施方式可能會有所不同,但它們仍然在全國範圍產生影響。

依據 CCSS (2022), 如圖 2-3 為六年級比例單元的課程標準,此教材每個章節都有一個 Standards (標準),標準的部分說明學生應該理解什麼樣的知識以及能夠做什麼,即下述編碼中的第三碼內容。Clusters (集群) 則是相關標準的組,即下述編碼中根據第三碼再細分的最後一碼的內容。且因為數學是一門相互關聯的學科,所以不同集群的標準有時可能密切相關。

Ratios and Proportional Relationships Standards 6.RP

A. Understand ratio concepts and use ratio reasoning to solve problems.

1. **6.RP.A.1**
Understand the concept of a ratio and use ratio language to describe a ratio relationship between two quantities. *For example, "The ratio of wings to beaks in the bird house at the zoo was 2:1, because for every 2 wings there was 1 beak." "For every vote candidate A received, candidate C received nearly three votes."*
2. **6.RP.A.2**
Understand the concept of a unit rate a/b associated with a ratio $a:b$ with $b \neq 0$, and use rate language in the context of a ratio relationship. *For example, "This recipe has a ratio of 3 cups of flour to 4 cups of sugar, so there is $3/4$ cup of flour for each cup of sugar." "We paid \$75 for 15 hamburgers, which is a rate of \$5 per hamburger."*
3. **6.RP.A.3**
Use ratio and rate reasoning to solve real-world and mathematical problems, e.g., by reasoning about tables of equivalent ratios, tape diagrams, double number line diagrams, or equations.
 - a. Make tables of equivalent ratios relating quantities with whole-number measurements, find missing values in the tables, and plot the pairs of values on the coordinate plane. Use tables to compare ratios.
 - b. Solve unit rate problems including those involving unit pricing and constant speed. *For example, if it took 7 hours to mow 4 lawns, then at that rate, how many lawns could be mowed in 35 hours? At what rate were lawns being mowed?*
 - c. Find a percent of a quantity as a rate per 100 (e.g., 30% of a quantity means 30/100 times the quantity); solve problems involving finding the whole, given a part and the percent.
 - d. Use ratio reasoning to convert measurement units; manipulate and transform units appropriately when multiplying or dividing quantities.

圖 2-3 六年級比例單元的課程標準

接著 CCSS (2022) 依上述標準及集群的說明進行編碼，第一碼為數字，代表年級，第二碼為教學主題，為英文縮寫，與比例主題有關之縮寫為 RP (ratio and proportion)，第三碼為大寫英文字，代表教學目標，及上述說明的 Standards，是以英文大寫字母依序進行編碼，英文字沒有特殊含義，只是為方便編號，比例單元教學目標，六、七年級都只有各一項，所以編碼都只有 A，六年級教學目標的 A 為理解佔比概念並使用佔比推理來解決問題，七年級教學目標的 A 為分析比例關係，並利用它們來解決現實世界和數學問題。第四碼為上述所說明的 Clusters，編碼方式為數字加上小寫英文，數字代表細項之流水號，如有加上小寫英文則代表有流水號的子碼，碼與碼之間以「.」區隔，表 2-6 為美國版有關比例相關課程的課程標準。

表 2-6 美國版有關比例相關課程的課程編碼及內容

主題： Ratios and Proportional Relationships (比與比例關係)	
編碼	課程標準內容
6.RP.A.1	理解比例的概念，並使用比例語言來描述兩個量之間的比例關係。
6.RP.A.2	理解與比例 $a:b$ 和 $b \neq 0$ 比值為 a/b 的概念，並在比例關係的上下文中使用比值語言。
6.RP.A.3	使用比例和比例推理來解決現實世界和數學問題，例如，通過推理等效比例表、磁帶圖、雙數線圖或方程式。 a、製作將數量與整數測量值相關的等效比例表，在表中查找缺失值，並在座標平面上繪製值對。使用表格比較比例。 b、解決單價問題，包括涉及單價和恆定速度的問題。 c、找到數量的百分號數字視為每 100 人所佔的比例，解決涉及查找整體、給定部分和百分比的問題。 d、使用比例推理來轉換測量單位。
7.RP.A.1	計算與比值相關的單位比例，包括以相同或不同單位測量的長度、面積和其他量的佔比。
7.RP.A.2	識別並表示數量之間的比例關係。 a、確定兩個量是否成比例。 b、確定表格、圖形中的比例常數 (比值)、比例關係的方程式、圖表和口頭描述。 c、用方程式表示比例關係。 d、解釋比例關係圖上的點 (x, y) 的含義，就情況而言，特別注意點 $(0, 0)$ 和 $(1, r)$ 其中 r 是比值。
7.RP.A.3	識別並表示數量之間的比例關係。使用比例關係求解多步驟的比例和百分比問題。

資料來源：CCSS Math, 2022 (作者譯)

依據表 2-6，美國版並無提出連比的概念，所以臺灣版的連比不會進行量化分析。而美國版也無提出正比的明確概念，且將反比放於八年級函數的主題，如表 2-7，不屬於比例主題，所以臺美兩版皆不在量化探討正反比的內容。

表 2-7 美國八年級函數單元之單元編碼

主題：Functions（函數）	
編碼	課程標準內容
8.F.A.1	理解函數是一種規則，它將每個輸入精確地對應到一個輸出。函數的圖形是由輸入和相應輸出組成的有序對的集合。
8.F.A.2	比較以不同方式表示的兩個函數的性質（代數表示、圖形、表格中的數值，或口頭描述）。例如，給定一個由數值表表示的線型函數和一個由代數表示的線型函數，確定哪個函數的變化率更大。
8.F.A.3	將方程式 $y = mx + b$ 解釋為定義一個線型函數，其圖形是一條直線；舉例說明非線型函數。例如，函數 $A = s^2$ 給出正方形面積作為其邊長的函數，這不是線型函數，因為其圖形包含點 (1,1)、(2,4) 和 (3,9)，這些點不在一條直線上。

資料來源：CCSS Math, 2022（作者譯）

CCSS 定義了學生在學習數學中應該理解哪些內容。表 2-8 為根據 CCSS 所說明美國國中數學各年級的教學時間應該集中在的關鍵領域。

表 2-8 研究所選用美國國中數學教科書的共同核心標準

年級	教學重點
六年級	<ul style="list-style-type: none"> ● 將比和佔比與整數乘除聯繫起來，並使用比和佔比的概念來解決問題。 ● 完全理解分數的除法，並將數的概念擴展到有理數系統，包括負數。 ● 解釋和使用表達式以及編寫方程式。 ● 發展對統計思維的理解。
七年級	<ul style="list-style-type: none"> ● 培養對比例關係的理解和應用。 ● 發展對有理數運算的理解，並使用表達式和線性方程式。 ● 解決涉及縮放圖形和非正式幾何結構的問題，並處理二維和三維形狀，以解決涉及面積、表面積和體積的問題。 ● 根據樣本對總體進行推斷。
八年級	<ul style="list-style-type: none"> ● 表達式和方程式的公式化和推理，包括對雙變數數據與線性方程式的關聯進行建模，以及求解線型方程式和線型方程組。 ● 掌握函數的概念，用函數描述量度關係。

-
- 利用距離、角度、相似度和全等性分析二維和三維空間和圖形，理解和應用勾股定理。
-

資料來源：CCSS Math, 2022（作者譯）

從以上課程規劃比較，可知臺灣及美國課綱的編排其實很相似，都有明確指出教學目標及內容，不同的地方有以下幾點：

1. 臺灣課綱是適用於全國，而美國課綱並非每州每個地區都遵守此課綱，因此課綱並無法代表全美國的數學教學狀況，但此課綱為美國比較普及的課程綱要。
2. 臺美兩版課綱的學習內容編寫的粗略以及年級的區分的嚴謹程度有所不同，美國相對臺灣來說，學習內容分得很細，最後一碼會再細分成不同的內容，臺灣的內容則比較廣泛。而臺灣十分重視學習年級的區分，美國雖然有區分，但每一教學單元應用到標準可能會出現涵蓋不同年級的狀況。
3. 依照臺美不同的標準，比例單元內容也有所不同的地方，本研究量化部分只探討相同主題的題目，所以量化部分不探討正比、反比、連比與有理數。

第四節 內容分析法

本研究是以內容分析法當作研究的方法，此節將針對內容分析法進行文獻的介紹與探討。量化分析的部分如同文獻探討提及是以 PISA 真實問題情境的四大類別及「無情境」，共五類別，進行表格的設計，並進一步設定分類規準。

內容分析目的是在於將質性的資料轉化為量化的資料並加以表述。根據楊孝滢（1989）的說法，內容分析是用「量」的改變來推斷出「質」的改變，並不單純只側重於一方，所以並非單純的「量化分析」。與之相同理念的是學者歐用生（1993）認為內容分析中「質」與「量」同等重要，有的東西並非量化就能解釋清楚的，量化分析和質性分析相結合才能對於內容進行深入研究和分析。且張芬芬（2010）也針對質性分析的五步驟進行說明，分別為選擇問題，設計方法，搜集資料，分析資料，提出結論依序進行質性研究。

本論文主要依據歐用生（1993）內容分析之步驟進行之：

1. 設定研究的目標：研究如使用內容分析法，首先要明確提出研究探討的問題和相關的假設。問題和假設是研究的基石，它們有助於引導研究的方向和確定研究的範圍。
2. 搜集相關資料：根據第一步搜集相關文件。
3. 研究範圍的設定：根據研究問題或假設界定研究的範圍，以確保研究的焦點明確，不會過於廣泛或過於狹隘。
4. 架構分析的內容及分類：對研究內容進行分類，此處要注意的是必須與研究目標及問題相符合，可使用以研發的分類模板，也可以研究者自行設計。
5. 信度以及效度的確認：針對一樣的分類準則，給予兩位或以上的評分者進行測試，確認內容分析的可信程度。
6. 編碼並對資料進行分析：對於資料編碼，並將其進行分類與統計。
7. 闡釋並進行推論：依據分析的結論進行闡釋與推論，並回答研究目標中的問題，最後撰寫成研究報告。

因上述楊孝滌（1989）與歐用生（1993）學者的論述，本研究將進行質與量並重的研究。對於不適用於量化分析的部分進行質性研究。另本研究之分類是基於 PISA 對於情境問題的分類，在研究方法中提出其操作型定義進行分類。質性研究則是主要針對於量化無法解釋的部分進行探討。

第三章 研究方法

前一章節整理了 PISA 2022 數學架構、教科書分析、臺灣與美國比例相關章節規畫與比較，以及研究工具的文獻探討。接下來本章將描述研究的方法。本章總共分為三節，第一節為研究流程，第二節介紹研究對象，第三節為研究工具。第三節將仔細說明教科書題目之量化研究工具，包括分析對象之編碼單位與 PISA 情境問題的操作型定義，以及說明信效度的計算方法。

第一節 研究流程

在這一節中，將詳細描述研究的整體流程，包括研究的起始點、研究問題的設定、資料收集方法、資料分析方法、以及結果的呈現方式。這個流程將清楚地顯示研究者如何進行研究，並確保研究的可追溯性和透明性。

首先，研究者確定研究對象為臺灣與美國比例相關主題的數學教科書並設立如第一章所示的研究目的，隨後便開始收集、整理所需的資料數據。本研究對象為臺灣及美國教科書中比例相關內容，量化分析的對象是臺美兩版比例單元中教學例及課後練習的題目，研究者參考了 PISA 2022 數學評量架構中的數學情境來對題目進行分類。在分類的過程中，研究者與指導教授及評分人員進行多次討論及修改，確保研究的信度。

接下來，根據量化的結果及臺灣美國教材編排脈絡進行比較與分析。最後，將量化研究結果和質性分析整理後，撰寫成此份研究報告。執行過程流程圖，如圖 3-1 所示。



圖 3-1 研究流程圖

第二節 研究對象

研究者查閱了臺灣版國中小教科書及美國版教科書六到八年級，並發現臺灣版比例內容從五年級開始，美國版則是六年級開始。所以，本研究以臺灣五到九年級與美國六到八年級，教科書中單元涉及比例的題目作為樣本資料。以下先說明研究對象的選擇。

從本節開始，美國版的內容會有英文的翻譯，翻譯方式是以 chatGPT 及 Google 翻譯作為輔助工具，並由研究者進行最終的修改與調整。

一、臺灣教科書

臺灣因課綱相同，各版本的教科書，經過審定之後，內容差異不大，都具參考價值，所以本研究擇一出版社之教科書，以下簡稱為「臺灣版」。

因目前（111 學年第 2 學期）臺灣五年級下學期及六年級尚無以 108 課綱所編寫之教科書，所以研究者於第二章文獻探討中也表明，研究對象中臺灣五年級下學期及六年級上學期教科書採舊課綱所編製教科書。國中部分則是採用 108 課綱所編製之教科書。

本研究針對臺灣版五至九年級之數學教科書，主題以比例相關課程做為研究對象。

表 3-1 為臺灣版國中小教科書比例相關章節內容。

表 3-1 臺灣教科書之比例單元及章節

	出版年份	單元名稱	所選章節內容
五年級下學期 (九年一貫課程綱要)	2023	第八單元：佔比與百分比	第一節：認識佔比 第二節：認識百分比 第三節：百分比的應用
六年級上學期 (九年一貫課程綱要)	2023	第四單元：比與比值	第一節：比 第二節：比值 第三節：相等的比 第四節：最簡單整數比 第五節：比的應用
	2023	第七單元：正比	第一節：正比 第二節：正比關係圖 第三節：正比的應用
國一下學期 (108 課綱)	2020	第二單元：比例	第一節：比例式 第二節：正比與反比
國三上學期 (108 課綱)	2020	第一單元：比例線段與相似 圖形	第一節：連比

補充說明，臺灣版五下及六上教科書出版年份分別為西元 2023 年 2 月三版與 2023 年 8 月三版，國一及國三教材之出版年份為西元 2020 年 2 月初版。

二、美國教科書

因美國教科書十分多樣化，所以研究者選擇根據各州共同核心標準所編定的教科書 Connected Mathematics Project 3，這是 Connected Mathematics Project 這個教科書的第三版，也是研究當下的最新版本，後續將稱為「美國版」，出版年份為 2014 年。依美國學制六至八年及為初級中學（Middle school）階段，且依據文獻探討，本論文將量化的比例內容只有六、七年級，表 3-2 及表 3-3 整理出美國國中階段六、七年級 Connected Mathematics Project 3 中所有的單元。

表 3-2 美國六年級單元編碼

單元編碼	單元名稱
1	Prime Time: Factors and Multiples (因數和倍數)
2	Comparing Bits and Pieces: Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比，有理數和等價)
3	Let's Be Rational: Understanding Fraction Operations (理解分數運算)
4	Covering and Surrounding: Two-Dimensional Measurement (二維測量)
5	Decimal Ops: Computing With Decimals and Percents (使用小數和百分號進行運算)
6	Variables and Patterns: Focus on Algebra (聚焦於代數)
7	Date About Us: Statistic and Data Analysis (統計與數據分析)

表 3-3 美國七年級單元編碼

單元編碼	單元名稱
1	Shapes and Designs: Two-Dimensional Geometry (二維幾何)
2	Accentuate the Negative: Integers and Rational Numbers (整數和有理數)
3	Stretching and Shrinking: Understanding Similarity (理解相似性)
4	Comparing and Scaling: Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例)

5	Moving Straight Ahead: Linear Relationships (線性關係)
6	What Do You Expect: Probability and Expected Value (機率和期望值)
7	Fill and Wrapping: Three-Dimensional Measurement (三維測量)
8	Samples and Population: Making Comparisons and Predictions (進行比較和預測)

表 3-4 即為依據上述單元，列出本研究所討論的單元內容。它們是：在六年級第二單元「比，有理數和等價」裡，選擇第一節 Making Comparisons (做比較)，第二節 Connecting Ratios and Rate (連結比與佔比)，以及第四節 Working With Percents (應用百分比)；在六年級第五單元「使用小數和百分號進行運算」裡，只選擇第四節 Using Percents (使用百分號)；在七年級第四單元「比、佔比、百分比和比例式」的全部，包括第一節 Ways of Comparing: Ratios and Proportions (比和比例)，第二節 Comparing and Scaling Rates(按比例縮放)，第三節 Markups, Markdowns, and Measures, Using Ratio, Percents, and Proportions (使用比、百分比和比例標記、降價和測量)。

表 3-4 本研究所選美國教科書之單元及章節

年級	單元	所選章節內容
六年級	第二單元： Comparing Bits and Pieces: Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比，有理數和等價)	第一節： Making Comparisons (做比較) 第二節： Connecting Ratios and Rate (連結比與佔比) 第三節： Extending the Number Line (擴充數線) 第四節： Working With Percents (應用百分比)
	第五單元： Decimal Ops: Computing With Decimals and Percents (使用小數和百分號進行運 算)	第四節 Using Percents (使用百分號)

<p>七年級 第四單元： Comparing and Scaling: Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例式)</p>	<p>第一節： Ways of Comparing: Ratios and Proportions (比和比例)</p> <p>第二節： Comparing and Scaling Rates (按比例縮放)</p> <p>第三節： Markups, Markdowns, and Measures, Using Ratio, Percents, and Proportions (使用比、百分比和比例標記、降價和測量)</p>
---	--

此外，在本研究第二章臺灣與美國比例章節規劃與比較有說明提及：量化研究部份不探討兩版比例單元不同的主題，因連比無出現於美國版，有理數無出現在臺灣版，所以不放入量化研究。而正比與反比部分，因為美國版課綱將反比放於八年級函數主題，不屬於比例主題，也無明確提出正比關係，所以美國版與臺灣版正反比也不在量化研究探討。總而言之，正比、反比、連比與有理數皆不進行量化。

第三節 研究工具

這項研究的目標是比較美國六至八年級和臺灣五至九年級的教科書中與比例相關的內容。以下將分別說明題目之編碼以及分類表。

一、題目編碼

研究者將分別對教學例以及課後練習進行編碼。教學例的編碼是針對美國教科書中的「課前問題」、「教學問題」和「課堂問題」，以及臺灣教科書中的「熱身練習」、「教學例題」和「隨堂練習」等題目進行編碼。課後練習的編碼，分別取美國課本單元最後的回家作業以及臺灣的課本最後的練習及習作進行編碼，兩種編碼的單位皆為「題」，而「子題」均獨立列為一題。

因美國教科書無明確單元編號，首先先將各年級單元進行編碼，以利後續例題編碼工作，如上述表 3-2 及表 3-3 之編碼。

本研究以上述之「題」的定義作為量化單位，分別將「教學例」與「課後練習」進行編碼，編碼單為為「冊號-單元-節-題序號（子問題題號）」，以表 3-5 詳述編碼原則。

表 3-5 例題編碼原則

編碼原則與說明			
● 單元加習作統稱教材			
臺灣	教學例	<p>原則：冊號-單元-節-題序號（子問題題號）</p> <p>說明：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 國中小相同原則。 ● 冊號以數字代表年級，英文 a、b 代表臺灣教科書之上下學期，其中 a 代表上學期，b 代表下學期。例如：7a 代表七年級上學期教科書，7b 代表七年級下學期教科書。 <p>舉例：7a-2-1-1(A)為七年級上學期課本教學例第二單元第一小節第一題的第一小題。</p>	
	課後練習	國小	<p>原則：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 教材（課本與習作）單元小節習題：冊號(h)-單元-小節-題序號(子問題題號) 2. 單元總習題：冊號(h)-單元-T-題序號(子問題題號) <p>說明：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 課後練習的編碼為在冊號後面加上(h)與課本教學例做區分。 2. 課本單元總習題歸類為課後練習。 3. 教材(課本與習作)單元後方總習題，因為沒有分節，所以節的編碼以 T 表示，並且題序號與教材(課本與習作)單元小節習題習題分開，重新編碼。

		國中	<ol style="list-style-type: none"> 1. 教材（課本與習作）單元小節習題：冊號(h)-單元-節-題序號(子問題題號) 2. 習作總習題：冊號(h)-單元-T-題序號(子問題題號)
			<p>說明：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 國中課本每小節之自我評量列為課後練習。 2. 教材(課本與習作)之單元小節習題，順序順序為課本在前，課本編碼完，接續邊習作每小節之習題。 3. 習作單元最後之總習題，因為沒有分節，所以節的編碼以 T 表示，並且題序號與教材（課本與習作）單元小節習題分開，重新編碼。
			<p>舉例：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 5b(h)-8-T-10 為五年級下學期課本第八單元總習題的第十小題。 2. 7a(h)-2-1-1(A) 為七年級上學期教材第二單元第一小節第一題的第一小題。
美國	教學例		原則：冊號-單元-節-題序號(子問題題號)
			<p>說明：</p> <p>一、美國國中教科書無分上下冊，所以冊號部分以數字代替說明即可。</p>
			舉例：7-2-1-1(A)為七年級教學例第二單元第一小節第一題的第一小題
	課後練習	原則：冊號-單元-節-題序號(子問題題號)	<ol style="list-style-type: none"> 1. 課後練習的編碼為在冊號後面加上(h)與課本教學例做區分。 <p>舉例：7(h)-2-1-1(A)為七年級可課後練習第二單元第一小節第一題的第一小題</p>

以下將依據編碼原則，舉美國七年級教科書以及臺灣五年級與七年級比例單元之題目為例，詳細說明。

圖 3-2 編碼 7-4-1-10(B1) 即為美國七年級教學例第四單元第一節第十題中 B 段的第一小題。

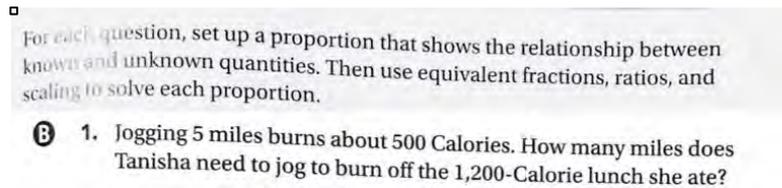


圖 3-2 編碼 7-4-1-10(B1)¹

圖 3-3 編碼 7-4-1-10(B2) 即為美國七年級教學例第四單元第一節第十題中 B 段的第二小題。

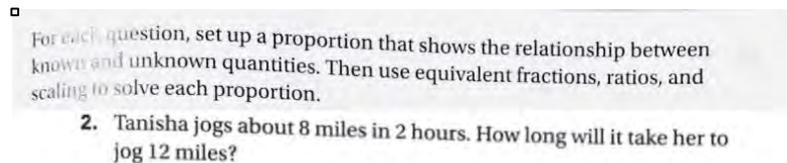


圖 3-3 編碼 7-4-1-10(B2)²

圖 3-4 編碼 5b-8-1-3(A) 即為臺灣五年級下學期教學例第八章第一節第三題的第 A 小題。

¹ 對於每個問題，設置一個比例式來顯示已知量與未知量之間的關係。然後使用等值分數、佔比、比例來解決問題。B1. 慢跑 5 英里消耗 500 卡路里，塔尼莎需要慢跑多少英里才能消耗她吃掉的 1200 卡路里？

²B2. 題幹同上，從略。塔尼莎在兩小時內慢跑 8 英里。她慢跑 12 英里需要多少的時間？

巧丹、寇比和哈登參加籃球之神投籃比賽，右邊是他們的投籃紀錄表。

姓名	投球數	進球數
巧丹	12	6
寇比	10	7
哈登	15	9

巧丹進球數占投球數的幾分之幾？

圖 3-4 編碼 5b-8-1-3(A)

圖 3-5 編碼 5b-8-1-3(B) 即為臺灣五年級下學期教學例第八章第一節第三題的第 B 小題。

巧丹、寇比和哈登參加籃球之神投籃比賽，右邊是他們的投籃紀錄表。

姓名	投球數	進球數
巧丹	12	6
寇比	10	7
哈登	15	9

寇比和哈登，誰的進球數比較多？誰的命中率比較高？

圖 3-5 編碼 5b-8-1-3(B)

依據圖 3-2，圖 3-3，圖 3-4，圖 3-5，臺美教學例編碼的最後一碼皆有細分成不同小題，在本研究的量化分析中計做四個題目。

圖 3-6 編碼 7(h)-4-2-2 為美國七年級課後練習第四單元第二節第二題之題目。

2. Suppose a news story about the Super Bowl claims “Men outnumbered women in the stadium by a ratio of 9 to 5.” Haru thinks that this means there were 14 people in the stadium—9 men and 5 women. Do you agree with Haru? Why or why not?

圖 3-6 編碼 7(h)-4-2-2³

圖 3-7 編碼 5b(h)-8-3-4 為臺灣五年級下學期課後練習第八單元第三節的第四題，圖 3-8 編碼 5b(h)-8-T-5 為臺灣五年級下學期課後練習第八單元總練習的第五題。

³假設有關於超級盃的新聞報導稱體育場內男性人數與女性人數的比例為 9 比 5。哈魯認為這意味著體育場裡有 14 個人：9 男 5 女。你同意哈魯的觀點嗎？為什麼或者為什麼不？

- (4) 王先生有一塊山坡地，面積是 2800 公畝，其中茶園占 35%，茶園的面積是幾公畝？

圖 3-7 編碼 5b(h)-8-3-4

- 五年 4 班有 32 人。這次的數學測驗中，成績 100 分的有 4 人，占全班的比率是多少？用百分率表示。

圖 3-8 編碼 5b(h)-8-T-5

圖 3-9 編碼 7b(h)-2-1-11 為臺灣七年級下學期課後練習中第二單元第一節的第十一題。圖 3-10 編碼 7B(h)-2-T-1 為臺灣七年級下學期課後練習第二單元總習題的第一題

- 下列 x 、 y 兩數的關係中，哪一個選項與其他三個不同？
- (A) x 的 3 倍等於 y 的 5 倍 (B) x 是 y 的 $\frac{5}{3}$ 倍
- (C) $x : y = 3 : 5$ (D) $x : y$ 的比值為 $\frac{5}{3}$

圖 3-9 編碼 7b(h)-2-1-11

- 下列哪一個選項，其比值與 $12 : 18$ 的比值相等？
- (A) $18 : 12$ (B) $1.2 : 1.8$ (C) $13 : 19$ (D) $\frac{1}{12} : \frac{1}{18}$

圖 3-10 編碼 7b(h)-2-T-1

依據圖 3-6，3-7，3-8，3-9，3-10，課後練習的最後一碼無再細分題目，在本研究的量化分析中也各為單獨一題。

依照上述做法，辨識出臺灣版五年級的教學例有 49 題，課後練習 66 題，五年級總共有 115 題。六年級教學例有 39 題，課後練習有 56 題，六年級共有 95 題。七年級教學例有 48 題，課後作業有 39 題，七年級共有 87 題。臺灣版所選比例題目總共 427 題。

而美國六年級教學例有 182 題，課後練習有 281 題，六年級共有 463 題。美國七年級教學例有 132 題，課後練習有 300 題，七年級共有 432 題。美國版所選比例題目共有 895 題，研究者將美國版的題目（含教學例與課後練習的原文掃描及中文翻譯）呈現於附錄一。

二、情境分類表

本研究除編碼外，情境分類也為研究的重要工具。研究者首先介紹分類表以及解釋操作型定義，研究者會再以美國教科書之題目進行舉例說明，更清楚的解釋各個量化研究工具的分類準則。

本研究比例題目情境問題的分析，參考 PISA 2022 數學評量架構中的數學情境分類，將題目情境分為無情境、個人、職業、社會及科學。設計表 3-6 例題情境勾選表之表格，以 20 題例題，讓三方進行勾選與討論。

表 3-6 例題情境勾選表

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境
比例相關題目					

經過評分者討論後，評分者認為定義有些地方描述會影響分類結果，所以對於原情境問題之操作型定義再進行調整，表 3-7 為原操作型定義與後續調整之操作型定義。

表 3-7 原操作型定義與調整後定義的比較

原操作型定義	調整後操作型定義
無情境：無情境是不依賴於具體情境或背景信息的問題。這類問題主通常注重對某一知識點、概念或技能的理解和掌握程度，而不需要依賴具體的應用場景或實際情境來回答，像是計算題等。	無情境：無情境是不依賴於具體情境或背景信息的問題。這類問題主通常注重對某一知識點、概念或技能的理解和掌握程度，而不需要依賴具體的應用場景或實際情境來回答，像是計算題等。
個人情境：個人情境可以被描述為與個體生活和日常體驗相關的情境。包括日常支出，預算、理財規劃、個人計畫等。	個人情境：個人情境可以被描述為與個人或家庭日常生活相關的情境。包括日常支出，預算、理財規劃、行程規劃等。
職業情境：職業情境涉及到與工作、職業和職場相關的數學應用。這包括薪水計算、工作時間管理、生產率和效率分析、與職業培訓和技能發展等。	職業情境：職業情境涉及到與工作、職業和職場專業相關的數學應用。這包括薪水計算、工作時間管理、工作效率、職業培訓和技能發展等，這其中不包括無領薪之公益性質工作。

<p>社會情境：社會情境指的是與社會和公共事務（包括學校、國家及國際）相關的數學應用。這包括校內大型活動及政府的預算或政策、社會政策的制定和評估、人口統計學等。</p>	<p>社會情境：社會情境指的是與社會和公共事務（包括社區、學校、國家及國際）相關的數學應用。這包括校內大型活動及政府的預算或政策、社會政策的制定和評估、人口統計學、社工及社會服務者之相關事件等。</p>
<p>科學情境：科學情境涉及到與生態、科學研究、實驗和科學發現相關的數學應用。這包括數學模型的構建和分析、實驗數據的分析和統計、醫學和生物統計與測量和實驗設計。</p>	<p>科學情境：科學情境涉及到與生態、科學研究、實驗和科學發現相關的數學應用。這包括自然科學、社會科學及實驗中的調查等。</p>

討論過後的操作型定義，研究者主要是修改細節，以下幾點為主要修改部分：

1. 個人情境將「個體生活和日常體驗」修改為「個人或家庭日常生活」，以及將「個人計劃」修改為「行程規劃」，使之更具體明瞭。
2. 將職業情境以及社會情境做明顯區分，職業情境更加著重於有領薪之專業，而社會情境包括了社工與社會服務者，對於社會有貢獻的無領薪之族群。另外，職業情境中「生產率和效率分析」改為「工作效率」，避免與科學情境混淆。並刪除「表單的使用和解讀」，因為此為情境分析，不必說明情境中的過程，這樣的修改能避免分類時混淆。社會情境中「包括學校、國家及國際」改為「包括社會、學校、國家及國際」，使定義更詳細明確。
3. 科學情境中「包括數學模型的構建和分析、實驗數據的分析和統計、醫學和生物統計與測量和實驗設計」改為「包括自然科學、社會科學及實驗中的調查等」，因為此論文只是研究情境，不必說明情境中的過程，這樣的修改能避免分類時混淆。

為了清楚且詳細的表達各情境，研究者將以美國教科數中比例相關題目舉例說明。

呈現於下，做為具體示範。

1. 無情境

如圖 3-11，這個問題不需要依賴具體的應用場景或實際情境來回答。因此，它可以歸類為「無情境」的題目。

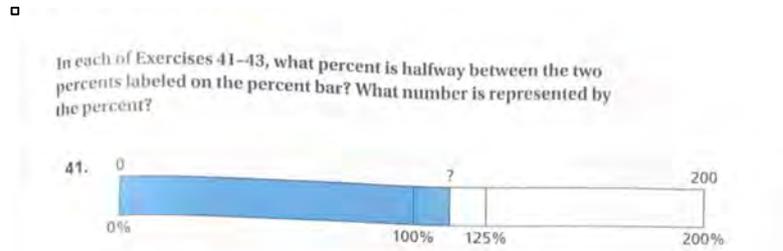


圖 3-11 無情境例題 編碼：6(h)-2-1-41⁴

2. 個人情境

如圖 3-12，這個問題描述了一個體在日常生活中運動的情境，並想要計算馬拉松與游泳消耗的卡洛里間的關係。因此，它可以歸類為「個人情境」的生活情境題。

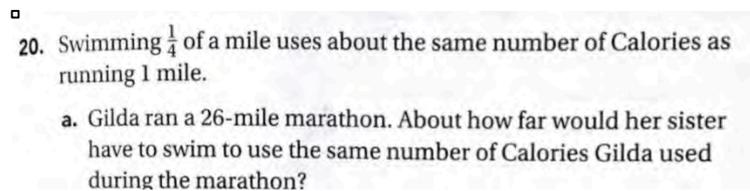


圖 3-12 個人情境例題 編碼：7(h)-4-1-20(A)⁵

3. 職業情境

如圖 3-13，這個問題描述了一家電力公司對市場上燈泡的品質進行評估，公司需要估計市場上有多少有缺陷的燈泡，涉及到關於產品缺陷率和市場需求的數學應用，這與職業和職場相關，所以為「職業情境」。

⁴ 中譯：練習 41-43 中，百分比條中兩者之間標記的百分比是多少？

⁵ 中譯：游泳 1/4 英里消耗的卡路里與跑步一英里消耗的卡路里大致相同。

吉爾達跑了 26 英里的馬拉松。吉爾達在馬拉松比賽中消耗的卡路里數，她姐姐需要遊多遠才能消耗相同的熱量？

-
21. After testing many samples, an electric company determined that approximately 2 of every 1,000 light bulbs on the market are defective. Americans buy more than 1 billion light bulbs every year. Estimate how many of these bulbs are defective.

圖 3-13 職業情境例題 編碼：7-4-1-28⁶

4. 社會情境

如圖 3-14，這個問題涉及到一個城鎮居民對於是否在街道上設置路緣石的討論，這是與社會和公共事務相關的情境。問題描述了支持和反對實施限制措施的城鎮居民的比與比值，這反映了社會中不同觀點和意見的存在，需要數學知識來進行相關數據的計算。因此，這個問題可以歸類為「社會情境」的生活情境。

-
3. A town is debating whether to put in curbs along the streets. The ratio of town residents who support putting in curbs to those who oppose it is 2 to 5.
- a. What fraction of the residents oppose putting in curbs?

圖 3-14 社會情境例題 編碼：7(h)-4-1-3(A)⁷

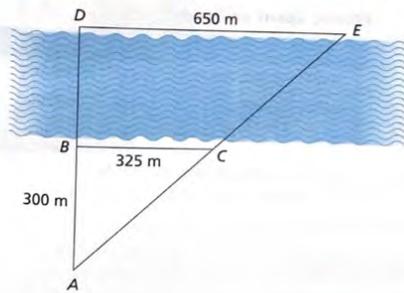
5. 科學情境

如圖 3-15，這個題目因為它涉及到在戶外教育課程中進行測量和使用圖表來呈現工作成果，這與科學研究、實驗和數據分析相關。在這個情境下，Yoshi 和 Kai 的任務是測量河的寬度，並使用一個圖表來呈現他們的工作成果。因此，這個問題可以歸類為「科學情境」的生活問題。

⁶ 中譯：在測試了許多樣品後，一家電力公司確定市場上每 1,000 個燈泡中大約有 2 個有缺陷。美國人每年購買超過 10 億個燈泡。估計這些燈泡中有多少有缺陷？

⁷ 中譯：一個城鎮正在討論是否在街道上設置路緣石。支持實施限制措施的城鎮居民與反對實施限制措施的居民之比為 2 比 5。有多少居民反對實施限制措施？

65. Yoshi and Kai are trying to earn a certificate in their Outdoor Education Class. They have the task of measuring the width of a river. Their report includes a diagram that shows their work.



- a. How do you think they came up with the lengths of the segments AB, BC, and DE?

圖 3-15 科學情境例題 編碼：7(h)-4-1-65(A)⁸

本研究除了針對臺灣與美國比例相關教材題目，以數學情境問題進行量化分析之外，研究者會將兩地比例相關課程的編排脈絡以質性分析進行。

第四節 信效度

本節有兩個部分，一為針對教科書情境信度的說明，二為研究效度的說明。

一、信度

在信度方面，本研究採「評分者信度」的方法，以評估研究者和兩位具有中學數學教科書編寫脈絡和教學內容專業知識的專家之間的一致性。以下將依據楊孝滢 (1989) 「評分者信度」公式，說明信度計算方法、分析過程和計算結果。

(一) 信度計算方式

根據評分者信度的計算公式，首先計算出每組評分員之間的相互同意值 (P_i)，以總題數除以互相同意題數計算平均相互同意值 (P)，最終帶入信度的公式計算信度值 (R)。具體計算公式如下：

⁸ 中譯：Yoshi 和 Kai 正在努力獲得戶外教育課程的證書。他們的任務是測量寬度一條河。他們的報告包括一個顯示他們工作的圖表。你認為他們是如何得出 AB、BC 和 DE 線段的長度的？

1. 相互同意值 (P) : $P_i = \frac{2M}{N_1+N_2}$

P_i : 第 i 組評分員之間的相互同意值

M : 第 i 組評分員之間兩兩都認同例題情境的教學例數

N_1 及 N_2 : 評分員需分類的題數

2. 平均相互同意值 (P) : $P = \frac{\sum_{i=1}^m P_i}{N}$ (其中 N 表示評分者間相互比較的次數)

3. 信度 (R) : $R = \frac{nP}{[1 + (n - 1)P]}$ (其中 n 表示評分員總人數)

(二) 信度分析流程 :

本研究在選定研究工具後，會設計表格。第一次依據原操作定義，研究者隨機選擇每個情境 5 題，總共有 20 題，給予評分者勾選例題的情境，然後與兩位評分者開第一次會議，討論研究工具的合適性、操作型定義的完整性以及討論針對教學例與課後練習進行分類時遇到的有所疑慮之處。根據第一次的討論結果，研究者以評分者信度方式進行第一次的信度的計算，並根據討論修訂研究工具，操作型定義及更改更嚴謹的文字敘述。最後，為了獲取更完整的分析結果，需要進行評分者第二次分類。

(三) 信度計算結果

第一次信度分析結果：根據發下之問卷之評分結果，帶入公式計算出兩兩互相同意值，結果如表 3-8 為情境類型之第一次評分者互相同意值。

表 3-8 情境類型之第一次評分者互相同意值

評分者	A	B
B	0.90	
C	0.65	0.70

根據表 3-7，可以得到評分者之間的相互同意值 P :

$$P = \frac{0.9 + 0.7 + 0.65}{3} = 0.75$$

接著利用相互同意值，計算第一次信度 R：

$$R = \frac{3 \times 0.75}{1 + 2 \times 0.75} = 0.90$$

第一次的統計之信度值為 0.9，已足夠高，但兩兩同意值並不算太高，因此我們進行了第二次討論，希望能透過討論修正分類之細節，讓情境之操作型定義更加明確，進而提高評分者兩兩同意值，並讓分類結果更加可信。

第二次信度分析結果如表 3-9 為情境類型之第二次評分者互相同意值。

表 3-9 情境類型之第二次評分者互相同意值

評分者	A	B
B	0.9	
C	0.9	0.9

根據表 3-8，可以得到評分者之間的相互同意值 P：

$$P = \frac{0.9 + 0.9 + 0.9}{3} = 0.90$$

接著利用相互同意值，計算第一次信度 R：

$$R = \frac{3 \times 0.90}{1 + 2 \times 0.90} \approx 0.96$$

經過第二輪討論，並從新計算信度，最終信度為 0.96。接著，研究者便依照修正過後之操作型定義分類教科書比例部分之例題。

另外，評分者在討論過程中，評分者編碼 7B-2-1-2 之題目，如圖 3-15 編碼 7B-2-1-20 之題目，僵持不下，以下特別提出探討。



圖 3-16 編碼 7B-2-1-20 之題目

一方是認為這是關於個人的行程規劃，所以為個人情境，但一方認為此題不符常理，因為題目敘述「不符常理」，通常是一般紙質的地圖才會可能用比例尺換算距離，電子地圖並無需多此一舉，它會自動計算，因此評分者們對於此題都提出不同的看法，並無法有一個大家都認同之情境，最終研究者將此題定義為較多人選擇之個人情境。

二、效度

本研究的對象為臺灣及美國的教科書，雖說美國無統一的課綱，這也是此研究的研究限制之一，但因研究者針對美國教科書進行查詢時，發現此教科書為美國共同核心標準所編定的教科書，教科書有設定明確教學目標，相對來說是一個有很完整體系編排的教材，也是市面上較受美國人民歡迎的教材，故選擇 Connected Mathematics 3 為研究對象；而臺灣教科書的部分，因臺灣有規定的共同課綱，所以市面上的教科書教學目標的設定都相同，教材內容基本大同小異，所以研究者擇一出版社之教科書作為研究對象。因此兩版科書都一定程度能代表臺灣及美國。

題目進行量化分析的過程，研究者與評分員們進行研究工具的討論及情境之操作定義的釐清，並進行不斷地修正與改善。進行兩次的分類及討論，最後由專家效度確認結果，因此本研究的效度是的達到一定程度的。

第四章 資料分析結果

研究者依照第一至三章所提的內容與方法，在本章呈現資料分析結果，總共為四節。第一節為教材中比例相關題目量化分析，量化分析的過程是經由評分者討論，確定操作型定義之後，針對臺灣及美國的教學例與課後練習進行分析，將例題分為五大類別，無情境，個人情境，社會情境，職業情境與科學情境，並進行統計說明。

此章第二至五節即是質性研究的部份，探討兩地教材的編排脈絡及差異。第二節開始進入質性研究的部分。第二節為臺美兩版各單元內部編排方式之質性分析結果，分別以美國版與臺灣版各單元內部編排方式進行探討與比較。第三節探討臺美兩版單元間的連結與銜接之質性研究結果，第四節為探討臺灣版新舊課綱正比的銜接。第五節為臺美兩版比例課程的異同之質性分析結果，主要探討臺美比例單元的內容差異。

第一節 教材之題目量化分析結果

在第三章研究工具中，研究者已依據 PISA 情境，製作操作型定義以及分析表，並經由專家和評分者們的討論後，確立量化分析結果。以下，研究者將美國及臺灣版，以教學例與課後練習比例題目之分類的量化結果進行整理。

一、美國版量化分析結果

首先，研究者先探討教科書之頁數，頁數的計算標準：包括回家練習、附錄、附件、索引等皆列入計算。美國版的教材一個年級就是一冊，沒有分上下冊，美國六年級教科書的總頁數為 809 頁，量化所探討的比例單元頁數為 87 頁；七年級教科書總頁數為 913 頁，量化所探討的比例單元頁數為 73 頁。

美國版中關於比例相關的課程分別出現在六年級第二單元，第五單元第四節以及七年級第四單元。為以下分別說明兩個年級的情境題之量化分析，以及總體分析結果。

首先，研究者將美國版將六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence（比，有理數和等價）及第五單元 Decimal Ops-Computing With Decimals and Percents（使用小數和百分號進行運算）中第四節 Using Percents（使用百

分號)與七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例)之題目進行情境分類。

本研究將美國題目分類表放於附錄中,附錄一為美國版題目,共 859 題,附錄二為美國六年級及七年級比例單元教學例與課後練習之題目情境題分類表。

統計結果由分類表可知,表 4-1 為美國六年級及七年級教材各年級比例相關題目之情境統計,表 4-2 為美國國中教材比例相關題目之情境統計。其中縱向項目代表情境的類型,橫向項目為教學例、課後練習及總題數的分類,表內代號為題數(百分比)。

從表 4-1 得知,美國版六年級教學例中的題目著重於個人情境題(46%),其次為社會情境(30%),佔比最少為科學情境(4%)。課後練習的題目著重於個人情境題(52%),其次為無情境(32%),佔比最少為職業情境(3%)。總體而言,六年級比例相關題目著重於個人情境題(50%),其次為無情境(24%),佔比最少的則是職業情境與科學情境(各 5%)。

美國版七年級教學例中的題目著重於個人境題(60%),其次為職業情境(23%),佔比最少為無情境及科學情境題(各為 1%)。課後練習的題目也著個人境題(35%),第二佔為無情境(29%),佔比最少為科學情境(4%)。總體而言,七年級比例相關總題目著重於個人情境題(42%),其次為無情境(21%),佔比最少的則是科學情境(3%)。

表 4-1 美國六年級及七年級教材各年級比例相關題目之情境統計

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境	總題數
六年級						
教學例	21 (12%)	84 (46%)	14 (8%)	55 (30%)	8 (4%)	182 (100%)
課後練習	91 (32%)	147 (52%)	8 (3%)	19 (7%)	16 (6%)	281 (100%)
總題數	112 (24%)	231 (50%)	22 (5%)	74 (16%)	24 (5%)	463 (100%)
七年級						
教學例	1 (1%)	79 (60%)	31 (23%)	20 (15%)	1 (1%)	132 (100%)

課後練習	88 (29%)	105 (35%)	46 (15%)	50 (17%)	11 (4%)	300 (100%)
總題數	89 (21%)	184 (42%)	77 (18%)	70 (16%)	12 (3%)	432 (100%)

從表 4-2 得知，在整個國中階段，美國版比例相關題目中的教學例著重於個人情境題（52%），課後練習也是著重於個人情境題（43%），並且在教學例與課後練習中佔比最少的都為科學情境（前者 3%，後者 5%）。而總題目著重於個人情境（47%），其次為無情境題（22%），接下來依次為社會情境（16%）、職業情境（11%），佔比最少的則是科學情境（4%）。

表 4-2 美國版比例相關總題目之情境統計

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境	總題數
教學例	22 (7%)	163 (52%)	45 (14%)	75 (24%)	9 (3%)	314 (100%)
課後練習	179 (31%)	252 (43%)	54 (9%)	69 (12%)	27 (5%)	581 (100%)
總題數	201 (22%)	415 (47%)	99 (11%)	144 (16%)	36 (4%)	895 (100%)

二、臺灣版量化分析結果

首先，比照美國的頁數計算標準為依據，臺灣教科書一個年級分為上下兩冊，五年級上下冊的總頁數（含習作）為 531 頁，量化所探討的比例單元頁數（含習作）為 21 頁；六年上下冊總頁數（含習作）為 430 頁，量化所探討的比例單元頁數（含習作）為 19 頁；七年級上下冊頁數（含習作）為 644 頁，量化所探討的比例單元頁數（含習作）為 26 頁。

本研究中，臺灣版教科書所需量化之比例相關題目分別出現在五年級下學期第八單元、六年級上學期第四單元、國一下學期第二單元第一節。以下分別說明三個年級的情境題統計，以及總體統計。

首先，研究者將臺灣五年級下學期第八單元佔比與百分比之題目，六年級上學期第四章比與比值，七年級下學期第二單元第一節比例式的題目進行情境分類，分類表放於附錄三臺灣國中小比例單元教學例與課後練習之題目情境題分類表中。

統計結果由分類表可知，表 4-3 為臺灣各年級比例題目之情境統計，表 4-4 為國中小兩階段比例題目之情境統計，表 4-5 為臺灣國中小學比例總題目之情境統計，其中縱向項目代表情境的類型，橫向項目為教學例、課後練習及總題數的分類，表內代號為題數（百分比）。

從表 4-3 得知，臺灣版五年級下學期第八單元佔比和百分比之教學例中的題目著重於個人情境題（35%），其次為無情境（33%），佔比最少為科學情境（4%）。課後練習的題目也著重於無情境題（36%），其次也為個人情境（35%），佔比最少為科學情境（3%）。五年級比例相關總題目著重於無情境及個人情境（各為 40%），其次為社會情境（18%），佔比最少的則也是科學情境（3%）。

臺灣版六年級上學期第四單元比與比值的題目著重於無情境（50%），其次為個人情境（26%），佔比最少為職業情境與科學情境（各 3%）。課後練習的題目著重於無情境題（62%），其次為個人情境（23%），佔比最少為職業情境（0%）。七年級比例相關總題目著重於無情境題（58%），其次為個人情境（24%），佔比最少的則是職業情境（1%）。

臺灣版七年級下學期第二單元第一節比例式之教學例中的題目著重於無情境（60%），其次為個人情境（19%），佔比最少為科學情境題（2%）。課後練習的題目著重於無境題（61%），第二佔為個人情境（28%），佔比最少為科學情境（0%）。七年級比例相關總題目著重於無情境題（62%），其次為個人情境（23%），佔比最少的則是科學情境（1%）。

表 4-3 臺灣版各年級比例題目之情境統計

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境	總題數
五年級						
教學例	16 (33%)	17 (35%)	4 (8%)	10 (20%)	2 (4%)	49 (100%)
課後練習	24 (36%)	23 (35%)	6 (9%)	11 (17%)	2 (3%)	66 (100%)
總題數	40 (35%)	40 (35%)	10 (9%)	21 (18%)	4 (3%)	115 (100%)
六年級						
教學例	20 (50%)	10 (26%)	1 (3%)	7 (18%)	1 (3%)	39 (100%)
課後練習	35 (62%)	13 (23%)	0 (0%)	6 (11%)	2 (4%)	56 (100%)
總題數	55 (58%)	23 (24%)	1 (1%)	13 (14%)	3 (3%)	95 (100%)
七年級						
教學例	29 (60%)	9 (19%)	7 (15%)	2 (4%)	1 (2%)	48 (100%)
課後練習	24 (61%)	11 (28%)	3 (8%)	1 (3%)	0 (0%)	39 (100%)
總題數	52 (62%)	20 (23%)	10 (11%)	3 (3%)	1 (1%)	87 (100%)

由表 4-4 可知，臺灣國小比例相關單元之總題目當中教學例著重於無情境（41%），課後練習也著重於無情境題（48%），並且在教學例與課後練習中佔比最少的都為科學情境（各 3%）。國小總題目著重於無情境（46%），其次為個人情境題（30%），接下來依次為社會情境（16%）、職業情境（5%），佔比最少的則是科學情境（3%）。

臺灣國中比例相關單元之總題目當中教學例著重於無情境題（60%），佔比最少為科學情境（3%），課後練習也是著重於無情境題（61%），佔比最少為科學情境（0%）。總題目著重於無情境（62%），其次為個人情境題（23%），接下來依次為職業情境（11%），社會情境（3%），佔比最少的則是科學情境（1%）。

由表 4-5 可知，在整個國中小階段，臺灣版比例相關單元總題目當中教學例著重於

無情境題(48%)，佔比最少為科學情境(3%)，課後練習也是著重於無情境題(52%)，佔比最少為科學情境(2%)。總題目著重於無情境(50%)，其次為個人情境題(28%)，接下來依次為社會情境(12%)，職業情境(7%)，佔比最少的則是科學情境(3%)。

表 4-4 國中小兩階段比例題目之情境統計

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境	總題數
國小比例相關內容						
教學例	36 (41%)	27 (31%)	5 (6%)	17 (19%)	3 (3%)	88 (100%)
課後練習	59 (48%)	36 (30%)	6 (5%)	17 (14%)	4 (3%)	122 (100%)
總題數	95 (46%)	63 (30%)	11 (5%)	34 (16%)	7 (3%)	210 (100%)
國中比例相關內容						
教學例	29 (60%)	9 (19%)	7 (15%)	2 (4%)	1 (2%)	48 (100%)
課後練習	24 (61%)	11 (28%)	3 (8%)	1 (3%)	0 (0%)	39 (100%)
總題數	52 (62%)	20 (23%)	10 (11%)	3 (3%)	1 (1%)	87 (100%)

表 4-5 臺灣版比例總題目之情境統計

	無情境	個人情境	職業情境	社會情境	科學情境	總題數
教學例	65 (48%)	36 (26%)	12 (9%)	19 (14%)	4 (3%)	136 (100%)
課後練習	83 (52%)	47 (29%)	9 (6%)	18 (11%)	4 (2%)	161 (100%)
總題數	148 (50%)	83 (28%)	21 (7%)	37 (12%)	8 (3%)	297 (100%)

以上題數的統計，就能發現臺灣版與美國版的題數是有明顯的差距的：美國版 895 題，臺灣版 297 題。接著，就量化題目的頁數而言，臺灣版五年級(含習作)比例單元的頁數為 21 頁，六年級(含習作)頁數為 19 頁，國中(含習作)為 26 頁，臺灣版比例(含習作)總頁數為 66 頁，臺灣版比例單元頁數占比為 4%。美國版六年級比例單元

頁數為 87 頁，七年級比例單元頁數為 73 頁，美國版總頁數為 160 頁，美國版比例單元頁數占比為 9%。兩版頁數差了 94 頁。所以題數的差異此一部分原因為兩版的頁數也是有明顯的差異，美國版的頁數是台灣版的 2 倍多，美國版的題目是台灣版的 3 倍多，以頁數的倍率來計算，臺灣版的題數還是略少，研究者認為原因可能為臺灣版的頁面編排太寬鬆所導致。

第二節 臺美兩版各單元內部編排方式之質性分析結果

此節將會分為三個部分，分別為美國版各單元內部編排方式，臺灣版各單元內部編排方式，臺美兩版各單元內部編排方式的異同。

臺美兩版各單元內容編排方式的質性分析主要是針對課本內容進行探討，排除兩版課後練習的部分。

一、美國版各單元內部編排方式

美國版每單元皆分為九個部分，包括 Looking Ahead (課前展望)、Mathematical Highlights (數學亮點)、CCSS- Mathematical Practices and Habits of Mind (CCSS-數學實踐和思維習慣)、教學內容、Mathematical Reflections (數學反思)、Unit project (單元專題)、Looking Back (課程回顧)、English/Spanish Glossary (英語/西班牙語詞彙表) 及 Index (索引)。

以下研究者將以美國版七年級第四單元: Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例) 為例進行各部分的舉例說明。

1. Looking Ahead (課前展望)

圖 4-1 及圖 4-2 為七年級第四單元的 Looking Ahead (課前展望)，每個單元都會有兩頁的課前展望。

第一頁，如圖 4-1 課前展望-1，會舉出了三種情境問題，皆為日常可見問題，用三個問題引起學生思考，也是這個單元希望學生能解決的問題，後續單元的內容也會圍繞這三個問題進行。

More for Your Money has pasta on sale at 7 boxes for \$6. FreshFoods sells the same pasta at 6 boxes for \$5. **Which** is the better deal?



A dealer's buying price on a used car is marked up by 15% to the selling price for customers. Suppose that the selling price is later marked down by 15%. **How** can you determine whether the new selling price is the same as the dealer's buying price?



Ming's job is to take care of chimps at the zoo. She has a mix of 20 scoops of high-fiber food and 30 scoops of high-protein food. **How** can she adjust this to make the mix 60% high fiber and 40% high protein?



圖 4-1 課前展望-1⁹

第二頁，如圖 4-2 課前展望-2，會舉出更多比例可以應用的真實情境，像是「哪個蔓月莓沼澤產出的莓果最多」等，強調「比例」能解決許多生活上的問題，也許能有效提升學生學習動機，並引出學生本單元的學習目標。



Many everyday problems and decisions call for comparisons. *Which runner is faster? Which Internet service is cheaper? Which cranberry bog yields the most berries?* In some cases, the comparisons involve only counting, measuring, or rating, and then ordering the results from least to greatest. In other cases, more complex reasoning is required. All of the questions on the previous page involve comparisons. In this Unit you will explore many ways to compare numbers and to analyze comparisons. You will learn both how to choose and how to use comparison strategies for solving problems and making decisions.

圖 4-2 課前展望-2¹⁰

⁹ More for Your Money 有 7 盒義大利麵，售價 6 美元。FreshFoods 以 6 美元的價格出售相同的義大利麵，售價 5 美元。哪個更划算？轉銷商對二手車的購買價格比客戶的銷售價格高出 15%。假設銷售價格後來被降價 15%。如何確定新的賣出價是否與經銷商的買入價相同？小明的工作是在動物園照顧黑猩猩。她混合了 20 勺高纖維食物和 30 勺高蛋白食物。她如何調整它以使混合物中含有 60% 的高纖維和 40% 的高蛋白？

¹⁰ 許多日常問題和決策都需要比較哪個跑者更快？哪種網路服務比較便宜？哪個蔓越莓沼澤產出的莓果

2. Mathematical Highlights (數學亮點)

美國版第二部分為 Mathematical Highlights (數學亮點)，這部分為第一部分課前展望的延伸，以條列的方式更加明確地介紹此單元學生需要學習的內容，如圖 4-3 數學亮點中提及以 2W1H 的方式進行思考，分別為：要明確知道「正在比較的事物(量)」，它是否可應用於「比例關係」，及「如何使用比例解決問題」。此部分除了讓學生清楚了解此單元的內容，也建立學生於思考比例相關問題時的一個簡單架構。

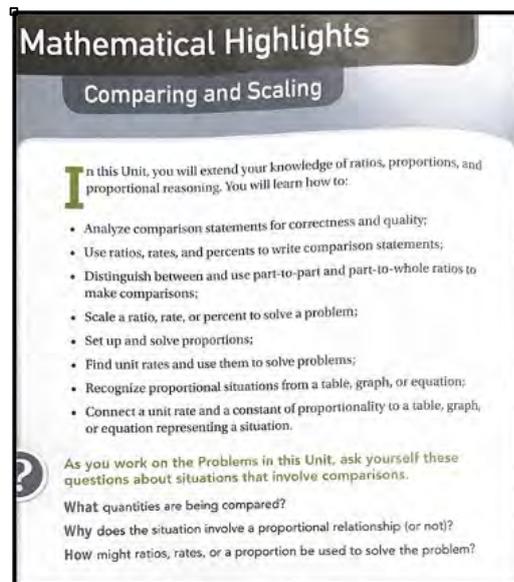


圖 4-3 數學亮點¹¹

最多？在某些情況下，比較僅涉及計數、測量或評級，然後將結果從小到大排序。在其他情況下，需要更複雜的推理。上一頁的所有問題都涉及比較。在本單元中，您將探索多種比較數字和分析比較的方法。您將學習如何選擇以及如何使用比較策略來解決問題和做出決策。

¹¹ 在本單元中，您將擴展您對佔比和比例推理。您將學習如何：使用比例預測發生；使用比例、佔比和百分比來編寫比較語句；區分並使用部分與部分和部分與整體的比；縮放比例、佔比或百分比解決問題；設置和解決問題；找到單價並用它們來解決問題；從表格、圖形或方程式中識別比例情況；找到單價並用它們來解決問題；從表格、圖形或方程式中識別比例情況；將單位率和比例常數與表示情況的表格、圖形或方程式聯繫起來。在處理本單元中的問題時，請問自己這些關於涉及比較的情況的問題。正在比較什麼數量？為什麼這種情況（不）涉及比例關係？如何使用佔比或比例來解決問題嗎？

3. CCSS- Mathematical Practices and Habits of Mind (CCSS-數學實踐和思維習慣)

接著，美國版會有一篇 CCSS- Mathematical Practices and Habits of Mind (CCSS-數學實踐和思維習慣)，圖 4-4 為此單元的 CCSS-數學實踐和思維習慣其中一部分。這部分每個單元都一樣，會把全部數學實踐和思維習慣都列出，在數學反思部分才會提及單元中用到了哪一項數學實踐與思維習慣。

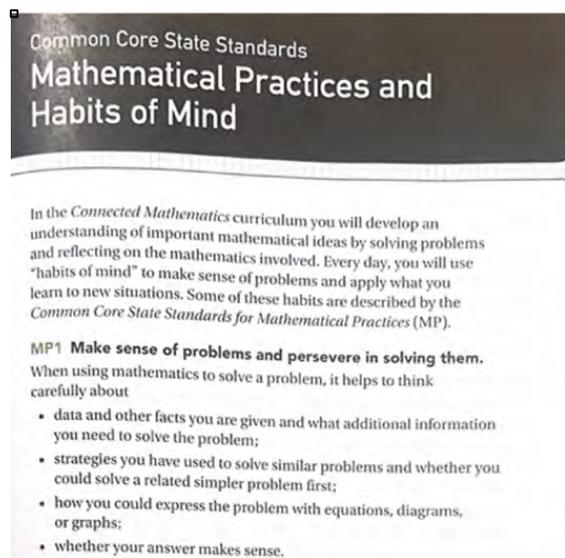


圖 4-4 CCSS-數學實踐和思維習慣¹²

4. 教學內容

以下研究者將以美國版七年級第四章 1.1 節 Ways of Comparing: Ratios and Proportions (比和比例) 為例進行內容編排說明。

首先，美國版小節開始的前言，是從 Looking Ahead (課前展望) 的部分延伸而來的。如圖 4-5，美國版教學內容前言為敘述在接下來的課程需要以準確和有用的方式比較數字的策略。

¹² 在互聯數學課程中，您將透過解決問題和反思數學來加深對數學思想的理解。你每天都會使用「思維習慣」來理解問題並將所學應用到新情況中。其中一些習慣在數學實踐共同核心國家標準 (MP) 中進行了描述。MP1 理解問題並堅持解決問題。當使用數學解決問題時，它有助於仔細地思考：您獲得的數據和其他資訊以及您需要哪些其他資訊來解決問題；您用來解決類似問題的策略以及您是否可以先解決相關的更簡單的問題：顯示你可以用方程式、圖表解決這個問題或圖表；你的回答是否有意義。

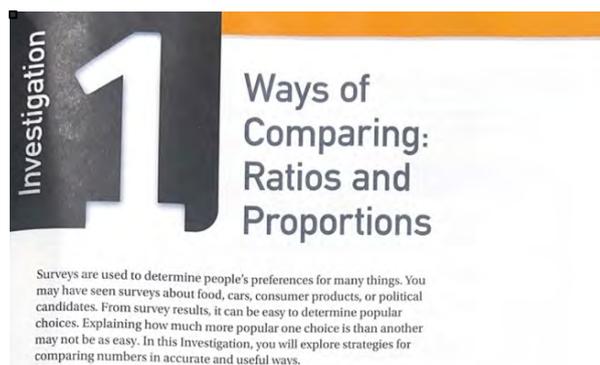


圖 4-5 美國版教學內容前言¹³

美國版在每節第一頁下方會有共同核心標準細項，旨在告知學生此節所需要學會的內容。如圖 4-6，共同核心標準細項即為第四章第一節所需要學會的內容，包括使用比例關係求解多步驟比和百分比問題、認識並表示數量之間的比例關係等。

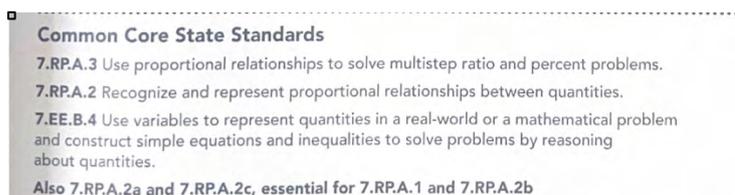


圖 4-6 共同核心標準細項¹⁴

美國版接著並會進入小節，依舉例，會進入第 1.1 小節 Surveying Opinions-Analyzing Comparison Statements（調查意見-分析比較敘述）學習內容，美國版每個小節都是以問題構成。教學內容會先提出一個情境敘述，激發學生興趣再提出一個問題組。如圖 4-7 美國版學習內容 1，首先以真實的情境出發，說明銷售氣泡飲料的公會做民眾口味的調查，並且依此調查進行行銷，接著便會進入如圖 4-8 美國版學習內容 2 的問題組討論。

¹³ 調查用於確定人們對許多事物的偏好。您可能已經看過有關食品、汽車、消費品或政治候選人的調查。從搜索結果中，可以很容易地確定受歡迎的選擇。解釋一個選擇比另一個選擇更受歡迎可能並不容易。在本次搜索中，您將探索以準確和有用的方式比較數字的策略。

¹⁴ 共同核心州標準：7.RP.A.3 使用比例關係求解多重佔比和百分比問題。7.RP.A.2 認識並表示數量之間的比例關係。7.EE.B.4 使用變數來表示現實世界或數學問題中的數量，並建構簡單的方程式和不等式，透過推理數量來解決問題。還有 7.RP.A.2a，7.RP.A.2c，7.RP.A.1 和 7.RP.2b 也符合。

1.1 Surveying Opinions

Analyzing Comparison Statements

Companies that sell soft drinks often report survey results about customers' preferences.



The Marketing Club at Neilson Middle School is studying surveys and other marketing strategies. One of the surveys is about people's preferences for two different kinds of cola. Club members have various opinions about ways to report the results from the cola taste test.

圖 4-7 美國版學習內容 1¹⁵

Problem 1.1

Here are four statements about the cola taste-test results.

1. In a taste test, people who preferred Bolda Cola outnumbered those who preferred Cola-Nola by a ratio of 17,139 to 11,426.
2. In a taste test, 5,713 more people preferred Bolda Cola.
3. In a taste test, 60% of the people preferred Bolda Cola.
4. In a taste test, people who preferred Bolda Cola outnumbered those who preferred Cola-Nola by a ratio of 3 to 2.

- A
1. Describe what you think each statement above means.
 2. Which of the above statements do you think would be best in an advertisement for Bolda Cola? Why?
 3. Is it possible that all four statements are based on the same survey data? Explain your reasoning.
 4. In what other ways could you express the claims in the four statements? Explain your reasoning.
 5. Suppose you surveyed 1,000 cola drinkers. What numbers of Bolda Cola and Cola-Nola drinkers would you expect? Explain your reasoning.

圖 4-8 美國版學習內容 2¹⁶

¹⁵ 銷售氣泡飲料的公司經常報告有關客戶偏好的調查結果。尼爾森中學的營銷俱樂部正在研究調查和其他行銷策略。其中一項調查是關於人們對兩種不同種類可樂的偏好。俱樂部成員對報告可樂口味測試結果的方式有各種意見。

¹⁶ 以下是關於可樂口味測試結果的四個陳述。1. 在口味測試中，喜歡 Bolda Cola 的人比喜歡 Cola-Nola 的人為 17139 比 11426。2. 在口味測試中，有 5,713 人更喜歡 Bolda Cola。3. 在口味測試中，60% 的人首選 Bolda Cola。4. 在味覺測試中，喜歡博爾達的人可樂的數量超過了那些喜歡 Cola-Nola 的人。比例為 3 比 2。A. 1. 描述你認為上述每個陳述的含義。2. 您認為上述哪一項陳述最適合 Bolda Cola 的廣告？為什麼？3. 是否有可能所有四個陳述都基於相同的調查數據？解釋你的理由。您還能用哪些其他方式表達這四項聲明中的主張？解釋你的理由。5. 假設您調查了 1,000 名可樂飲用者。您預計會有多少 Bolda Cola 和 Cola-Nola 飲用者？解釋你的推理。

5. Mathematical Reflection (數學反思)

美國版每節是以 Mathematical Reflection (數學反思) 作為結束。如圖 4-9 數學反思即為第一節的數學反思，數學反思主要皆為兩頁 (如圖 4-9 有左右兩頁)。

第一頁的重點在學生自行「總結所學」，但如果直接請學生寫摘要可能還是有一定的難度，所以美國教科書都有依照小節給出問題，並要求學生依照問題寫出總結，進一步確認所學。

第二頁主要提出此節的共同核心數學實踐，並提出此節內容中的一個例子說明應用到哪個共同核心數學實踐。如圖 4-9，此節是應用到 MP3 建構可行的論點並評判他人的推理。最後以問題作為結尾，激發學生思考題目不同答案的可能性及可行性。

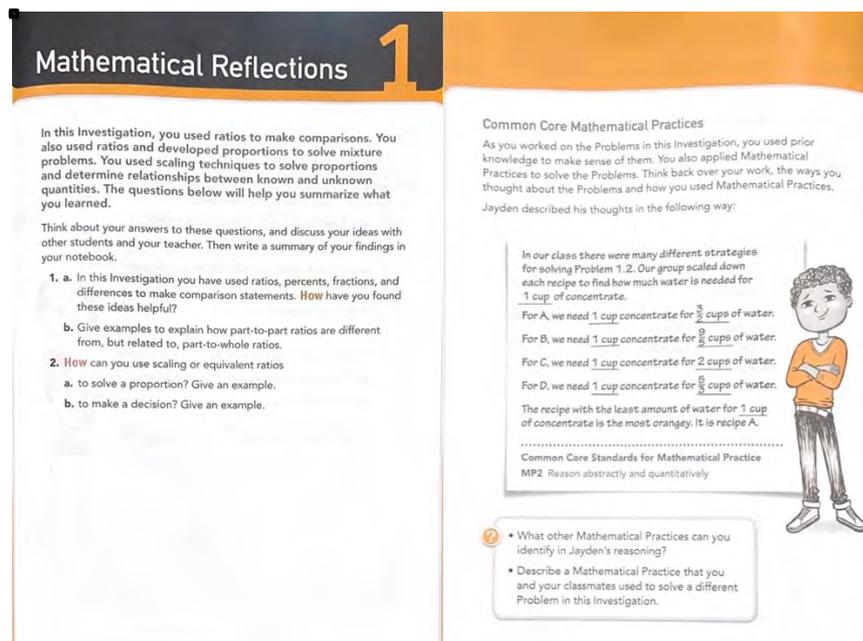


圖 4-9 數學反思¹⁷

¹⁷ 在本次探索中，你使用比進行比較。也使用佔比和發展比例來解決混合問題。使用縮放技術來求解比例並確定已知量和未知量之間的關係。以下問題將幫助您總結所學知識思考你對這些問題的答案，並與其他學生和老師討論你的想法。然後將你的發現總結寫在筆記本上。1.a. 在本次探索中，你使用了佔比，百分比，分數，和差進行比較陳述。你覺得這些想法有什麼幫助？b. 舉例說明部分與部分的佔比及部分與整體的佔比有何不同，又有何相關。2. 如何使用縮放比或等價佔比，a. 解決比例？舉個例子。b. 做決定？舉個例子。共同核心數學實踐...(略)

6. Unit Project (單元專題)

美國版教科書，在每單元結束後會有一個 Unit Project (單元專題)，此部分有可能為一些社會上、生活中的實踐，或者一些遊戲，基本多為實作類型。如圖 4-10 單元專題即為七年級第四章的單元專題，它為一個遊戲探索，除了利用遊戲培養學生的問題解決和數學思維能力。同時，它還強調了數學報告的撰寫和表達能力，這在將來的學習和職業生涯中都是重要的技能。

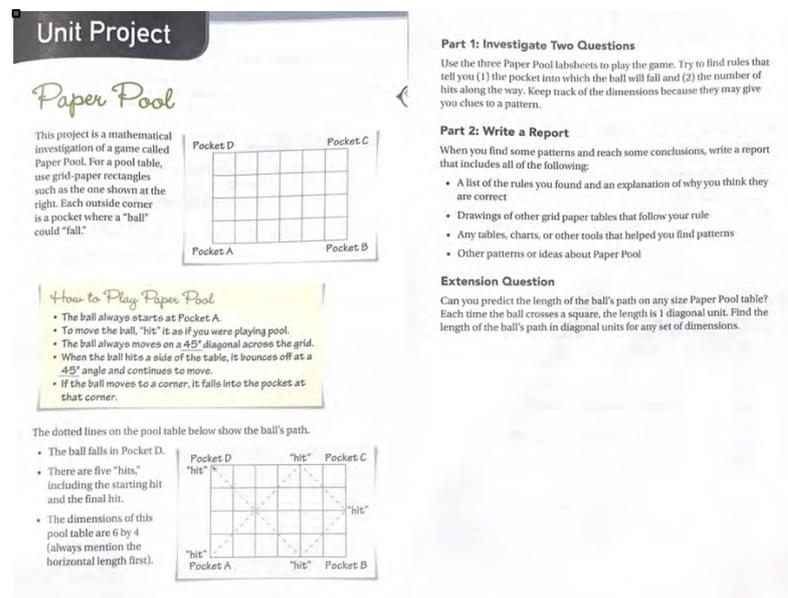


圖 4-10 單元專題¹⁸

7. Looking Back (課程回顧)

美國版於單元專題後會提出 Looking Back (課程回顧)，會先以簡單的敘述說明此單元教學內容，再來便會提出一系列問題，希望學生以所學知識回答問題並且解釋。如圖 4-11 課程回顧中即提出學校調查交通服務之每一種通勤方式的問題。並且因為題目

¹⁸ 紙上撞球：這個專案是對一個名為紙製撞球的數學研究之遊戲。對於紙製撞球池的表格，請使用矩形網格紙，如右圖所示（依圖 4-16 左上圖中所示）。每個外側角都是一個「球」可以「落下」的口袋。怎麼玩紙制撞球：球永遠從 A 袋開始。要移動球，請像打撞球一樣「擊打」它。球始終沿著 45°對角線穿過網格。有五個“撞擊點”，包括起始撞擊和最終撞擊。這張撞球桌的尺寸為 6 x 4（前者為水平長度）。……(略)

並非只有一種做法，每題還間接提出了哪一種說法是最合適的，激發學生思考，不同情境，不同問法，會有不同的最佳解答。

**Use Your Understanding:
Ratios, Rates, Percents, and
Proportions**

Test your understanding of ratio, rates, percents, and proportions by solving the following problems.

1. There are 300 students in East Middle School. To plan transportation services for the new West Middle School, the school system surveyed East students. The survey asked whether students ride a bus to school or walk.
 - In Mr. Archer's homeroom, 20 students ride the bus and 15 students walk.
 - In Ms. Brown's homeroom, 14 students ride the bus and 9 students walk.
 - In Mr. Chavez's homeroom, 20 students ride the bus and the ratio of bus riders to walkers is 5 to 3.
 - a. In what ways can you compare the number of students in Mr. Archer's homeroom who are bus riders to the number who are walkers? Which seems to be the best comparison statement?
 - b. In what ways can you compare the numbers of bus riders and walkers in Ms. Brown's homeroom to those in Mr. Archer's homeroom? Again, which seems the best way to make the comparison?
 - c. How many students in Mr. Chavez's homeroom walk to school?

圖 4-11 課程回顧¹⁹

8. English/Spanish Glossary (英語/西班牙語詞彙表)

美國版在課程回顧之後，美國版會對於名詞的不同語言的解釋。如圖 4-12 美國版英語/西班牙語詞彙表，在美國教科書中包含英語/西班牙語詞彙表的主要原因之一是美國的學生和家庭具有多元文化和多語言的特點。這能讓學生及輔導課業的家長更快速的了解教科書中的單詞解釋，以圖 4-12 為例是將學生可能不了解的詞彙「佣金」進行英文

¹⁹ 使用你的理解：比例、佔比、百分比和比例式。透過解決以下問題來測試您對佔比、佔比、百分比和比例的理解。1.東中學現有學生 300 人。為了為新的西部中學規劃交通服務，學校系統進行了對東部學生的調查。調查問學生是否乘坐校車上學還是步行。在阿切爾先生的班級中，有 20 名學生乘坐校車，15 名學生步行。在布朗女士的班級中，有 14 名學生乘坐校車，9 名學生步行。在查韋斯先生的班級中，有 20 名學生乘坐校車，校車乘客與步行者的比例為 5 比 3。a.在阿切爾先生的班級中，有哪些方式可以比較乘坐校車的學生與步行的學生的人數？哪種比較說法似乎是最合適的？b.在布朗女士的班級中，有哪些方式可以比較乘坐校車的學生和步行的學生的人數，以及與阿切爾先生的班級相比？哪種方法似乎是最適合進行比較的？c.查韋斯先生的班級中有多少學生步行上學？

及西班牙語解釋，並以例子將名此解釋得更完整。

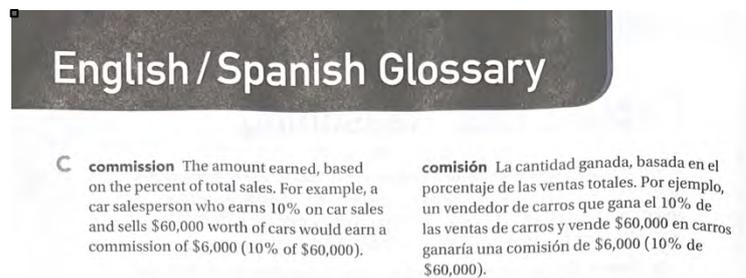


圖 4-12 英語/西班牙語詞彙表²⁰

9. Index (索引)

最後，美國版在每個單元結束處便是一個索引，幫助學生快速查找資料。

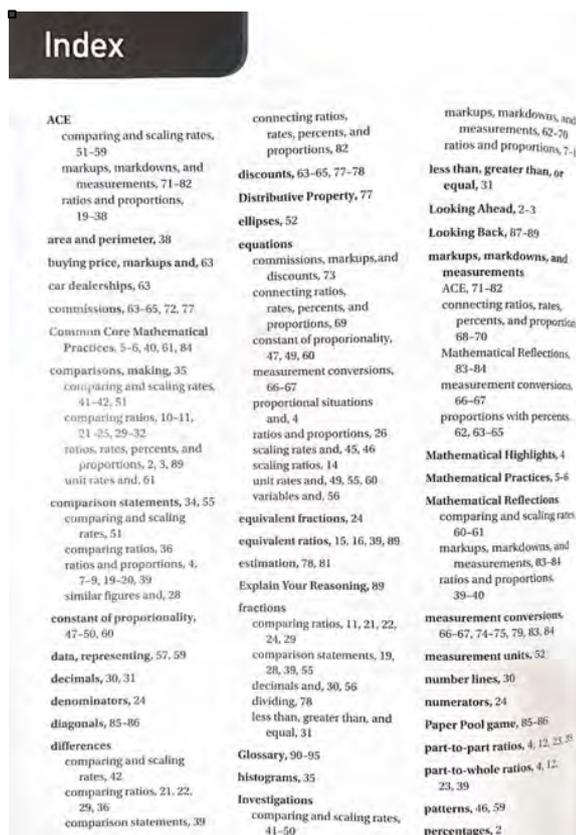


圖 4-13 索引

²⁰ (圖 4-15 左為英文名詞解釋，右為西班牙語的名詞解釋) 佣金：是基於總銷售額的百分比而賺取的金額。例如，一位汽車銷售員如果按汽車銷售額的 10% 賺取佣金，並賣出價值 60,000 美元的汽車，將賺取 6,000 美元的佣金 (60,000 美元的 10%)。

二、臺灣版各單元內部編排方式

臺灣版為對應美國年級段，故在編排方式選擇探討國中部分，臺灣版單元編排分為四個部分，課前引導漫畫，教學內容，重點整理以及數學素養。

接下來，研究者會以臺灣版七年級下學期第二章比例單元進行個部分的舉例說明。

1. 課前引導漫畫

臺灣版部分單元的一開始為「課前引導漫畫」，以漫畫情境引起學生學習動機，如圖 4-14 課前引導漫畫為七年級比例單元的一開始，以電影院馬桶的數量進行比例的討論，這部分提出的問題解決方法在之後的課程內容也會提出，漫畫最後則是引出本單元的學習的目標。



圖 4-14 課前引導漫畫

2. 溫故啟思

臺灣版是在小節開始前有一個「溫故啟思」，如圖 4-15 溫故啟思，先提出倍數以及比與比值的問題等問題，確認學生的先備知識。

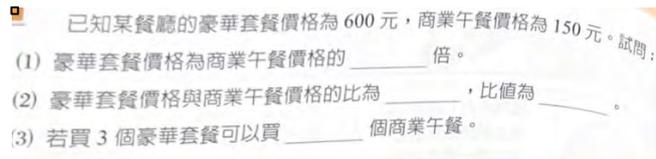


圖 4-15 溫故啟思

3. 教學內容

接著臺灣版進入各小節教學內容，會先對於溫故啟思的部分再次說明，建立學生先備知識，並提出一些先備知識中重要的數學定義及公式，如圖 4-16 臺灣版教學內容 1。接著便會進入新的教學內容，如圖 4-17 臺灣版教學內容 2，通常這部分會依照學習主題安排相對應的例題並且延伸出隨堂練習。

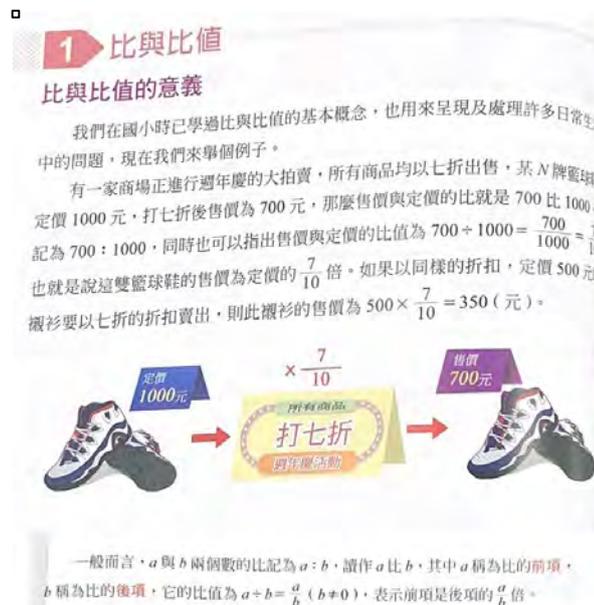


圖 4-16 臺灣版教學內容 1

例 1 比與比值的意義

有一家知名手搖飲品店推出了招牌商品「蜂蜜檸檬汁」，試問：

- (1) 「蜂蜜檸檬汁」的成份中只有蜂蜜水及檸檬汁，蜂蜜水與檸檬汁的比為 2 : 3，則 300 cc 的檸檬汁需要加入多少蜂蜜水才能配成「蜂蜜檸檬汁」？
- (2) 此店飲品的容量有「大杯」及「重量杯」兩種，大杯容量為 700 cc，重量杯容量為 1 公升，請問「大杯」與「重量杯」的容量比值為何？

- (1) 蜂蜜水與檸檬汁的比為 2 : 3，其比值為 $\frac{2}{3}$ 。

代表蜂蜜水為檸檬汁的 $\frac{2}{3}$ 倍。

因此 300 cc 的檸檬汁要加入 $300 \times \frac{2}{3} = 200$ (cc) 的蜂蜜水。

- (2) 因為 1 公升 = 1000 cc，

所以「大杯」與「重量杯」的容量比為

700 cc : 1 公升 = 700 cc : 1000 cc，

它們的比值是 $\frac{700}{1000} = \frac{7}{10}$ 。

同類量的數值(例如：容積)求比值時，要換成相同單位。



課堂練習

承例題 1，如果點一杯少冰的飲料，冰塊重量與飲料重量的比為 1 : 5，則一杯 700 公克的飲料含有多少公克的冰塊？

圖 4-17 臺灣版教學內容 2

4. 重點整理

臺灣版的小節最後則為重點整理，會整理本章所學知識定義及公式等，如圖 4-18 重點整理，分別對於比與比例式，比的相等，最簡單整數比，比例式，比例式的性質做定義及公式的整理。

88

2-1 重點整理

- 1 比與比值**
 a 與 b 兩個數的比記為 $a : b$ ，讀作 a 比 b ，其中 a 稱為比的前項， b 稱為比的後項，它的比值為 $a \div b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)，表示前項是後項的 $\frac{a}{b}$ 倍。
- 2 比的相等**
 - (1) $a : b$ 與 $c : d$ 兩個比相等，就是指它們的比值 $\frac{a}{b}$ 與 $\frac{c}{d}$ 相等，記為 $a : b = c : d$ 。
 - (2) 若 $b \neq 0, m \neq 0$ ，則 $a : b = (a \times m) : (b \times m) = (a \div m) : (b \div m)$ 。
- 3 最簡單整數比**
如果一個比的前項及後項都是整數，而且它們的最大公因數是 1，我們就稱這個比是**最簡單整數比**。
④ 4 : 3 是最簡單整數比，而 (-2) : 8 不是最簡單整數比。
- 4 比例式**
 - (1) 當 $a : b$ 與 $c : d$ ($b \neq 0, d \neq 0$) 兩個比相等時，可以記為 $a : b = c : d$ ，這樣的等式稱為**比例式**，其中 a 和 d 稱為這個比例式的**外項**， b 和 c 稱為這個比例式的**內項**。
 - (2) 比例式的外項乘積等於內項乘積，也就是若 $a : b = c : d$ 則 $ad = bc$ 。
④ 若 4 : 3 = 8 : 6，則 $4 \times 6 = 3 \times 8 = 24$ 。
- 5 比例式的性質**
若 a, b 都是不為 0 的數，且 $x : y = a : b$ ，則：
 - (1) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ 。 (2) $x = ar, y = br, r \neq 0$ 。
 - ④ 若 $x : y = 4 : 3$ ，則 $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ ，且可設 $x = 4r, y = 3r, r \neq 0$ 。

圖 4-18 重點整理

表 4-6 臺美兩版各單元內容編排方式的異同

美國版	臺灣版	兩版有對應的差異處
課前展望	課前引導漫畫	皆應用情境問題引發學生的學習動機，以及引出學習的目標。
數學亮點		
CCSS-數學實踐和思維習慣	溫故啟思	相異處為臺灣的小節開始前有一溫故啟思部分，可確認學生的先備知識，小節內容也先進行先備知識的教學再進入例題及隨堂練習，注重定義的說明。美國則是會詳細說明小節應用到的課程標準的細項，然後內容皆是以問題為導向進行教學，無定義的說明。
教學內容	教學內容	
數學反思	重點整理	相異處為臺灣版在小節最後列出重點整理，注重定義及公式，美國版希望學生自行「總結所學」，並以問題協助學生整理所學。
單元專題	數學素養	兩版皆是屬於能啟發學生學習興趣並能夠應用於生活中的一個部分。但美國版的單元專題更多是讓學生動手做，如圖 4-10，利用遊戲連結單元所學，而臺灣版的數學素養偏向利用一些已有的知識，如圖 4-19，將比例與聲音的音頻連結，不會明確要求學生需要動手做，因為會在內文說明兩者明確的關係，學生可自行觀察出結果。
課程回顧		
英語/西班牙語詞彙表		本研究無對應部分。但因應「雙語國家」政策，2024 年以後出版的國中數學教科書，在書末附中英詞彙對照表。
索引		

第三節 臺美兩版單元間的銜接與連結之質性研究結果

首先，研究者定義銜接與連結。在比例主題之內的關聯，叫做「銜接」，前一單元的知識會引導到後一單元，如圖 4-20 就是「銜接」。比例主題與其他主題的關聯，叫做「連結」。某兩個單元之間有關聯，如圖 4-27 就是「連結」。

以下將分別以連結與銜接的部分說明臺灣版與美國版提出的內容。

一、銜接

1. 臺灣版

依照前述定義，本小節描述臺灣版五下第八單元比率與百分率、六上第四單元比與比值、七下第二單元第一節比例式之間銜接。臺灣版國小的暖身練習即對應國中的溫故啟思，研究者認為至少在六上第四單元應該在暖身練習中提及提及五下第八單元的銜接，但如圖 4-20 呈現，六上第四單元比與比值在教科書提到的先備知識及暖身練習皆只有分數的應用，由此可見臺灣的比例教材或許傾向將比例視為分數。研究者認為五下第八單元比率與百分率與六上第四單元比與比值並無銜接。

先備經驗

- (1) 認識等值分數。
- (2) 能做分數的擴分、約分。
- (3) 能計算分數的乘法。
- (4) 認識最簡分數。

學習要點

- (1) 認識比的意義和表示法。
- (2) 認識比值的意義和除法的關係。
- (3) 了解相等的比。
- (4) 認識最簡單整數比。
- (5) 比的應用。

暖身練習

一、填填看：

- (1) $\frac{30}{45} = \frac{10}{()} = \frac{()}{3}$
- (2) $\frac{8}{11} = \frac{()}{33} = \frac{48}{()}$
- (3) $2\frac{4}{5} \times 5 = \frac{()}{5} \times 5 = ()$

二、把下面各數約分成最簡分數：

- (1) $\frac{48}{72}$
- (2) $\frac{54}{81}$

圖 4-20 臺灣版銜接 1

七下第二單元比例中間的其他單元也皆無比例的銜接，只有在七下的第二單元比例一開始的溫故啟思，如圖 4-21，有提及比與比值的內容，即銜接六上第四單元比與比值的內容。

啟思

已知某餐廳的豪華套餐價格為 600 元，商業午餐價格為 150 元。試問：

- (1) 豪華套餐價格為商業午餐價格的 _____ 倍。
- (2) 豪華套餐價格與商業午餐價格的比為 _____，比值為 _____。
- (3) 若買 3 個豪華套餐可以買 _____ 個商業午餐。

圖 4-21 臺灣版銜接 2

2. 美國版

本小節中，研究者將針對美國版六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence（比，有理數和等價）、第五單元第四節 Decimal Ops-Computing With Decimals and Percents（使用小數和百分號進行運算），以及七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions（比、佔比、百分比和比例）的銜接狀況，舉例說明。以下研究者將進行依照美國版每節的共同核心標準細項及索引直接查找，針對美國版，以六年級第二單元到七年級第四單元間的單元銜接狀況，並做舉例說明。此外，因美國版教科書很少直接教學的敘述，大多都是直接以問題引導教學，所以探討有無銜接也是以題目進行探討。

美國版對於六年級進入七年級的一個重要的銜接是出現在六年級第五單元的第四節 Using Percents（使用百分號）。

此節的一開始，如圖 4-22，是以購物時需要支付銷售稅以及商場則折扣常見應用百分比表示。這一部分是引進七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions（比、佔比、百分比和比例）會出現的百分比概念。

When you buy something in a store, you often pay sales tax on the purchase price. When the store has a sale, the manager posts signs advertising a discount. Discounts and tax rates are commonly expressed as percents. For discounts, you might see percents like 25%, 30%, or 50%. For sales tax, you might see percents such as 5%, 6.25%, or 8%. Understanding how to compute and use percents can make you a smarter consumer.

Item Name	Price	Tax	Total
pencil	1.00	0.06	1.06
doodle pad	5.90		
eraser	0.50		

Credit	Debit	Subtotal	7.40
Check	Cash	Tax	
		Order total	
		Cash	

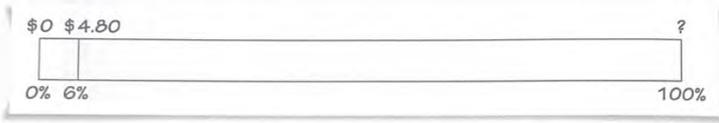
Print Receipt

圖 4-22 美國版銜接 1²¹

²¹ 當你在商店購物時，通常要支付商品價格的銷售稅。當商店搞特價時，經理會張貼標示打折優惠的告示。折扣和稅率通常以百分比表示。在折扣方面，你可能會看到像 25%、30% 或 50% 這樣的百分比。對於銷售稅，你可能會看到 5%、6.25% 或 8% 等百分比。了解如何計算和應用百分比可以讓你成為一位更明智的消費者。……（略）

第四節 Using Percents（使用百分號）的第一小節 What's the Tax on this Item?（此商品的稅費是多少？）提出在六年級第二單元已出現過的百分比條（分數條）概念讓學生便於理解。以圖 4-23 為例，百分比條可以清楚地知道比例關係，進而解決問題。

C 1. Alexis bought a video game player. She does not remember the price before tax. She does know that the 6% sales tax came to \$4.80. To find the price of the game player, she drew a percent bar, or tape diagram. What was the price of the game player before tax? How do you know?



2. Frank bought a new video game. The 5% sales tax was \$.75. What was the price of the game before tax?

- Draw a tape diagram to illustrate the problem.
- Find the price (before tax) of the game. Explain how you know.

圖 4-23 美國版銜接 2²²

第二小節 Computing Tips(計算技巧)及第三小節 Percent Discounts(折扣百分比)，則是以第一小節為基礎，將未知數改變，提出更多可能題型，像是已知在餐廳所選餐點之總售價以及小費百分比。

二、 連結

1. 臺灣版

臺灣版五下第八單元比率與百分率到六上第四單元比與比值之間，並未發現此二單元與其他單元的連結。

六上第七單元正比，在內容一開始的先備知識與暖身練習有提及相等的比與比值，如圖 4-24，此部分即連結六上第四單元比與比值的內容。

²² 亞歷克西斯買了一個視頻遊戲機。她不記得稅前價格，但知道 6% 的銷售稅為 4.80 美元。為了找到遊戲機的價格，她繪製了一個百分比條，或稱為膠帶圖。遊戲機在稅前的價格是多少？你是如何得知的？

先備經驗

- (1) 能約分成最簡分數。
- (2) 了解比的相等關係。
- (3) 認識比值。

學習要點

- (1) 認識成正比例的意義。
- (2) 分辨正比例與非正比例的關係。
- (3) 會繪製正比的關係圖。
- (4) 能理解正比的現象，並建立正比的概念，解決生活中的問題。

暖身練習

一、下面哪些比和 2 : 5 相等？圈圈看。

(1) 4 : 10 (2) 4 : 8
(3) 6 : 15 (4) 6 : 10

二、填填看：

(1) 15 : 24 的比值是 ()。

(2) 3.6 : 2 的比值是 ()。

(3) $2\frac{1}{5} : 15$ 的比值是 ()。

圖 4-24 臺灣版連結 1

八年級部分只有八年級下學期第二單元第一節一次函數，如圖 4-25，一開始以正比為例，提出兩量關係。

1 變數與函數

在生活，我們常會看到兩組數量之間有著特殊的對應關係。當一個數量改變時，另一個數量也跟著變化，例如在七年級學過的正比關係中，若車速固定為每小時 60 公里，經過時間 t 小時與行走距離 S 公里的關係如下表：

時間 t (小時)	1	2	3	4	……
距離 S (公里)	60	120	180	240	……

距離 S 與時間 t 的關係，也可用式子 $S=60t$ 表示。隨著時間 t 的改變，距離 S 也跟著改變，我們稱 t 、 S 都是「變數」。

再舉一個例子，一枝原子筆售價 15 元，買了 x 枝，總共花了 y 元，此時 x 、 y 的關係式為 $y=15x$ 。隨著枝數 x 的改變，總價 y 也跟著改變，因此，在這個例子裡， x 、 y 都是「變數」。

圖 4-25 臺灣版連結 2

接著一直到九上第一單元比例線段與相似形中第一節連比的溫故啟思，如圖 4-26，提及三角形的三邊比，即為將前面所教比例單元內容連結至連比單元。第二節比例線段的溫故啟思也有提及比例關係，如圖 4-27，也屬連結部分。

溫故啟思

某三角形的三邊長分別為 a 、 b 、 c ，且滿足 $4a=3b$ ， $5b=4c$ 。求：

(1) $a:b=$ _____。

(2) $b:c=$ _____。

(3) $a:c=$ _____。

圖 4-26 臺灣版連結 3

溫故啟思

1 如右圖， $\overline{AD}=6$ ， $\overline{DB}=9$ ， $\overline{AE}=x-4$ ， $\overline{EC}=x$ 。
若 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ ，則 $x=$ _____。

2 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 點在 \overline{AB} 上， E 點在 \overline{AC} 上。
若 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，試問：

(1) $\triangle DEB$ 面積 = ? $\triangle DEC$ 面積 = ?

(2) $\triangle ABE$ 面積和 $\triangle ADC$ 面積是否相等？為什麼？

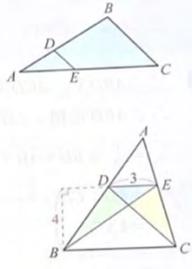


圖 4-27 臺灣版連結 4

九年級比例單元的連結部分在九上第一單元比例線段與相似形中的第二節比例線段。如圖 4-28，利用平行線截比例線段中比例關係的探索了解相似形的平行線截比例線段的關係。

探索活動

平行線截比例線段(1)

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，已知 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} : \overline{DB} = a : b$ 。

(1) 求 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle DEB$ 面積 = ?

(2) $\triangle BDE$ 與 $\triangle CDE$ 的面積是否相等？

(3) 求 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle CDE$ 面積 = ?

(4) 求 $\overline{AE} : \overline{EC} = ?$

由探索活動可以知道：
 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ ，稱這四個線段成**比例線段**。

圖 4-28 臺灣版連結 5

而在九上第一單元比例線段與相似形中的第三節相似形中一開始介紹縮放圖形與比例線段，如圖 4-29，是以倍數關係來解釋縮放圖形，並無明確提及比例關係。但在相似形的應用時，有提及兩多邊形相似，對應角相等，對應邊成比例，如圖 4-30，此部分就有連結至比例。

縮放圖形與比例線段

在文書軟體將文件的圖片放大時，若拉動 D 點會讓浩南變胖；拉動 B 點會讓浩南變高；拉動 C 點則會得到一個跟原圖相像，但為放大的浩南。為什麼呢？我們在後面的內容說明。

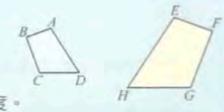
圖 4-29 臺灣版連結 6

例 2 兩個多邊形相似，其對應角相等，對應邊成比例

已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ 。

(1) 若 $\angle F = 90^\circ$ ， $\angle G = 110^\circ$ ， $\angle H = 65^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度數。

(2) 若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{EF} = 10$ ，求 \overline{FG} 的長度。



解

(1) 由四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ，可知對應角相等，則 $\angle A = \angle E$ 。
 \therefore 四邊形的內角和為 360°
 $\therefore \angle E = 360^\circ - \angle F - \angle G - \angle H = 360^\circ - 90^\circ - 110^\circ - 65^\circ = 95^\circ$
 故 $\angle A = 95^\circ$ 。

(2) 由四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ，可知對應邊成比例，
 則 $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}}$ ， $\frac{6}{10} = \frac{9}{\overline{FG}}$ ， $9 \times 10 = 6 \times \overline{FG}$ ，故 $\overline{FG} = 15$ 。

圖 4-30 臺灣版連結 7

2. 美國版

本小節中，研究者將針對六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence(比，有理數和等價)到七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例)間的單元連結狀況，並做舉例說明。此外，因美國版教科書很少直接教學的敘述，大多都是直接以問題引導教學，所以探討有無連結也是以題目進行探討。

在美國版六年級第六單元 Variables and Patterns-Focus on Algebra (聚焦於代數)，這一單元的內容是希望學生可以以文字、表格、圖表和方程式表示變數之間的關係，這其中也包含有比例關係。第六單元與第五單元的差別是，不再以百分比條作為計算的輔助，而是以表格、圖表及方程式說明其關係。

如圖 4-31 呈現的美國版六年級第六單元第三小節 Moving, Texting, and Measuring: Using Rates and Rate Table (運用佔比和佔比表)中的一開始便以生活中常見的關係作為舉例，例如價錢與顧客人數間的關係等。這部分的舉例說明了比例關係的方程表示，方程式 $y=mx$ 中的斜率 m 描述 x 和 y 之間的變化比例。此部分利用佔比與佔比表呈現比例關係方程式查找比例的變化，建立了美國版七年級比例單元的方程式應用的先備知識，即為了七年級比例單元提出的方程式做連結。

3.2 Moving, Texting, and Measuring

Using Rates and Rate Tables

There are many relationships between variables that you can write as algebraic equations. One simple type is especially important.

Relationship: cost of admissions to number of customers	sales tax to Ocean Bike Tours price	distance to time traveled by cyclist
Equation: $c = 21n$	$T = 0.06P$	$d = 20t$
Description of Coefficient: price per customer	tax rate per dollar	average speed in miles per hour

Relationships with rules in the form $y = mx$ occur often. It is important to understand the patterns in tables and graphs that those relationships produce. It is also useful to understand the special information provided in each case by m —the coefficient of x .

In these equations, the coefficient tells the **rate of change** in the dependent variable as the independent variable increases steadily.

圖 4-31 美國版連結 1²³

在美國版六年級第四單元 Covering and Surrounding-Two-Dimensional Measurement (二維測量) 中索引即發現標注 ratio (比例) 的頁碼，依據索引，可知美國版第四單元第一節 Designing Bump Car: Extending and Building on Area and Perimeter (擴展並建立在面積和周長的基礎上) 中課後練習連結部分中連結到了比例相關題型，如圖 4-32 與圖 4-33。

如圖 4-32 美國版教科書先介紹了「黃金比」，並提出兩個問題。這部分很明顯連結到比例的題型，因為黃金比是屬於一個特殊的比例，對於建築、自然界與金融應用中都廣泛地使用。圖 4-32 提出了黃金比發生在自然界中的狀況，問題是以圖片協助請學生找出關於鸚鵡螺殼的比例關係，並希望學生從中找到他的黃金比。

圖 4-33 則是一黃金比的應用於建築上的狀況，也以圖片輔助學生找到黃金比。兩題都是以學生真實生活中可能看到的事物作為題目，這樣的題目能有效引起學生興趣。而在學習目標就都是希望學生了解比例的一般形式為 $a:b$ ，表示數量 a 和 b 之間的比。當 $\frac{a}{b}=1.618$ 時，這組比例就呈現出黃金比例的特徵。

²³ 有許多變數之間的關係可以表示為代數方程式。其中一種簡單的類型尤其重要。在形如 $y = mx$ 的規則中，我們經常遇到與規則相關的關係。理解這些關係所產生的表格和圖形中的模式是重要的。同時，理解每個情況中 m (x 的係數) 所提供的特殊信息也是有用的。

Did You Know?

A **golden rectangle** is a rectangle that has special side lengths. The ratio of a golden rectangle's short side to long side is approximately 1 to 1.62. There are many examples of the golden ratio in nature. Some artists use golden rectangles in sculptures, paintings, and architecture because they are appealing to the eye. People in finance use the golden ratio in a strategy called Fibonacci retracement.

Mathematicians have also studied the golden ratio because of its interesting properties. They noticed that the ratio of (length + width) to width is the same as the ratio of width to length. The ratio is approximately 1.62 to 1.

68. You can find the golden ratio in the dimensions of a Nautilus shell.
- Examine the picture. Find at least three nonsquare rectangles. Write the ratio of length to width for each rectangle. Express each ratio as a decimal.
 - The Nautilus shell is very popular among people who collect seashells. Why do you think the Nautilus shell is so popular?

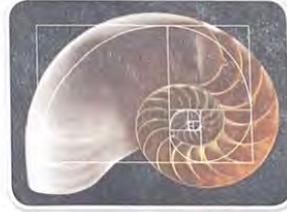


圖 4-32 美國版連結 2²⁴

69. The Parthenon is an example of a mathematical approach to architecture. The photograph below shows several examples of golden rectangles.



- Measure the dimensions of the three golden rectangles in the photograph in centimeters. Write the ratio of length to width for each rectangle. Write each ratio as a fraction and then as a decimal. Compare the ratios to each other and to the golden ratio.
- The height of the Parthenon was about 64 feet. What must its width be to be considered a golden rectangle?

圖 4-33 美國版連結 3²⁵

²⁴黃金矩形是一個具有特殊邊長的矩形。黃金矩形的短邊到長邊的比例大約為 1 比 1.62。在自然界中有許多黃金比例的例子。一些藝術家在雕塑、繪畫和建築中使用黃金矩形，因為它們對眼睛很有吸引力。金融界的人們在一種稱為斐波那契回撤的策略中使用黃金比例。數學家也研究了黃金比例，因為它具有有趣的性質。他們注意到(長度+寬度)到寬度的比例與寬度到長度的比例是相同的，大約為 1.62 比 1。……(略)

²⁵ 69. 帕德嫩神廟是建築中數學方法的一個例子。下面的照片展示了數個黃金矩形的例子。a. 測量照片中三個黃金矩形的尺寸(以厘米為單位)。為每個矩形寫下長寬的佔比。將每個佔比表示為一個分數，然後轉換為小數。比較這些佔比與黃金比例以及彼此之間的關係。b. 帕德嫩神廟的高度約為 64 英尺。要被視為一個黃金矩形，它的寬度應該是多少呢？

在美國版六年級第五單元 Decimal Ops-Computing With Decimals and Percents（使用小數和百分號進行運算）中的第一節 Decimal Operations and Estimation（十進位運算和估計）的開始，如圖 4-34 下方的數學共同核心標準細則提出 6.RP.A.1，6.RP.A.2，6.RP.A.3b 等細則，即可知此節有應用到比例相關知識的連結。如圖 4-34，也清楚地以比例為引導進入此節課程。

□ Whole numbers, decimals, and percents are numbers used to report news, sports, and economics. In this Unit, you will consider everyday situations in which decimals are used, such as:

A sixth grader might win a 100-meter dash race with a time of 13.36 seconds.

Gas stations charge rates such as \$4.079 per gallon. Gas purchases are measured in amounts such as 11.2 gallons.

In most of the United States, consumers pay sales taxes such as 6%, 7.25%, or even 8% of the purchase price.

To solve problems involving numbers, you often need to decide which operations are needed. In this Investigation, you will develop skills in recognizing when a situation involves addition, subtraction, multiplication, or division. You will also practice estimating the results of computations with decimals.



.....

Common Core State Standards

6.RP.A.1 Understand the concept of a ratio and use ratio language to describe a ratio relationship between two quantities.

6.RP.A.2 Understand the concept of a unit rate a/b associated with a ratio $a : b$ with $b \neq 0$, and use rate language in the context of a ratio relationship.

6.RP.A.3b Solve unit rate problems including those involving unit pricing and constant speed.

Also 6.RP.A.3 and essential for 6.NS.B.3

圖 4-34 美國版連結 4²⁶

圖 4-35 呈現美國版六年級第五單元第一節中的第三小節 Take a Hike: Connecting Ratios, Rates, and Decimal（連結比、佔比和小數）中的一開始，印證確實如圖 4-34 下方的數學共同核心標準細則所言此節有連結到比例。

²⁶ 整數、小數和百分比是用來報導新聞、體育和經濟的數字。在本單元中，您將考慮小數被使用的日常情境，例如：.....（略）。為了解決涉及數字的問題，通常需要判斷需要使用哪些運算。在這個探索中，你將培養辨識情境中是否涉及加法、減法、乘法或除法的技能。同時，你還將練習估算帶有小數的運算結果。共同核心州標準：6.RP.A.1 理解佔比的概念，使用佔比語言描述兩個量之間的佔比關係。6.RP.A.2 理解與佔比 $a:b$ 相關的單位佔比 a/b 的概念，其中 a 和 b 為整數， $b \neq 0$ ，並在佔比關係的上下文中使用佔比語言。6.RP.A.3b 解決單位佔比問題，包括涉及單位價格的問題。同時也符合 6.RP.A.3 並且對於 6.NS.B.3 是基本的。

圖 4-35 即為第三小節 Take a Hike: Connecting Ratios, Rates, and Decimal (連結比、佔比和小數) 的一開始課程，主要在說明單位佔比的應用，而單位佔比是比例的特殊情況，其中一個數量的分母是 1，表示每單位的相對量，相當於我國所說的「比值」。比例則是一種更一般的相對比較方式，可以描述兩個數量之間的各種相對關係。

而圖 4-36 是在圖 4-35 的基礎上提出的問題。問題除了單位佔比外，還結合了食譜的比例，這些都是有關比例的問題。所以這節能明顯的知道，單位佔比這個部分是建立在比例單元上的，與比例是有所連結的。

1.3 Take a Hike
Connecting Ratios, Rates, and Decimals

The Madison Middle School Outdoor Club went on a three-day hiking trip in a national park. The club members made a table to show the distance traveled and time spent hiking for each of the three days.

Day	Distance Traveled (miles)	Time (hours)
1	9	4
2	12	5
3	6.4	2.5

How can you use the data above to compare the walking rates for each of the three days?

In *Comparing Bits and Pieces*, you learned about *unit rates*. You expressed each person's share of a chevy fruit worm as a unit rate. A **unit rate** is a comparison of two quantities in which one of the quantities being compared is 1 unit. In this Problem, you will use a calculator to find unit rates, such as the distance the hikers traveled per hour. You can express these unit rates in decimal form.

圖 4-35 美國版連結 5²⁷

Problem 1.3

A The table above gives information about the Outdoor Club's hiking trip. Use a calculator or some other method to find the unit rate for the speed at which the Outdoor Club hikers traveled for each day of the hiking trip. Compare the unit rates you found.

B Before the trip, the hikers made some trail mix. A recipe for trail mix calls for a ratio of 3 cups of raisins to 4 cups of peanuts.

1. What is the ratio of raisins to peanuts as a unit rate? Express this in both fraction and decimal form.
2. How many cups of raisins should the hikers have used if they had 2 cups of peanuts? 3 cups of peanuts? 5 cups of peanuts? Explain your reasoning.

圖 4-36 美國版連結 6²⁸

²⁷ 麥迪遜中學戶外俱樂部進行了一次在國家公園的為期三天的健行。俱樂部成員製作了一張表格，顯示了三天內每天的行程距離和徒步所花費的時間。……（略）在〈比較零碎和部分〉中，你學到了有關單位佔比的知識。你以每個人分配的柔軟水果蟲作為單位佔比進行表達。單位佔比是兩個數量的比較，其中被比較的其中一個數量為 1 個單位。……（略）

²⁸ A 上方的表格提供了有關戶外俱樂部健行的信息。使用計算機或其他方法，找出戶外俱樂部徒步者每

接著，研究進入美國版七年級的教科書，七年級第三單元是 Stretching and Shrinking-Understanding Similarity (瞭解相似性)。這個部分在第一節的一開始，如圖 4-37 即在數學核心標準中提出 6.PR.A.2，可明確知道此章節與比例有連結。

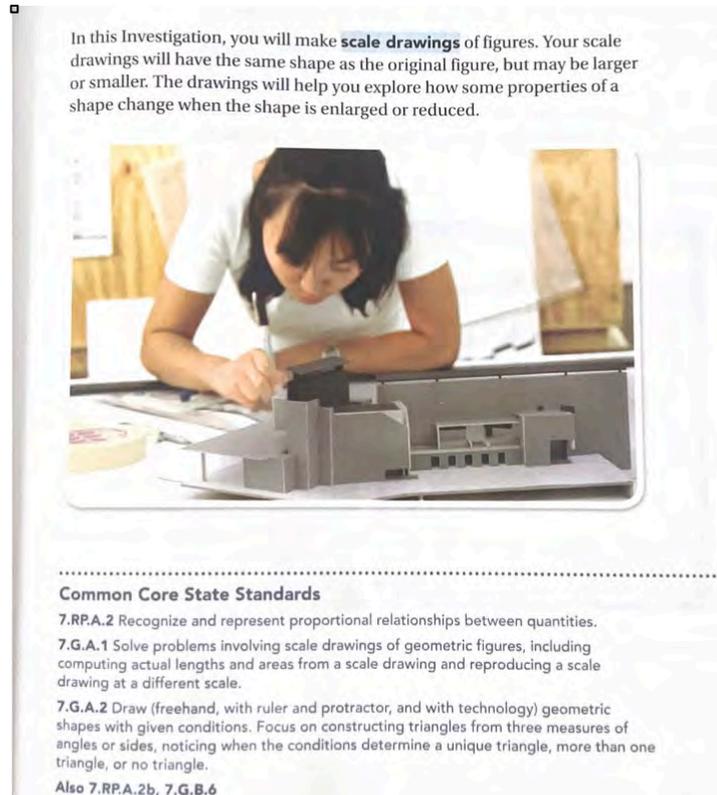


圖 4-37 美國版連結 7²⁹

如圖 4-38 即為此節連結了比例及相似形的關係的部分，複印至 150%，其實就是把原始圖形當作 1 (100%)，放大圖形至原始圖形與複印之圖形的比例為 1:1.5，而複印至 75%，則是縮小圖形至原始圖形與複印之圖形的比例為 1:0.75。

天旅行的速度單位率。比較你找到的單位率。B 在旅行之前，徒步者製作了一些混合果仁。一份混合果仁的食譜需要 3 杯葡萄乾和 4 杯花生的比例。1.將葡萄乾與花生的比例表示為單位率，並用分數和小數形式表示。2.如果徒步者有 2 杯花生、3 杯花生和 5 杯花生，他們應該使用多少杯葡萄乾？解釋你的推理。

²⁹ 在本次調查中，您將繪製人物比例圖。您的比例圖將具有與原始圖形相同的形狀，但可能更大或更小。這些圖畫將幫助您探索形狀放大或縮小時形狀的某些屬性如何變化。共同核心國家標準：7RP.A.2 辨識並表示數量之間的比例關係…… (略)

□ Daphne thinks the rubber-band method is clever, but she believes the school copier can make more accurate copies in a greater variety of sizes. She makes a copy of "Super Sleuth" with the size factor set at 75%. Then, she makes a copy with a setting of 150%. The results are shown below.

- How are these copies of the original logo like the copy you made with the rubber-band stretchers? How are these copies different from the rubber-band stretcher copy?
- How are these copies like the original? How are they different?

圖 4-38 美國版連結 8³⁰

七年級第三單元第四節 Similarity and Ratios (相似與比例)，如圖 4-39，在一開始即在數學核心標準中提出 7.RP.A.2 與 7.RP.A.3，可明確知道此章節與比例有連結。

³⁰ Daphne 認為橡皮筋方法很巧妙，但她認為學校的複印機可以製作更準確且尺寸更豐富的複本。她以 75% 的大小因子製作了一份「超級偵探」的複本。接著，她以 150% 的設定進行了一次複印。以下是結果。這些原始標誌的複本與您使用橡皮筋拉伸器製作的複本有何相似之處？這些複本又與橡皮筋拉伸器製作的複本有何不同？這些複本與原始的有何相似之處？它們有何不同？

- You can enhance a report or story by adding photographs, drawings, or diagrams. If you place a graphic in an electronic document, you can enlarge, reduce, or move it. When you click on the graphic, it appears inside a frame with handles along the sides, such as the figure shown below. You can change the size and shape of the image by dragging the handles.



Common Core State Standards

7.RP.A.2 Recognize and represent proportional relationships between quantities.

7.RP.A.3 Use proportional relationships to solve multistep ratio and percent problems.

7.EE.B.4 Use variables to represent quantities in a real-world or mathematical problem, and construct simple equations and inequalities to solve problems by reasoning about the quantities.

7.G.A.1 Solve problems involving scale drawings of geometric figures, including computing actual lengths and areas from a scale drawing and reproducing a scale drawing at a different scale.

Also 7.G.B.6, 7.RP.A.2a, 7.RP.A.2b, 7.EE.B.3, and 7.EE.B.4a

圖 4-39 美國版連結 9³¹

如圖 4-40 即為第四節連結比例的部分此結一開始就以電腦圖檔的縮放，提出圖片的比例關係，再提出相似形中長寬的比為等價比的思考，並說明何謂等價比。而等價的概念已於六年級第二章 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence（比，有理數和等價）中已提出，屬於連結部分。

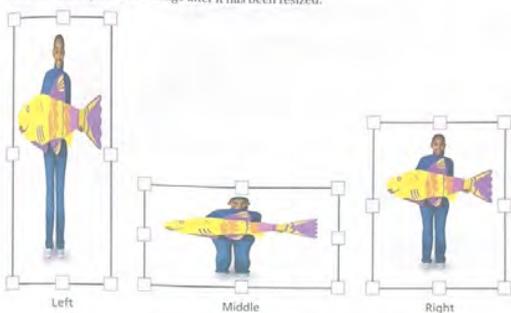
³¹ 您可以透過新增照片、繪圖或圖表來增強報告或故事。如果將圖形放入電子文檔中，則可以放大、縮小或移動它。當您單擊圖形時，它會出現在一個框架內，框架的兩側帶有手柄，如下圖所示。您可以拖曳手柄來變更影像的大小和形狀。共同核心國家標準：7.RP.A.2 辨識並表示數量之間的比例關係。：7.RP.A.3 使用比例關係解決多步驟佔比和百分比問題。

You can enhance a report or story by adding photographs, drawings, or diagrams. If you place a graphic in an electronic document, you can enlarge, reduce, or move it. When you click on the graphic, it appears inside a frame with handles along the sides, such as the figure shown below.

You can change the size and shape of the image by dragging the handles.



Here are examples of the image after it has been resized.



- How did this technique produce these variations of the original shape?
- Which of these images appears to be similar to the original? Why?

You can use ratios to describe and compare shapes. A **ratio** is a comparison of two quantities, such as two lengths. The rectangle around the original figure is about 10 centimeters tall and 8 centimeters wide. You can say, "The ratio of height to width is 10 to 8."

This table gives the ratios of height to width for the images.

Image Information			
Figure	Height (cm)	Width (cm)	Height-to-Width Ratio
Original	10	8	10 to 8
Left	8	3	8 to 3
Middle	3	6	3 to 6
Right	5	4	5 to 4

- What do you notice about the height-to-width ratios?

The comparisons "10 to 8" and "5 to 4" are **equivalent ratios**. **Equivalent ratios** are like equivalent fractions. In fact, ratios are often written in fraction form. You can express equivalent ratios with equations. A **proportion** is an equation stating that two ratios are equal.

$$\frac{10}{8} = \frac{5}{4} \quad \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

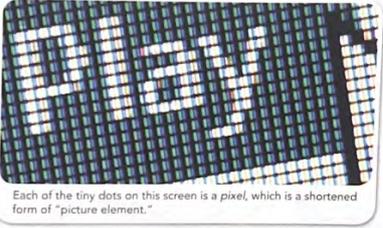
圖 4-40 美國版連結 10³²

在七年級第三單元第二節 Similar Figure (相似形) 的部分，如圖 4-41 中本節數學核心標準中提出 6.PR.A.2b，可明確知道此章節與比例有連結。

³²透過添加照片、插圖或圖表，你可以使報告或故事更具吸引力。如果你將一個圖形放在電子文件中，你可以放大、縮小或移動它。當你點擊圖形時，它會顯示在一個帶有沿著邊緣的控制手柄的框內，如下方所示的圖所示。你可以通過拖動這些手柄來改變圖像的大小和形狀。…… (略)

Zack and Marta want to design a computer game that involves several animated characters. They ask Marta's uncle, Carlos, a programmer for a video game company, about computer animation.

Carlos explains that the computer screen can be thought of as a grid made up of thousands of tiny points, called pixels. To animate a figure, you need to enter the coordinates of key points on the figure. The computer uses these points to draw the figure in different positions.



Each of the tiny dots on this screen is a pixel, which is a shortened form of "picture element."

Common Core State Standards

7.RP.A.2b Identify the constant of proportionality (unit rate) in tables, graphs, equations, diagrams, and verbal descriptions of proportional relationships.

7.G.A.1 Solve problems involving scale drawings of geometric figures, including computing actual lengths and areas from a scale drawing and reproducing a scale drawing at a different scale.

7.G.B.6 Solve real-world and mathematical problems involving area, volume and surface area of two- and three-dimensional objects composed of triangles, quadrilaterals, polygons, cubes, and right prisms.

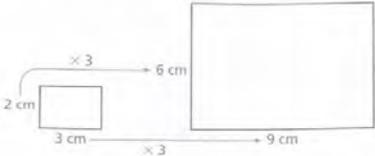
Also 7.RP.A.2, 7.RP.A.2a and essential for 7.EE.B.4, 7.EE.B.4a

圖 4-41 美國版連結 11³³

如圖 4-42 即為第二節連結到比例課程的部分，提到了較小矩形到較大矩形的比例常數是 3。這意味著，大矩形比小矩形的長寬皆是 1:3，相似形之間邊長的比例會保持一致。此部分著重介紹了比例常數建立七年級第四單元的比例課程的先備知識。

The **scale factor** is the number that the side lengths of one figure can be multiplied by to give the corresponding side lengths of the other figure.

The rectangles below are similar. The scale factor from the smaller rectangle to the larger rectangle is 3.



- What is the scale factor from the larger rectangle to the smaller rectangle? Explain how you found it.

圖 4-42 美國版連結 12³⁴

³³ 扎克和瑪塔想要設計一款包含多個動畫角色的電腦遊戲。他們向瑪塔的叔叔卡洛斯（一家視頻遊戲公司的程式設計師）詢問有關電腦動畫的問題。……（略）共同核心國家標準：7.RP.A.2b 辨識表格、圖表、方程式、圖表和比例關係的口頭描述中的比例常數（單位佔比）。……（略）

³⁴ 比例常數是一個數字，可以將一個圖形的邊長乘以該數字，得到另一個圖形對應邊長的結果。下面的矩形是相似的。從較小的矩形到較大的矩形的比例常數是 3。……（略）

如圖 4-43，在第三單元第三節 Scaling Perimeter and Area（縮放周長和面積）一開始即在數學核心標準中提出 6.PR.A.2b，可明確知道此章節與比例有連結。

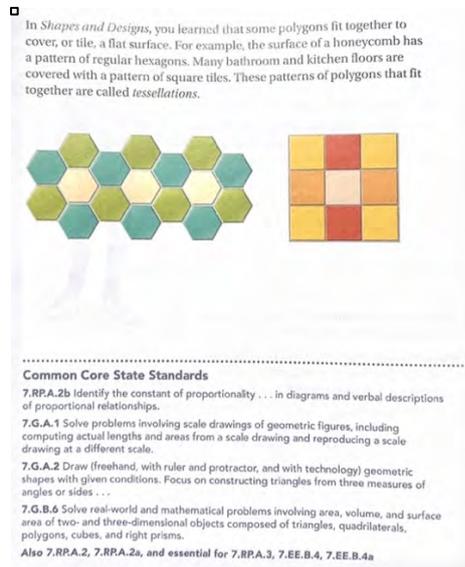


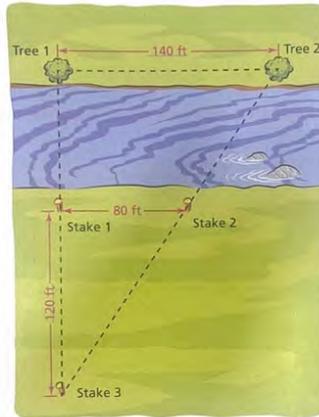
圖 4-43 美國版連結 13³⁵

如圖 4-44 即為第三節連結比例的部分，此節是希望學生利用確認圖形為相似形後，得知角度是否相同。這間接屬於比例問題，如果大小三角行為相似形，明確的比例關係就為，樹樁 3 至樹樁 1（120 英尺）比樹樁 3 至樹 1（未知）會等於樹樁 1 至樹樁 2（80 英吋）比樹 1 至樹 2（140 英吋），也就是說符合上述比例關係，則兩圖形相似，那麼相似形的概念中，圖形內的角度會是相同的。

³⁵ 在“形狀和設計”中，您了解到一些多邊形可以組合在一起以覆蓋或平鋪平坦的表面。例如，蜂巢的表面具有正六邊形的圖案。許多浴室和廚房的地板上都鋪有方形圖案的瓷磚。這些組合在一起的多邊形圖案稱為鑲嵌圖案。共同核心國家標準：7.RP.A.2b 在比例關係的圖表和口頭描述中，確定比例常數。

□ Durell, Angie, and Tonya are designing a triangular boardwalk that crosses a river for a class project. They make several measurements and sketch the diagram below.

The students use similar triangles to find distances that are difficult to measure. The diagram shows a specific type of similar triangles, **nested triangles**, which are triangles that share a common angle.



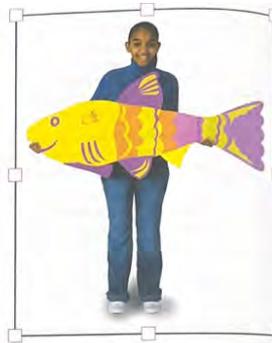
• The angles that look like right angles are right angles. How are the angles in the smaller triangle related to the angles in the larger triangle?

圖 4-44 美國版連結 14³⁶

七年級第三單元第四節 Similarity and Ratios (相似與比例)，如圖 4-45，在一開始即在數學核心標準中提出 7.RP.A.2 與 7.RP.A.3，可明確知道此章節與比例有連結。

□ You can enhance a report or story by adding photographs, drawings, or diagrams. If you place a graphic in an electronic document, you can enlarge, reduce, or move it. When you click on the graphic, it appears inside a frame with handles along the sides, such as the figure shown below.

You can change the size and shape of the image by dragging the handles.



Common Core State Standards

- 7.RP.A.2 Recognize and represent proportional relationships between quantities.
 - 7.RP.A.3 Use proportional relationships to solve multistep ratio and percent problems.
 - 7.EE.B.4 Use variables to represent quantities in a real-world or mathematical problem, and construct simple equations and inequalities to solve problems by reasoning about the quantities.
 - 7.G.A.1 Solve problems involving scale drawings of geometric figures, including computing actual lengths and areas from a scale drawing and reproducing a scale drawing at a different scale.
- Also 7.G.B.6, 7.RP.A.2a, 7.RP.A.2b, 7.EE.B.3, and 7.EE.B.4a

圖 4-45 美國版連結 15³⁷

³⁶ 迪瑞爾、安吉和東尼婭正在為一個課堂項目設計一條跨越河流的三角木棧道。他們進行了多次測量並繪製了下面的示意圖。…… (略)

³⁷ 您可以透過新增照片、繪圖或圖表來增強報告或故事。如果將圖形放入電子文檔中，則可以放大、縮小或移動它。當您單擊圖形時，它會出現在一個框架內，框架的兩側帶有手柄，如下圖所示。您可以拖

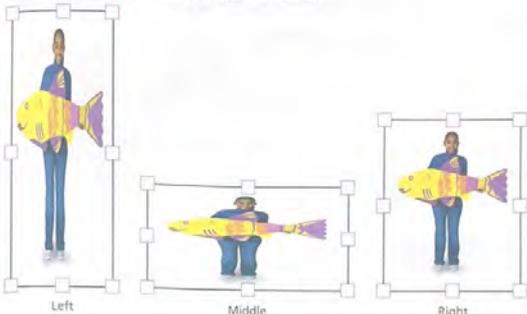
如圖 4-46 即為第四節連結比例的部分此結一開始就以電腦圖檔的縮放，提出圖片的比例關係，再提出相似形中長寬的比為等價比的思考，並說明何謂等價比。而等價的概念已於六年級第二章 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比，有理數和等價) 中已提出，屬於連結部分。

You can enhance a report or story by adding photographs, drawings, or diagrams. If you place a graphic in an electronic document, you can enlarge, reduce, or move it. When you click on the graphic, it appears inside a frame with handles along the sides, such as the figure shown below.

You can change the size and shape of the image by dragging the handles.



Here are examples of the image after it has been resized.



- How did this technique produce these variations of the original shape?
- Which of these images appears to be similar to the original? Why?

You can use ratios to describe and compare shapes. A **ratio** is a comparison of two quantities, such as two lengths. The rectangle around the original figure is about 10 centimeters tall and 8 centimeters wide. You can say, "The ratio of height to width is 10 to 8."

This table gives the ratios of height to width for the images.

Image Information			
Figure	Height (cm)	Width (cm)	Height-to-Width Ratio
Original	10	8	10 to 8
Left	8	3	8 to 3
Middle	3	6	3 to 6
Right	5	4	5 to 4

- What do you notice about the height-to-width ratios?

The comparisons "10 to 8" and "5 to 4" are **equivalent ratios**. **Equivalent ratios** are like equivalent fractions. In fact, ratios are often written in fraction form. You can express equivalent ratios with equations. A **proportion** is an equation stating that two ratios are equal.

$$\frac{10}{8} = \frac{5}{4} \qquad \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

圖 4-46 美國版連結 16³⁸

曳手柄來變更影像的大小和形狀。共同核心國家標準：7.RP.A.2 辨識並表示數量之間的比例關係。：7.RP.A.3 使用比例關係解決多步驟佔比和百分比問題。

³⁸透過添加照片、插圖或圖表，你可以使報告或故事更具吸引力。如果你將一個圖形放在電子文件中，你

在七年級第三單元第四節最後的 Mathematical Reflections（數學反思）中也能看出此節連結了很多比例相關概念，如圖 4-45，像是相似型的對應邊之比例，知道比例常數可以將圖形以比例常數放大或縮小，利用比例關係查找相似形的未知邊等。

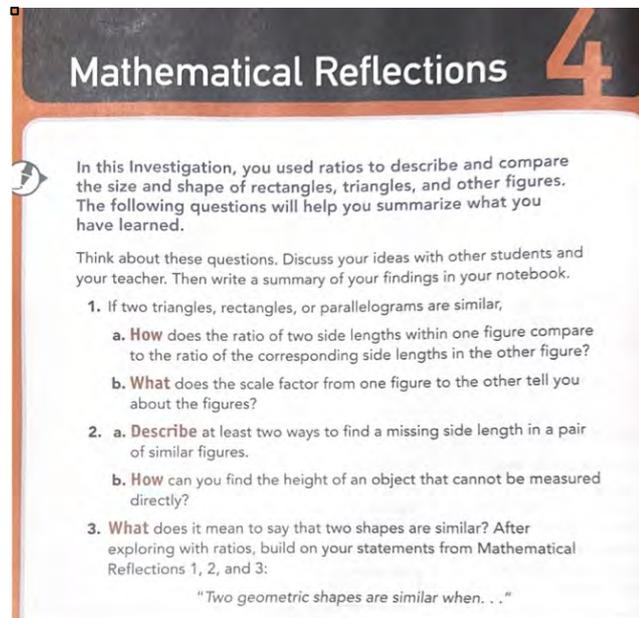


圖 4-47 美國版連結 17³⁹

由上述舉例可知，臺灣版較缺少單元間的銜接與連結，臺灣版不會直接在其他非比例單元但有應用到比例的單元對比例做明確的連結，銜接部分皆出現在比例相關單元中的暖身練習或溫故啟思中，內文不會再提出，且研究者發現有一部分比例相關單元的暖身練習或溫故啟思是只提及倍數關係，而無直接提出比例關係。連結部分只出現在六上第七單元正比的先備知識與暖身練習，八年級一次函數的舉例，以及九上第一單元比例線段與相似形。

可以放大、縮小或移動它。當你點擊圖形時，它會顯示在一個帶有沿著邊緣的控制手柄的框內，如下方所示的圖所示。你可以通過拖動這些手柄來改變圖像的大小和形狀。……（略）

³⁹ 在這次的調查中，您使用比例來描述和比較矩形、三角形和其他圖形的大小和形狀。

以下的問題將有助於您總結所學到的知識。思考這些問題，與其他同學和老師討論您的想法，然後在筆記本中總結您的研究發現。1. 如果兩個三角形、矩形或平行四邊形是相似的，a. 在一個圖形中，兩個邊的長度佔比如何與另一個圖形中相應邊的佔比相比？……（略）

美國版不同年級的兩個比例單元六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比, 有理數和等價) 及七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、佔比、百分比和比例) 間, 要找出連結與銜接十分容易, 直接以每節數學核心標準細則及索引找尋即可, 學生能很快速地建立個單元間的銜接或連結, 且相較臺灣版對銜接與連結的篇幅較多, 且連結與銜接部分不侷限在一開始的引入及教學內容中, 而是橫跨到單元最後的數學反思。

第四節 臺灣版新舊課綱正比內容之銜接

本論文於文獻探討中說明, 臺灣新舊課綱最不同的地方在於九年一貫課綱的正比是出現在六年級與七年級, 但是 108 課綱正比內容只出現在七年級, 且研究者查閱課綱及教材內容, 新舊課綱對於七年級正比的教學內容是無差異的, 所以研究者將針對九年一貫課綱六年級提出的正比內容做探討。

九年一貫課綱六年級課本正比單元總共有 10 頁的內容, 分為三個小節, 正比、正比的關係圖及正比的應用。以下將針對九年一貫課綱六年級出現的內容進行探討。

在九年一貫課綱六年級進入正比內容前, 如圖 4-48, 先以收割機的時間與收割量為例, 說明這個單元的學習內容, 再以暖身練習, 以等值的比, 比與比值的轉換等確立學生的先備知識。

7 正比

▲聯合收割機是現代農業上普遍使用的重要機器，它可以收割穀物和清潔穀粒，最後收納或堆積。如果一臺聯合收割機 1 小時可收割 1 公頃的小麥，2 小時可收割 2 公頃的小麥……那麼，時間和收割量成什麼關係？在本單元可以學習到。

先備經驗

- 能約分成最簡分數。
- 了解比的相等關係。
- 認識比值。

親身練習

一、下面哪些比和 2 : 5 相等？圈出來。

(1) 4 : 10 (2) 4 : 8
 (3) 6 : 15 (4) 6 : 10

二、填填看：

(1) 15 : 24 的比值是 ()。

(2) 3.6 : 2 的比值是 ()。

(3) $2\frac{1}{5}$: 15 的比值是 ()。

學習要點

- 認識成正比例的意義。
- 分辨正比例與非正比例的關係。
- 會繪製正比的關係圖。
- 能理解正比的現象，並建立正比的觀念，解決生活中的問題。

圖 4-48 臺灣九年一貫六年級正比 1

接著，進入六年級正比單元內容，首先第一節為正比，此節主要是讓學生以表格的觀察，發現兩個關係的倍數變化，如圖 4-49，魚缸注水時間與水深的關係，進而引導學生發現正比關係就如同表格中的關係，時間與水深的變化倍數一樣即為正比。

7-1 正比

① 長方體魚缸的注水時間和水深的關係如下表。

▼長方體魚缸的注水時間和水深的關係表

注水時間 (分鐘)	1	2	3	4	5	6	7
水深 (公分)	3	6	9	12	15	18	21

① 當注水時間變長時，水的深度會有什麼變化？

② 當注水時間變為原來的 2 倍、3 倍……時，水深有什麼變化？

注水時間 (分鐘)	1	2	3	4	5	6	7
水深 (公分)	3	6	9	12	15	18	21

像上表，當時間變為原來的 2 倍、3 倍……時，水深也變原來的 2 倍、3 倍……這兩個量的關係稱為正比例關係，簡稱正比。

圖 4-49 臺灣九年一貫六年級正比 2

接著會再提出另外的例子，如圖 4-50，也與圖 4-49 相同，以兩數的關係表作為輔助，並在此提出正比的定義為當兩數（量）為正比關係，比值會固定不變。

② 先完成雞蛋的盒數和個數的關係表，再回答問題：

▼雞蛋的盒數和個數的關係表

盒數（盒）	1	2	3	4	5	6	7
個數（個）	6	12	18	24	30	36	42
個數對盒數的比值							
盒數對個數的比值							

① 雞蛋盒數和個數的關係是否成正比？

② 觀察個數對盒數的比值，說說看，你發現了什麼？

當 A 和 B 成正比時，A 對 B 的比值或 B 對 A 的比值會固定不變。如：盒數對個數的比值或個數對盒數的比值會固定不變。

③ 小乖買了 20 盒雞蛋，是買了幾個雞蛋？

④ 安安買 108 個雞蛋，是買了幾盒？

圖 4-50 臺灣九年一貫六年級正比 3

在此小節的最後，會提出一些正比與非正比的例子，如圖 4-51 中的正方形邊長與周長關係，正方形的邊長與面積關係，並以表格呈現引導讓學生能明確利用定義，判斷題目中的關係是否為正比。

③ 先完成正方形邊長和周長的關係表，再回答問題：

▼正方形邊長和周長的關係表

邊長（公分）	1	2	3	4	5
周長（公分）					
邊長對周長的比值					

說說看，正方形邊長和周長的關係是否成正比？

當邊長變為原來的 2 倍、3 倍……時，周長也變為原來的 2 倍、3 倍……。

邊長對周長的比值都是 $\frac{1}{4}$ ，所以……。

④ 先完成正方形邊長和面積的關係表，再回答問題：

▼正方形邊長和面積的關係表

邊長（公分）	1	2	3	4	5
面積（平方公分）					
邊長對面積的比值					

說說看，正方形邊長和面積的關係是否成正比？

圖 4-51 臺灣九年一貫六年級正比 4

接著進入第二節正比的關係圖，如圖 4-52，首先以高鐵行駛的時間與距離為例，如同第一節先以表格呈現關係，這一節加上了方格圖，近而表示當兩數為正比關係，圖上的直線延長後會通過原點。

7-2 正比的關係圖

① 下面是臺灣高鐵行駛的時間和距離的關係表。

▼臺灣高鐵行駛的時間和距離的關係表

時間(分鐘)	1	2	3	4	5	6
距離(公里)	5	10	15	20	25	30

① 當時間變為2倍時，距離變為多少倍？()倍
 ② 時間對距離的比值是多少？()
 ③ 臺灣高鐵行駛的時間和距離是否成正比？()
 ④ 根據上表，把臺灣高鐵行駛的時間和距離畫成關係圖。

① 在橫軸上標出時間，縱軸上標出距離。
 ② 描出上表中時間和距離所對應的點。
 ③ 用尺將這些點連起來。

▲臺灣高鐵行駛的時間和距離的關係圖

⑤ 看圖填填看：

① 用尺檢驗看看，這條線是否為直線？()
 把直線延長後，會不會通過原點？()
 ② 延長圖上的直線，臺灣高鐵行駛7分鐘時，行駛的距離是幾公里？()公里；臺灣高鐵行駛40公里要幾分鐘？()分鐘

正比關係圖上的直線延長後，會通過原點。

圖 4-52 臺灣九年一貫六年級正比 5

此節的最後，如圖 4-53，即讓學生先將兩關係以表格呈現，再於方格圖中做兩數的關係圖，並依照圖表確認兩數是否為正比關係。

② 下面是哥哥年齡和弟弟年齡的關係表。

▼哥哥年齡和弟弟年齡的關係表

哥哥年齡(歲)	6	8	10	12	14	16
弟弟年齡(歲)	2	4	6	8	10	12
哥哥年齡對弟弟年齡的比值						

① 完成上表。

② 根據上表，把哥哥年齡和弟弟年齡畫成關係圖。

③ 當哥哥是5歲時，弟弟是幾歲？()歲
 ④ 當哥哥是18歲時，弟弟是幾歲？()歲
 ⑤ 哥哥年齡對弟弟年齡的比值是否固定？()
 ⑥ 用尺檢驗看看，這條線延長後會不會通過原點？()
 ⑦ 哥哥年齡和弟弟年齡的關係是否成正比？()

圖 4-53 臺灣九年一貫六年級正比 6

六年級正比的最後一節為正比的應用，此節即為前兩節的延伸，提出正比相關例子，如圖 4-54，竹竿高與影長的關係，並請學生依照前兩節所學習的知識回答問題。

7-3 正比的應用

① 同一時刻，竹竿高和竿影長的關係如下表，先完成下表，再回答問題。

▼竹竿高和竿影長的關係表

竹竿高 (公分)	50	100	150	200	250
竿影長 (公分)	25	50	75	100	125
竹竿高對竿影長的比值	2				

② 竹竿高對竿影長的比值是否固定？

③ 高 400 公分的竹竿，竿影長幾公分？

竹竿高 (公分)	100	400
竿影長 (公分)	50	

假設竿影長 公分
 $100 : 50 = 400 : \square$

答：_____

圖 4-54 臺灣九年一貫六年級正比 7

由上述可知，九年一貫六年級的比例內容提出了包括正比定義，關係圖及應用等。108 課綱七年級的比例內容包含了比例式、正比與反比，而舊課綱是包含比例式、連比、正比與反比，除了新課綱將反比移至九年級的差異外，其餘內容是相同的。這樣的前提下，108 課綱的六年級並無以上陳述的這些內容，學生是到了七年級才正式學習正比的概念，研究者認為這可能會使學生缺少了一些基本訓練，像是利用表格與圖表觀察正比關係等，導致學生失去一些應有的學習機會，造成比例課程學習上銜接的問題。

第五節 臺美兩版比例課程內容之質性分析結果

在本研究第三章研究方法中的第三小節研究對象提及將無法量化之部分進行質性探討，所以接下來將針對臺美兩版比例課程的異同進行質性之探討。

不管在臺灣或美國各單元都是以生活中常見的例子先引起學生學習動機，但在課程排序及編排上有些許的不同，以下針對佔比及百分比、比例，以及在第三章研究對象所提及無納入量化分析無納入量化分析的臺灣版正比、反比、連比，美國版正比、反比、有理數進行進行編排脈絡的比較。

● 佔比及百分比

臺灣版出現在五年級上學期第八單元佔比與百分比；美國版則是在六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比，有理數和等價) 到七年級第四單元 Comparing and Scaling-Ratio, Rate, Percents, and Proportions (比、

佔比、百分比和比例) 皆有出現此概念。

臺灣版與美國版一開始都是以舉例引入佔比及百分比的教學，臺灣版，如圖 4-55，以「地球表面 $\frac{3}{10}$ 是陸地， $\frac{7}{10}$ 是海洋」與「與成人血液約為體中的 $\frac{1}{13}$ 」協助教學，臺灣教科書很重視「定義」，會在課本上明確定義部分量 \div 全部量=佔比。

美國版，不會明確定義，都是以例子或簡單的小工具說明，像是佔比的說明在美國版六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比，有理數和等價) 就是以籌款目標為例，要知道每天需達到籌款的目標的多少，就製作籌款溫度計 (類似百分比條)，圖 4-56，以圖示表示全部量為整條溫度計，而利用刻度計算佔比，像是籌款溫度計的頂點為 300 美元，即籌款目標為 300 美元，然後如要在 10 天籌款完成，就將其分為 10 等分，即可以明確知道每天需募的金額，並以籌款溫度及得知佔比概念。

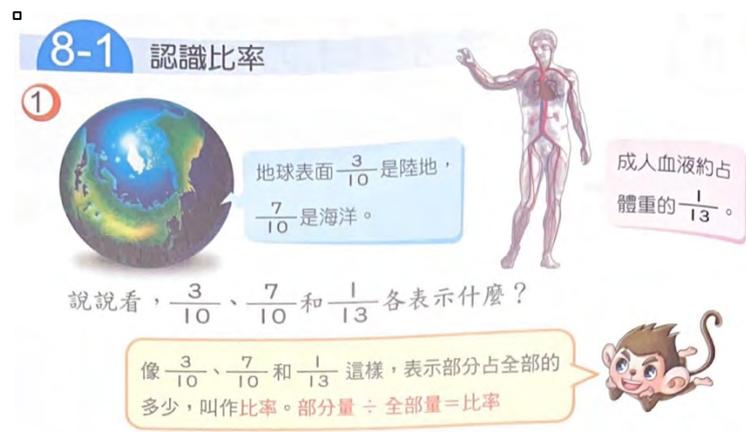


圖 4-55 臺灣版定義呈現方式



圖 4-56 美國版定義呈現方式

- 比例敘述之表達

臺灣美國兩地在比例敘述之表達並無明顯差異，都用符號「：」，分數，百分比表達，也都有提出比例表、圖表及方程式的應用。

- 正比

美國版將正比安排在八年級第一單元 Thinking With Mathematical Models: Linear and Inverse Variation (線性及反比)，將正比關係放在函數主題內，以線型函數的教學涵蓋正比。如圖 4-57 所示，在線性函數的圖型中即有正比的觀念的應用。而研究所選臺灣版的正比出現在六年級上學期第七單元正比及七年級下學期第二單元第二節正比與反比。

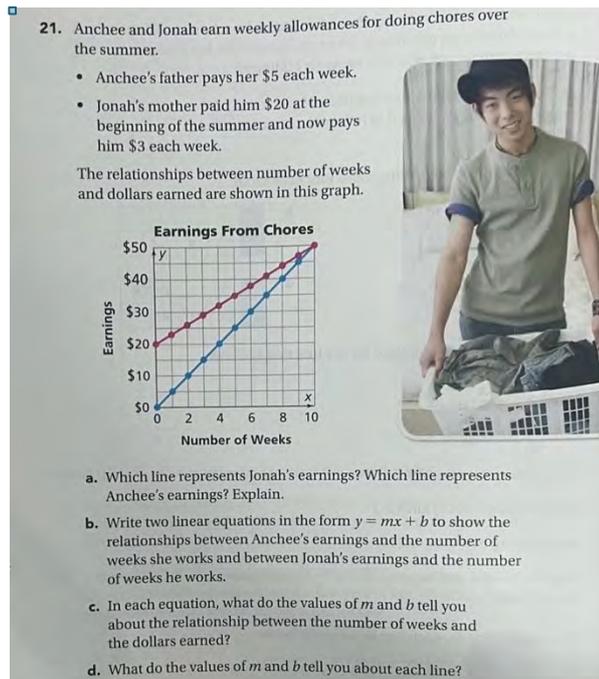


圖 4-57 美國版正比⁴⁰

臺灣版國小階段學習的正比的概念已於本論文第四章第四節臺灣版新舊課綱正比內容之銜接提出，提出了包括正比定義，關係圖及應用等，所以以下將只說明七年級的正比內容。

首先，臺灣版先以溫故啟思來建立學生先備知識，如圖 4-58，利用關係式解決比例問題等。接著以建築技術規則中馬桶的數量比，如圖 4-59，利用比例表使學生發現比例關係，進而提出正比的定義。

⁴⁰ Anchee 和 Jonah 在夏天每週賺取做家務的津貼。Anchee 的父親每週付給她 5 美元。Jonah 的母親在夏初付給他 20 美元，現在每週付給他 3 美元。這張圖表顯示了周數和賺取的美元之間的關係。a. 哪一行代表 Jonah 的收入？哪一行代表 Anchee 的收入？解釋之。b. 以 $y = mx + b$ 的形式寫兩個線性方程，以顯示 Anchee 的收入與她工作的周數以及 Jonah 的收入與他工作的週數之間的關係。c. 在每個等式中， m 和 b 的值告訴你週數和賺取的美元之間的關係是什麼？d. 每條線的 m 和 b 的值告訴你什麼？

溫故啟思

- 某自助餐以秤重來計價，若價錢 x 元與餐點的重量 y 公克的關係式為 $y = 6x$ ，則：
 - $y : x =$ _____。
 - 當餐點的重量變成原來的 3 倍，價錢會變成原來的 _____ 倍。
- 老師有 36 顆糖果要均分給學生，若學生有 x 人，每個人發 y 顆，則：
 - 當 $x = 3$ 時， $y =$ _____；當 $x = 9$ 時， $y =$ _____。
 - y 與 x 的關係式為 _____。

圖 4-58 臺灣版正比 1

1 正比

在現行的「建築技術規則」中，大型餐廳、辦公室的男廁馬桶與女廁馬桶的比訂為 1 : 3，總量則依據人數來訂定，我們依據這樣的比例列表如下：

男廁馬桶 x 間	1	2	3	4	……
女廁馬桶 y 間	3	6	9	12	……
$y : x$ 的比值	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{9}{3} = 3$	$\frac{12}{4} = 3$	……

上表我們發現，對於每一組 x 、 y 都滿足 $\frac{y}{x} = 3$ ，也可以寫成關係式 $y = 3x$ ，可以解讀成每一組資料， y 恆為 x 的 3 倍。

★ 正比

設 x 和 y 為兩個數量， k 是不為 0 的常數。當 x 值改變時， y 值也隨之改變，而且 y 值恆為 x 值的 k 倍，亦即 $y = kx$ ($k \neq 0$)；滿足這樣的關係式，我們就會說 y 與 x 成**正比**。

圖 4-59 臺灣版正比 2

接著，分為「判別正比」，「列出正比關係式」，及「正比的應用」三個階段。三個階段依序進行探討，應用的階段則會將前兩階段的探索內容融合。三個階段皆為提出一例題，接續一個相關的隨堂練習。如圖 4-60 為正比的應用，提出一例題及一隨堂練習，題目內容包括判別正比，正比關係式的應用。

例 4 正比的應用 (1)

某飲料包裝上面顯示「果汁含量 30%」，代表的意思是每 100 毫升的飲料含有 30 毫升的果汁，如果 x 毫升的飲料中含有 y 毫升的果汁，試問：



- (1) y 與 x 的關係式為何？
- (2) 360 毫升的飲料中含有多少毫升的果汁？

解 (1) 由題意可列出比例式關係：

$$x : y = 100 : 30,$$

$$100y = 30x, y = \frac{30}{100}x, y = \frac{3}{10}x.$$

(2) 將 $x = 360$ 代入 $y = \frac{3}{10}x$,

$$\text{得 } y = \frac{3}{10} \times 360 = 108 \text{ (毫升).}$$

故 360 毫升的飲料中含有 108 毫升的果汁。

隨堂練習

有一輛跑車在公路上，以每小時 110 公里的速率等速行駛，設跑車跑 x 小時，共跑 y 公里，列表如下：

跑 x 小時	1	2	3	4
跑 y 公里	110	220	330	440

(1) y 值恆為 x 值的多少倍？

(2) y 和 x 兩數量是否為正比？

圖 4-60 臺灣版正比 3

接著會於反比結束後，提出一個探索活動，將正比及反比進行比較說明，加深學生學習正比及反比的連結，如圖 4-61。

探索活動

正比反比比一比

阿東與阿西各說了一句話：

阿東：「如果 y 與 x 成正比，那麼 x 增加時， y 也跟著增加。」

阿西：「如果 y 與 x 成反比，那麼 x 增加時， y 卻跟著減少。」

請和同學討論看看，這兩人說的是否正確，並說明原因。

圖 4-61 臺灣版正比 4

最後的重點整理，如圖 4-62 呈現，把正比的定義再次說明，並舉例。

1 正比

設 x 和 y 為兩個數量， k 是不為 0 的常數。當 x 值改變時， y 值也隨之改變，而且 y 值恆為 x 值的 k 倍，亦即 $y=kx$ ($k \neq 0$)；滿足這樣的關係式，我們就會說 y 與 x 成正比。

例 買一株 10 元的康乃馨 x 株，總價 y 元，則 $y=10x$ ， y 與 x 成正比。

圖 4-62 臺灣版正比 5

● 反比

美國版反比則是出現在八年級，第一單元 Thinking With Mathematical Models: Linear and Inverse Variation (線性及反比) 中的第三單元 Inverse Variation (反比)，如圖 6-63，反比是以線型函數的相對變化來呈現，屬於函數主題，而非比例關係。

In Problem 3.1, you will look at patterns in length and width values for rectangles with fixed area.

A 1. Copy and complete this table.

Rectangles With Area 24 in.²

Length (in.)	1	2	3	4	5	6	7	8
Width (in.)	■	■	■	■	■	■	■	■

2. Plot your (length, width) data from part (1) on a graph like the one below. Then draw a line or curve that models the pattern in the data.

Rectangles With Area 24 in.²

3. Describe the pattern of change in the width of a rectangle as the length increases. Is the relationship between length and width linear?

4. Write an equation relating width w to length l for rectangles with an area of 24 square inches.

圖 6-63 美國版反比⁴¹

⁴¹ 近年來，隨著居民搬到大城市找工作，許多小城鎮的人口已經下降。羅斯維爾鎮有一個吸引新居民的計劃。羅斯維爾為願意建造房屋的「宅地主」提供免費土地。每個地段都是矩形的，面積為 21,780 平方英尺。地段的長度和寬度各不相同。城鎮規劃師希望快速檢查新宅基地的地段大小。在問題 3.1 中，您將檢視具有固定區域的矩形的長度和寬度值的模式。(A1) 複製並完成此表。(A2) 將第 (1) 部分的 (長度、寬度) 資料繪製在如下圖上。然後畫一條線或曲線來模擬資料中的模式。社會情境(A3) 描述矩形寬度隨著長度的增加而變化的模式。長度和寬度之間的關係是線性的嗎？(A4) 寫一個與面積為 24

臺灣版反比的概念出現在臺灣版七年級下學期第二單元比例。臺灣版反比的概念也是以例子引入教學，已進行土地買賣時有固定的預算，而一坪土地 x 萬元，依預算可購買 y 坪土地為例提出 x 與 y 的關係式引入反比相關概念。

接著，如圖 4-64 所呈現，臺灣版進入反比的定義，及關係式的介紹，並以上述提及土地買賣的關係，讓學生進行倍數的觀察輔助反比概念的理解。

☆ 反比

設 x 和 y 為兩個數量， k 是不為 0 的常數。當 x 值改變時， y 值也隨之改變，而且 x 、 y 的乘積恆為定值，可以寫成 $xy = k$ ($k \neq 0$)，滿足這樣的關係式，我們就會說 y 與 x 成反比。

而我們繼續觀察倍數的變化：

一坪 x 萬元	10	20	30	40	……
可購買 y 坪	180	90	60	45	……

由上表，當 x 變成原來的 2 倍時， y 變成原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，而當 x 變成原來的 3 倍時， y 變成原來的 $\frac{1}{3}$ 倍。以此類推，我們發現當 x 值改變時， y 值也隨之改變，兩者變化倍率相乘為 1；此時 $xy = 1800$ ，因此 y 與 x 成反比。

圖 4-64 臺灣版反比 1

接著，分為「判別反比」，「列出反比關係式」，及「反比的應用」三個階段。三個階段依序進行探討，應用的階段則會將前兩階段的探索內容融合。三個階段皆為提出一例題，接續一個相關的隨堂練習。如圖 4-65 為反比的應用，提出一例題及一隨堂練習，題目內容包括判別反比，反比關係式的應用。

平方英寸的矩形的寬度和長度有關的方程。境

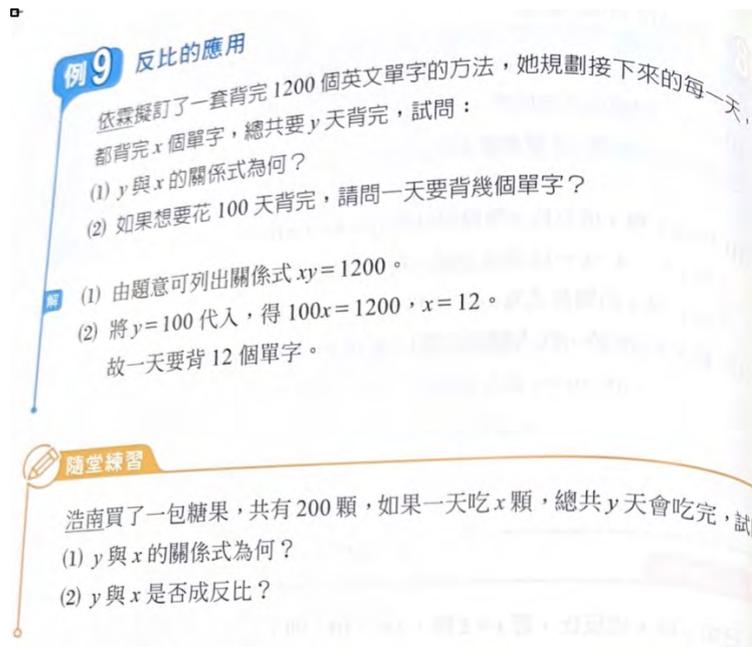


圖 4-65 臺灣版反比 2

結束應用問題後，提出一個探索活動，將正比及反比進行比較說明，加深學生學習正比及反比的連結，如圖 4-61。

最後的重點整理，如圖 4-66 呈現，把反比的定義再次說明，並舉例。

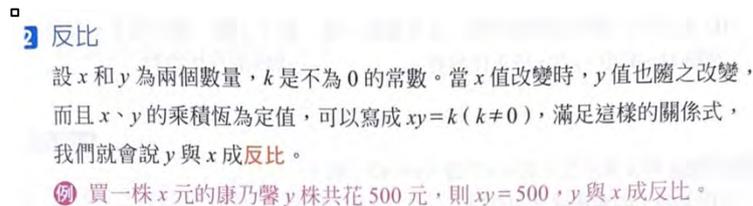


圖 4-66 臺灣版反比 3

臺灣版在正、反比教學單元沒有提出函數，八年級下學期第二單元第一節一次函數時只有在一開始以正比為例，提出兩量關係。而反比則在七年級之後的整個國中、高中都沒有再出現。

● 臺灣版連比

連比的概念出現在臺灣版九年級上學期第一單元比例線段與相似形的第一節，而美國版並無連比的相關概念。以下將說明臺灣「連比」的單元內容設計。

連比內容依序提出，「連比與連比例式」、「由兩組比求連比」、「連比的應用問題」三個階段，以下將對於每個階段所設計內容進行說明。

在「連比與比例式中」會分別說明連比例是性質的應用及如何運用連比例是求連比兩個概念。

首先如圖 4-67 呈現，提出三角形三邊長中各兩邊（a 與 b，b 與 c 的關係）的比例式，再提出 a:b，b:c，a:c 的問題溫習比例的先備知識。

接著如圖 4-68 呈現，臺灣版內容會提出直角三角形的三邊長度比做為連比的說明，而連比例式則是以調配綜合果汁為例，不同容器要調配出用三種不同果汁調出相同的口味，就需要連比的應用，並進而提出最簡單連比，及連比使用的時機與方式為 $x:y:z=a:b:c$ ，且 a、b、c 不為 0，可得 (1) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 。(2) $x = ar, y = br, z = cr, r \neq 0$ 。

在第二冊我們學過兩個數量的比，以三角形的三邊長為例，三個數量的比要如何表示呢？這是本節要討論的連比問題。

以右圖的直角三角形 ABC 為例， $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{AC} = 13$ ，我們將三個邊長的長度比記錄成 $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 12 : 13$ ，這種三項以上的比，稱為連比。



圖 4-67 臺灣版連比 1

浩南與媽媽調配的綜合果汁中，蘋果汁、鳳梨汁及西瓜汁的容量比都可以化簡為 3 : 4 : 5。如果用 x 杯蘋果汁、y 杯鳳梨汁及 z 杯西瓜汁要調配成相同口味的綜合果汁，就必須滿足 $x : y : z = 3 : 4 : 5$ ，這樣的等式稱為連比例式。

由連比例式 $x : y : z = 3 : 4 : 5$ ，我們知道

$x : y = 3 : 4$ ，得 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ； $y : z = 4 : 5$ ，得 $\frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ，因此 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ 。

又設 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = r, r \neq 0$ ，可得 $x = 3r, y = 4r, z = 5r, r \neq 0$ 。

由連比例式 $x : y : z = a : b : c$ ，且 a、b、c 都是不為 0 的數，可得：

- ① $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 。
- ② $x = ar, y = br, z = cr, r \neq 0$ 。

圖 4-68 臺灣版連比 2

接下來依據連比的性質，提出兩種題型，第一種如圖 4-69，連比例式性質的應用，應用已知連比與已知數值求未知值。第二種如圖 4-70，應用連比例的性質，求相關連比的最簡整數比。

已知 $x : y : z = 5 : 7 : 3$ ，則：

(1) 若 $y = 21$ ，求 $2x + 3y + 6z$ 的值。

(2) 若 $x + y + z = 75$ ，求 x 、 y 、 z 的值。

解

(1) 由 $x : y : z = 5 : 7 : 3$ ，可設 $x = 5r$ ， $y = 7r$ ， $z = 3r$ ， $r \neq 0$ 。
 $y = 21 = 7r$ ，得 $r = 3$ ，
 則 $2x + 3y + 6z = 2 \times 5r + 3 \times 7r + 6 \times 3r = 49r$ ，
 $49r = 49 \times 3 = 147$ ，
 故 $2x + 3y + 6z = 147$ 。

(2) 由 $x : y : z = 5 : 7 : 3$ ，可設 $x = 5k$ ， $y = 7k$ ， $z = 3k$ ， $k \neq 0$ 。
 $x + y + z = 5k + 7k + 3k = 75$ ， $15k = 75$ ， $k = 5$ ，
 故 $x = 5 \times 5 = 25$ ， $y = 7 \times 5 = 35$ ， $z = 3 \times 5 = 15$ 。

圖 4-69 臺灣版連比 3

設 $x : y : z = 5 : 3 : 1$ ，求下列各連比，並化成最簡整數比：

(1) $5x : 3y : z$

(2) $(x+y) : (y+z) : (z+x)$

(3) $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$

解

由 $x : y : z = 5 : 3 : 1$ ，可設 $x = 5r$ ， $y = 3r$ ， $z = r$ ， $r \neq 0$ 。

(1) $5x : 3y : z = 25r : 9r : r = 25 : 9 : 1$

(2) $(x+y) : (y+z) : (z+x) = (5r+3r) : (3r+r) : (r+5r)$
 $= 8r : 4r : 6r = 8 : 4 : 6 = 4 : 2 : 3$

(3) $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = \frac{1}{5r} : \frac{1}{3r} : \frac{1}{r} = \frac{1}{5r} \times 15r : \frac{1}{3r} \times 15r : \frac{1}{r} \times 15r$
 $= 3 : 5 : 15$

圖 4-70 臺灣版連比 4

在「兩組比求連比」相關問題，首先以出飲料店糖量的比為例，如圖 4-71，說明如何用已知的 x 、 y 與 x 、 z 比求三數的連比。接著分為以兩組比求連比，如圖 4-72，及以兩組比例式求連比，如圖 4-73 進行探討。而美國版並無此主題。

南南飲料店針對顧客需求，提供全糖、少糖、微糖三種不同的含糖量，其中全糖、少糖的含糖量比為 $10:7$ ；全糖、微糖的含糖量比為 $10:3$ ，請問少糖、微糖的含糖量比為多少呢？

設全糖含糖量為 x ，少糖的含糖量為 y ，微糖的含糖量為 z ，
 可得 $x:y=10:7$ ， $x:z=10:3$ ，
 因為 $x:y=10:7$ ，
 $x:z=10:3$ ，

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 10 : 7 : 3 \\ 10 : 7 : 3 \end{array} \leftarrow \text{相同}$$

相同文字符號 x 所對應的數皆為 10 ，
 所以 $x:y:z=10:7:3$ ，因此 $y:z=7:3$ ，少糖、微糖的含糖量比為 $7:3$ 。

當我們知道 $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ， $x:z=a:c$ ，這三個比的其中任意兩個時，若相同文字符號所對應的數相等，則可以將它們併成連比 $x:y:z=a:b:c$ ，並進而推導出剩下的一組比。

圖 4-71 臺灣版連比 5

試求下列各題的連比：

- (1) 若 $x:y=2:3$ ， $y:z=6:5$ ，求 $x:y:z$ 。
- (2) 若 $x:z=5:8$ ， $y:z=7:12$ ，求 $x:y:z$ 。

解 (1) 因為 $x:y=2:3=2 \times 2:3 \times 2$ ，
 $y:z=6:5=6 \times 1:5 \times 1$ ，
 可以利用公倍數將 y 化為相同，
 找出 3 與 6 的最小公倍數為 6 。
 所以 $x:y:z=4:6:5$ 。

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 2 : 3 \\ 4 : 6 : 5 \\ 4 : 6 : 5 \end{array} \leftarrow \text{相同}$$

(2) 因為 $x:z=5:8=5 \times 3:8 \times 3$ ，
 $y:z=7:12=7 \times 2:12 \times 2$ ，
 所以 $x:y:z=15:14:24$ 。

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 5 : 8 \\ 15 : 7 : 12 \\ 15 : 14 : 24 \end{array} \leftarrow \text{相同}$$

圖 4-72 臺灣版連比 6

例 4 由數的關係求連比

設 x 、 y 、 z 均不為 0 ，試求下列各題的連比：

- (1) 若 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ， $2y=3z$ ，求 $x:y:z$ 。
- (2) 若 $4x=3y=2z$ ，求 $x:y:z$ 。

解 (1) 由 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ，得 $x:y=3:2$ ；
 由 $2y=3z$ ，得 $y:z=3:2$ 。
 因為 $x:y=3:2=3 \times 3:2 \times 3$ ，
 $y:z=3:2=3 \times 2:2 \times 2$ ，
 所以 $x:y:z=9:6:4$ 。

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 3 : 2 \\ 9 : 3 : 2 \\ 9 : 6 : 4 \end{array} \leftarrow \text{相同}$$

(2) 由 $4x=3y$ ，得 $x:y=3:4$ ；
 由 $3y=2z$ ，得 $y:z=2:3$ 。
 因為 $x:y=3:4=3 \times 1:4 \times 1$ ，
 $y:z=2:3=2 \times 2:3 \times 2$ ，
 所以 $x:y:z=3:4:6$ 。

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 3 : 4 \\ 3 : 2 : 3 \\ 3 : 4 : 6 \end{array} \leftarrow \text{相同}$$

圖 4-73 臺灣版連比 7

在最後的階段為「連比的應用問題」中，介紹了包括了「獎金分配」、「連比例改變」，「連比例圖形」的相關問題。這部分的教科書內容為日常生活可能遇到的狀況，而解決方法與前面例題都有相關連，以獎金分配題型為例，如圖 4-74 為例，即兩組比求連比的類似問題。

億藝電玩公司辦理電競比賽，獎金規則如下：
將門票收入扣掉 200 萬行政費後為總獎金。總獎金分給前 3 名，已知第一名獎金為第二名的 2 倍，第二名獎金為第三名的 3 倍，試問：

(1) 求第一名、第二名、第三名的獎金比。
(2) 在 2020 年的比賽時，第二名的獎金為 150 萬元，則當年的門票收入為多少元？

(1) 設第一名獎金 x 元，第二名獎金 y 元，第三名獎金 z 元，依題意可得 $x : y = 2 : 1$ ， $y : z = 3 : 1$ ，故 $x : y : z = 6 : 3 : 1$ 。
(2) $x : y : z = 6 : 3 : 1$ ，
可得 $x = 6r$ 、 $y = 3r$ 、 $z = r$ ， $r \neq 0$ ， $3r = 150$ ， $r = 50$ ，
所以總獎金 $6r + 3r + r = 10r = 500$ (萬元)，
故門票收入為 $500 + 200 = 700$ (萬元)。

$x : y : z = a : b : c$
則 $x = ar$ ， $y = br$ ，
 $z = cr$ ， $r \neq 0$ 。

圖 4-74 臺灣版連比 8

單元最後的重點整理如圖 4-75 呈現，即將連比與連比例式的定義及性質做整理，並以例子做輔助說明。

18  **1-1 重點整理**

1 連比與連比例式
設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的數，則：
(1) 如 $a : b : c$ 這樣的比稱為連比。
設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的整數，且三數的最大公因數是 1，則稱 $a : b : c$ 為最簡整數比。
⑤ $2 : 3 : 4$ 是最簡整數比，而 $3 : 6 : 9$ 不是最簡整數比。
(2) $x : y = a : b$ ， $y : z = b : c$ ， $x : z = a : c$ ，可以表示成 $x : y : z = a : b : c$ ，稱為連比例式。

2 連比例式的性質
設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的數，且 $x : y : z = a : b : c$ ，則：
(1) $x : y : z = ka : kb : kc$ ， $k \neq 0$ 。
(2) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 。
(3) $x = ar$ ， $y = br$ ， $z = cr$ ， $r \neq 0$ 。
⑤ 若 $x : y : z = 2 : 3 : 4$ ，則：
(1) $x : y : z = 2k : 3k : 4k$ ， $k \neq 0$ 。
(2) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ 。
(3) $x = 2r$ ， $y = 3r$ ， $z = 4r$ ， $r \neq 0$ 。

圖 4-75 臺灣版連比 9

● 美國版有理數

美國教科書在六年級第二單元 Comparing Bits and Pieces-Ratios, Rational Numbers, and Equivalence (比, 有理數和等價) 的第三節 Extending the Number Line (擴充數線) 將「有理數」的概念特別提出。

如圖 4-74 與圖 4-75, 美國版內容是先將數線的概念提出, 接著介紹假分數、帶分數、絕對值與相反數, 再說明零、整數、分數及他們的相反數皆是有理數。

而臺灣雖說課程上一直都存在零、整數、分數這些數及其計算, 但在高中以前並沒有有理數觀念的提出, 有理數出現在課本是在高一上學期的數與式, 才提出自然數、數線、絕對值、有理數的概念。

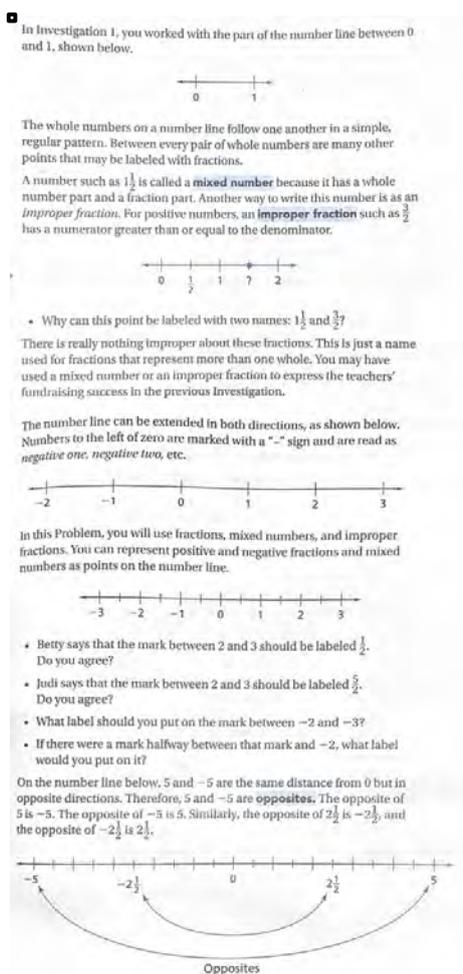


圖 4-76 美國版有理數 1⁴²

⁴² 在探索 1 中, 您使用了 0 和 1 之間的數線部分, 如下所示。數軸上的所有數字以簡單、規則的模式依

- The **absolute value** of a number is its distance from 0 on the number line. Numbers that are the same distance from 0 have the same absolute value. The absolute value of $2\frac{1}{2}$ and the absolute value of $-2\frac{1}{2}$ are both $2\frac{1}{2}$. You can express the absolute value of a number two ways without words.

Absolute Value Bars

$$|2\frac{1}{2}| = 2\frac{1}{2}$$

$$|-2\frac{1}{2}| = 2\frac{1}{2}$$

Calculator Notation

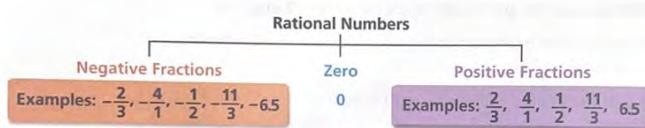
$$\text{abs}(2\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{abs}(-2\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$$

OR

- What is the opposite of $-\frac{2}{3}$? What is the opposite of $\frac{2}{3}$?
- What is the absolute value of $-\frac{2}{3}$? What is the absolute value of $\frac{2}{3}$?

Zero, whole numbers, fractions, and their opposites are **rational numbers**. The numbers $-\frac{9}{5}$, -3 , 0 , $\frac{2}{3}$, and $2\frac{1}{3}$ are all rational numbers.



Negative numbers can also be improper fractions. Improper fractions have an absolute value greater than or equal to 1. Both $\frac{7}{5}$ and $-\frac{7}{5}$ are improper fractions. They can be written as $1\frac{2}{5}$ and $-1\frac{2}{5}$.

圖 4-77 美國版有理數⁴³

序排列。每對整數之間都有許多其他可以用分數標記的點。像 $1\frac{1}{2}$ 這樣的數被稱為帶分數，因為它有一個整數部分和一個分數部分。這個數字的另一種寫法是寫成假分數。……(略)

⁴³ 一個數的絕對值是它在數軸上與 0 的距離。與 0 距離相同的數具有相同的絕對值。 $2\frac{1}{2}$ 的絕對值和 $-2\frac{1}{2}$ 的絕對值都是 $2\frac{1}{2}$ 。您可以透過兩種方式表達數字的絕對值，而無需使用文字。…… (略)

第五章 結論與建議

第一節 結論

研究者依照第四章研究結果，進而撰寫成本章結論與建議。

此章第一節為結論，結論將分為兩大部分說明，第一部分為臺美兩版量化分析，其中分別說明兩版的總題數差異，臺灣版情境量化結論，美國版情境量化結論，並在最後比較臺美兩版題目情境比例。第二部分為臺美兩版質性分析，其中分別說明美兩版各單元內容編排方式，臺美兩版單元間的連結與銜接，臺灣新舊課綱正比單元的銜接，以及臺美兩版比例課程的內容。第二節為研究者之建議，分為兩大部分，第一為對臺灣數學教材的建議，第二為教科書研究的建議。

一、臺美兩版量化分析

(一) 兩版題目數的差異

由研究結果可知，在美國版與臺灣版的比例之總題數中，教學例的差距並不明顯，但課後練習的題數差距明顯，如圖 5-1。

在臺灣的學生可能會有許多補習班給予或是學生額外購買的習題，所以圖 5-1 可能無法呈現學生真實可練習題目的狀況。但是本研究只做教科書（含習作）比較，不含個別學生另外在課後，或者在補習班增加的課後練習，這部份的個別差異可能很大，因此有待客觀的大規模調查。

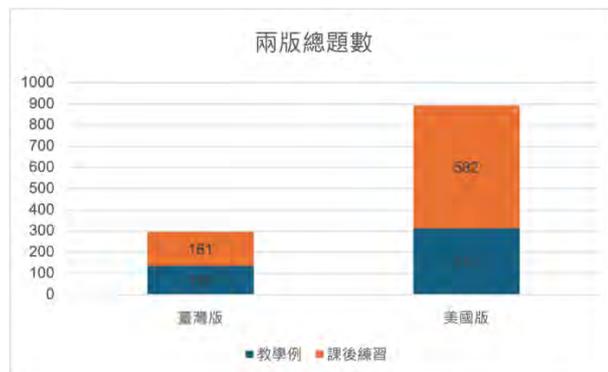


圖 5-1 兩版總題數分析

美國的課後練習題目多，重複練習的機會也增加，依研究者在臺灣學習的經驗，會有一部分學生希望尋找更多的題目作為練習，對於這些有需求的學生，美國版的課後練習提供足夠充分的資源。

(二) 臺灣版情境量化結論

由上述可知臺美的總題數是有明顯差距，在這樣的狀況下，在第四章量化結果，如圖 5-2 及 5-3 呈現臺灣版國中小比例題目各情境的分佈比例，可知臺灣版國中國小比例的總情境題分佈皆為無情境最多。如圖 5-4 呈現國中小在比例題目有無出現情境的比例，國小部分無情境題較多，在國中有情境題較多。

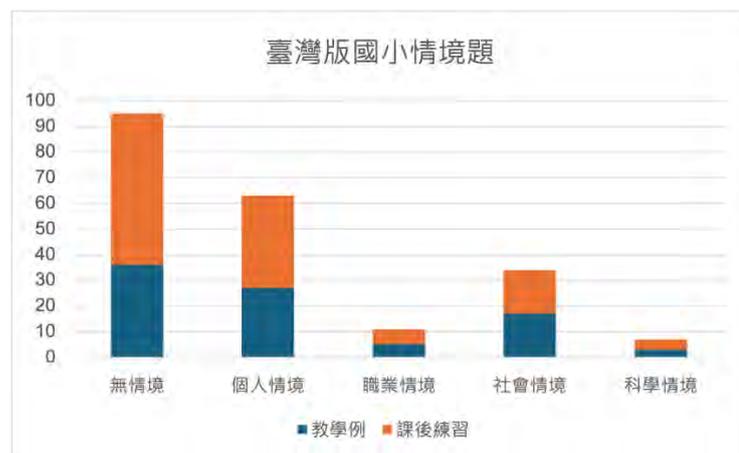


圖 5-2 臺灣版國小情境題分佈

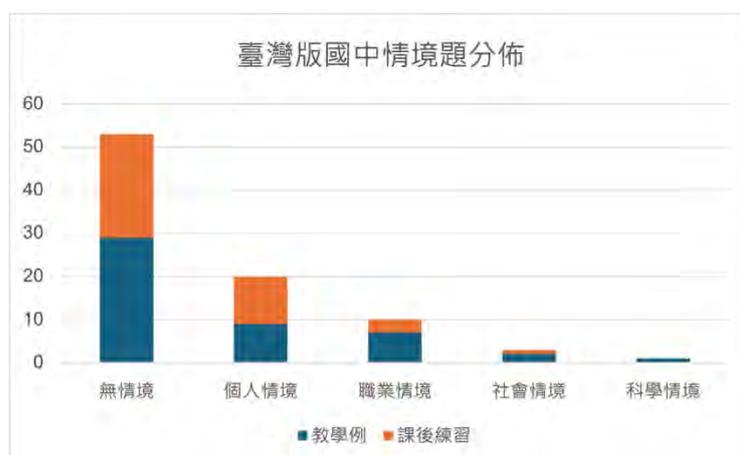


圖 5-3 臺灣版國中情境題分佈

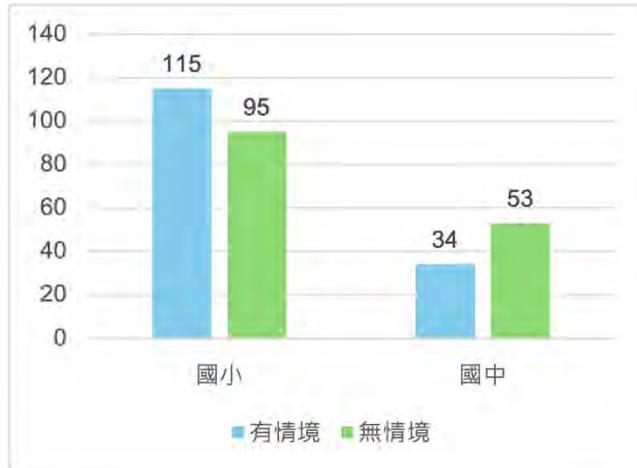


圖 5-4 臺灣版國中小情境題有無之分析

由上述可知，臺灣版國小的比例課程總題數偏重有情境的狀況，而國中則以無情境的題目較多。但相較美國版，不論有無情境，臺灣版的題目總數都偏少，學生可能會有無法達到精熟練習的狀況。

(三) 美國版情境量化結論

依據研究結果，如圖 5-5 呈現美國版國中比例題目各情境的分佈比例，可得知比例題目情境著重個人情境，如圖 5-6 呈現美國版在比例題目有無出現情境的比例。

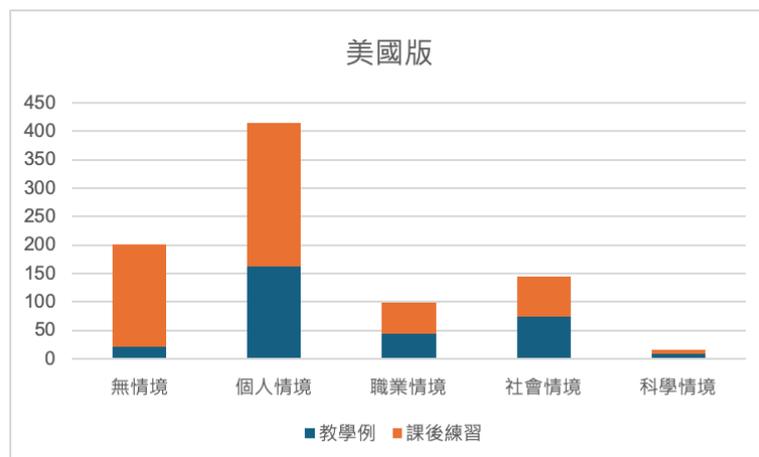


圖 5-5 美國版情境題分佈

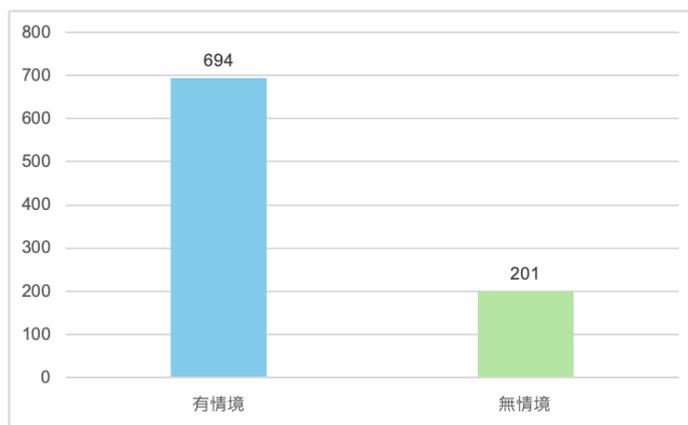


圖 5-6 美國版情境題有無之分析

美國版的比例題目以有情境的題目為大宗，且高達 694 題（78%），有情境題在教學例或在課後練習中的佔比皆比無情境大，但因美國版的題目足夠多（無情境題目共 201 題），所以比較不用擔心沒有精熟練習的機會。

（四） 臺美兩版題目情境比例比較

圖 5-7 呈現臺美兩版在教學例及課後練習各情境的比例，可得知臺灣版不論在教學例或課後練習中，佔比較多的都是無情境及個人情境題，佔比最多的為無情境，第二為個人情境，且與職業情境，社會情境及科學情境的差距明顯，而美國版在課後練習情境的比例與臺灣相似，無情境及個人情境佔比較多，只不過是以個人情境佔最多數，在教學例中則與臺灣版有明顯的不同，以個人情境佔比最多，其次為社會情境，無情境則偏少。

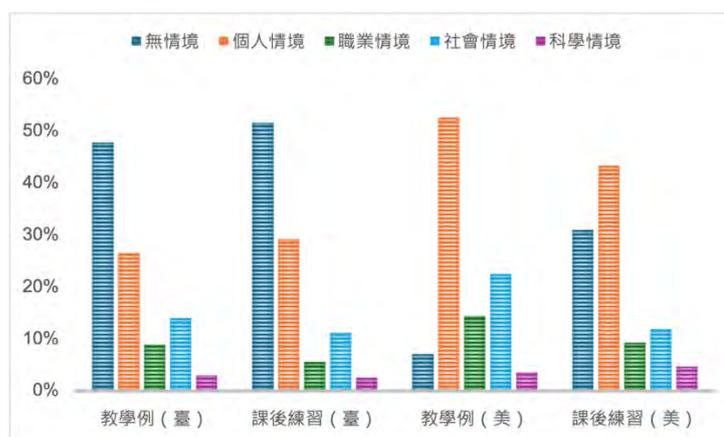


圖 5-7 臺美兩版教學例及課後練習之情境分佈

圖 5-8 呈現臺美兩版總題數中各情境的比例，可以知道臺美兩版的無情境及個人情境佔比較大，而職業情境，社會情境，以及科學情境佔比較少。這部分研究者認為為正常現象，因國中小學生現實可能遇到的情況也多為個人情境，所以這樣的情境也比較能讓學生感同身受，有助於學習。

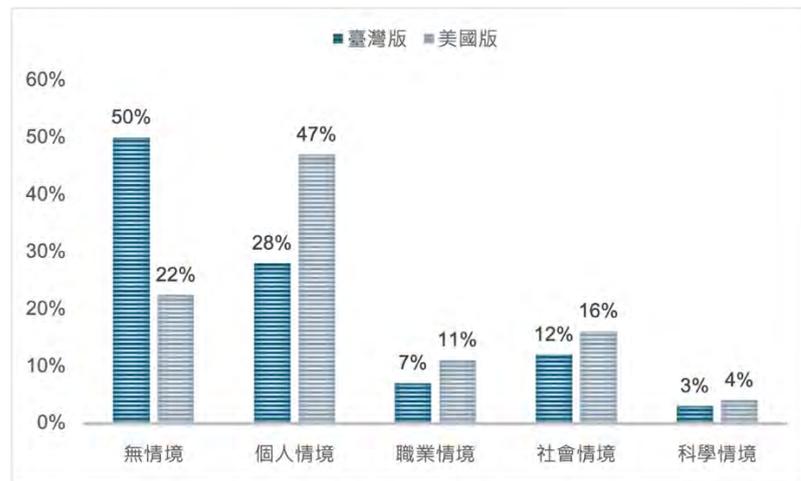


圖 5-8 臺美兩版總題目之情境分佈

二、臺美兩版質性分析

(一) 臺美兩版各單元內容編排方式

美國版的教學內容一再以「問題」引導學生了解應該學習的內容，問題中很多是學生需自己解釋推理，如圖 4-8 美國版學習內容的其中一小題除了要學生調查可樂的飲用者，回答提問外，還要求學生必須解釋自己的推理，或如圖 4-9 數學反思中提出了問題，請學生舉例說明，這些都為沒有固定答案，相對填空題與選擇題較開放的問題，比較少直接敘述的教學，十分注重以問題讓學生了解這一單元或這一小節的學習內容。

臺灣版的教學特色是比較注重先備知識及「定義及公式的描述」，如圖 4-64。圖 4-15 溫故啟思是作為進入單元前，對學生先備知識的複習，然後章節的一開始也會就之前學習的內容進行複習並延伸至新的學習內容，如圖 4-16 臺灣版教學內容 1，進入第一節比與比值前，會說明已在國小學過相關概念，並以大賣場折扣例子以及之前單元的重要觀念，如前項與後項的表示，做一個複習與統整再進入新的學習內容。

由表 4-6 可得知兩版的編排差異，其中最相像的兩個部分，其一是美國版的課前展望與臺灣版的課前引導漫畫，兩版皆是以情境作為課程的開始，希望激發學生學習的興趣，其二為美國版的單元專題及臺灣版的數學素養，皆是屬於跟生活或其他學科做連結的一些有趣的小活動。

兩版的不同為美國版有些部分是臺灣版無法對應的，包括數學亮點，CCSS-數學實踐和思維習慣，課程回顧，英語/西班牙語詞彙表以及索引，數學亮點，CCSS-數學實踐和思維習慣，課程回顧，可知美國版相較臺灣版較注重把教學目標在教材中說明。而其的英語/西班牙語詞彙表屬於臺美間的文化差異，美國人種較多元，英語/西班牙語詞彙表是因應文化產生的。

(二) 臺美兩版單元間銜接與連結

在第四章第三節提出臺美兩版單元間的連結與銜接之質性研究結果。臺灣版較缺少單元間的銜接與連結，銜接部分皆出現在比例相關單元中的暖身練習或溫故啟思中，內文不會再提出，且研究者發現有一部分比例相關單元的暖身練習或溫故啟思是只提及倍數關係，而無直接提出比例關係。連結部分連結部分只出現在六上第七單元正比的先備知識與暖身練習，八年級一次函數的舉例與九上第一單元比例線段與相似形。

美國版是以索引及每節的核心標準去查找個單元間比例內容的銜接關係，研究者認為認為教科書如能善用「索引」及「核心標準（教學目標）」，可使得學生善用工具並快速查找相同或相關主題的內容的知識，有助於強調知識之間的連貫性，促使他們形成更完整的理解。且相較臺灣版，美國版對銜接與連結的篇幅較多，不侷限在一開始的引入及教學內容中，而是橫跨到單元最後的數學反思。

(三) 臺灣版新舊課綱正比銜接問題

臺灣版在新舊課綱七年級正比內容相同的前提下，舊課綱在六年級即提出正比的基本概念，能增加學生一些基本訓練，有利銜接至七年級比例單元的正比內容。新課綱的六年級將正比刪除，研究者認為這可能會導致學生失去學習機會，缺少單元間的連結與銜接。

(四) 臺美兩版比例課程的內容差異

由研究結果可知，臺兩版比例內容主要的差異有以下幾點：

1. 美國版將比例單元放於國中六、七年級，臺灣版則是橫跨國中小。
2. 兩者單元內容的差異為正、反比，連比與有理數，連比在美國版並無明確提出，以及美國版正比與反比在函數主題提出，非以比例主題提出，有理數美國則是在比例單元提出，而臺灣需要到高中才會正式有有理數的觀念。
3. 臺美兩版相同的比例主題內容敘述差異在於臺灣版的內容較重視公式及定義的說明，而美國版則以一些簡單的小工具取代公式的作用，例如分數條。

第二節 建議

一、臺灣數學教材

在量化研究中發現美國版的教材，在課後練習的部分題數多，且有與「過去」的教學內容相連結的題型，能使需要更多題目練習的學生，有資源可使用，並能以題目的練習連貫個單元間知識的連結。

根據研究者的生活經驗，習作通常作為課後練習，所以研究者建議能適量增加習作的題目量及利用習題增強各單元的連結性，讓有需求的學生能即時得到資源，並且能在課後練習的階段能複習與連結個單元所學，希望能在充足的資源及不增加學生負擔間取得一個平衡。

在情境分析部分，如圖 5-7，發現臺灣版小學的題目偏重在無情境的問題，國中偏重有情境的問題，但相較美國版題目的總數是少很多的，這樣的狀況很有可能導致精熟練習的機會降低，而使基礎建立不完善，所以研究者建議在課後練習的題目能適當地增

加。而兩版教材都偏重無情境及個人情境，研究者認為這是合理的，因中小學階段遇到的真實情境也多為個人情境，這樣的情境確實是會讓學生較好理解。

並且在質性研究的部分顯示美國版教材善於利用「問題」引導學生說明應該學習的內容或自己對於學習內容的解釋，臺灣版則是利用公式及定義重點整理告訴學生學習的內容，研究者認為教材應兩者兼具能使學生更有效的學習，以問題引導的方式，讓學生自己解釋自己的答案，能有助於學生的分析及表達能力，而在教材中統整公式及定義，則能很有效的建立個單元的基礎，對於之後的學習也有所幫助。

因本研究主要的量化研究在於题目的情境，並且研究者認為「真實」是情境題中非常重要的基本元素，但在本論文第三章信效度中有對臺灣教科書中的編碼 7B-2-1-20 之題目，圖 3-16，進行了簡短的討論，因此題並「不符常理」，所以研究者期許未來課綱能對情境問題的審核更加嚴謹。

二、教科書研究

本研究只著重於比例單元的情境題分析，目前臺灣因應 108 課綱的需求，且 PISA 2022 數學評量架構中也特別列出，情境題已成為現今的趨勢。研究者可以看出來目前的臺灣教科書竭盡心力的想將課程內容融合真實情境，像是臺灣版七年級第二章的比例就先以學校廁所馬桶數量比做例子，這是會讓學生能有感的察覺平常沒注意到，但卻真實存在的數學，對學生的學習是有正向幫助的。但仍需要特別注意「情境的合理性」，如研究者在第三章第四節指出用地圖算比例尺，這「不符常理」的事要少出現，因為情境題是為了讓學生能將數學應用在生活情境，而「不符常理」的情境已經偏離了情境題的初衷。

研究者期望未來能有更多對於各國教科書的個單元情境題的研究，針對各國情境的真實程度，有趣程度，學生是否能對情境有感的程度再進行深入的了解，對臺灣教科書情境的編排能有更多的參考與貢獻。

三、 21 世紀技能的比較

本論文文獻探討有提及《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況－以比與比例單元為例》中的 21 世紀素養主要是培養批判思考（28.6%）與反思（27.4%）的能力。而在本論文的質性分析部分也特別提出美國版的教學例有較多開放性問題，這種問題即培養批判應思考與反思的能力。進而，研究者想要依據《探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況－以比與比例單元為例》中的 21 世紀素養的分類及分類說明本篇論文臺灣版教學例的比例題目狀況，以了解與 IB 數學課本的差異。

以表 5-1 情境例題 21 世紀技能勾選表，並根據第二章文獻探討中各類別的說明，進行分類。

表 5-1 情境例題 21 世紀技能勾選表（可複選）

批判性 思考	創 造	研究與 探討	自我導向、主 動和持續學習	資 訊 的 使 用	系 統 性 思 考	溝 通	反 思
比例相關 題目							

分類表呈現於附錄四，表 5-2 為臺灣版與 IB 比例單元的 21 世紀技能分類比較，由結果可發現，臺灣版有情境教學例的系統性思考是最多的，因為不管何種情境都需要了解問題的架構而進行更深入的思考，如圖 5-9。其次為資訊的使用，資訊使用的方面都是利用表格及圖示來輔助題目問題的探討，如圖 5-10。

表 5-2 臺灣版與 IB 比例單元的 21 世紀技能分類比較

	IB (總題數為 84)	臺灣版有情境之題目 (總題數為 70 題)
	個數/百分比	個數/百分比
批判性思考	24/28.6%	0/0%
創造	5/6.0%	2/3%
研究與探究	11/13.1%	0/0%
自我導向、主動和持續	7/8.3%	0/0%
資訊的使用	14/16.7%	8/11%
系統性思考	11/13.1%	70/100%
溝通	13/15.5%	3/4%
反思	23/27.4%	3/4%

舒服衛生紙一包總共有 150 抽，售價 24 元，如果要推出增量包，製成一包 250 抽的商品，在抽取數及售價的比不變的情形下，則 250 抽的舒服衛生紙售價為多少元？

圖 5-9 系統思考 編碼：7b-2-1-13

幣值兌換

浩南旅遊回來後想將剩餘日圓換回新臺幣，他到銀行觀察到銀行買入日圓現金的匯率如右表，試回答下列問題：

(1) 銀行日圓買入匯率為多少？

幣別	現金匯率	
	本行買入	本行賣出
日圓	0.2780	0.2905
港幣	3.761	3.977
美元	30.375	31.065

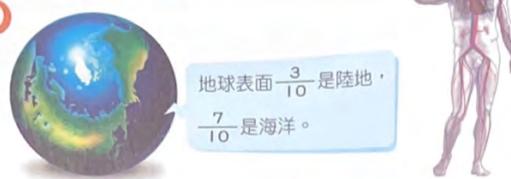
圖 5-10 資訊的使用 編碼：7b-2-2-5(A)

接著依序為溝通，反思，創造。溝通部分為國小階段教材常會有「說說看」的題目，進而讓學生與同儕或老師自己的想法，但研究者發現，這樣的題目通常是閉鎖性的，只有單一的答案，如圖 5-11，反思與創造的部分則通常是以日常生活出發，請同學想出與

教學內容相對應的生活實例，如圖 5-12。

8-1 認識比率

1



地球表面 $\frac{3}{10}$ 是陸地，
 $\frac{7}{10}$ 是海洋。

成人血液約占體重的 $\frac{1}{13}$ 。

說說看， $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{7}{10}$ 和 $\frac{1}{13}$ 各表示什麼？

像 $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{7}{10}$ 和 $\frac{1}{13}$ 這樣，表示部分占全部的多少，叫作比率。部分量 ÷ 全部量 = 比率



圖 5-11 溝通 編碼：5b-8-1-2(A)

像 $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{7}{10}$ 和 $\frac{1}{13}$ 這樣，表示部分占全部的多少，叫作比率。部分量 ÷ 全部量 = 比率



想一想，生活中還有哪些也是用比率來表示？

圖 5-12 反思與創造 編碼：5b-8-1-2(B)

臺灣版無出現批判性思考，研究與探討，自我導向、主動和持續學習，導致這樣的主因有可能是因如同本論文質性結果所說明，臺灣版的教材內容較偏向直接的教導，以及直接給予重點整理，題目也基本有固定答案，學生不容易進行自行思考、探討、探究與進行批判性思考。

而 IB 課程則是批判性思考佔比最多，接著為創造，研究與探討，自我導向、主動和持續，資訊的使用，系統思考，溝通，最後為反思。由此可知，IB 教材的教學與臺灣版是有明顯的不同。

根據上述分析，研究者建議比例內容可以編寫更多開放性問題或活動，讓學生能有更多自主思考的空間，增進 21 世紀技能中的批判性思考，研究與探討，自我導向、主動和持續學習的能力。

參考文獻

- 王承旭 (1999)。比較教育史。人民教育出版社。
- 李柏萱 (2023)。臺灣與香港中學階段機率與統計主題的教科書研究 (未出版之碩士論文)。國立中央大學。
- 林冠成 (2021)。探討 IB 數學課本培養學生數學素養的情況—以比與比例單元為例 (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學。
- 林素微 (2022)。「他山之石，可以攻錯」：從 PISA 視角談數學教育研究取徑。臺灣數學教育期刊，9 (2)，113-120。
- 林瑋婷 (2017)。國小教科書文本分析-以比、比值與正比單元為例 (未出版之碩士論文)。國立清華大學。
- 國家研究中心 PISA 國立臺灣師範大學 (無日期)。取自 PISA 2022 數學評量架構：
<https://cirn.moe.edu.tw/Upload/file/42287/119694.pdf>
- 張芬芬 (2010)。質性分析的五步驟：在抽象階梯上爬升。初等教育學刊，35，87-120。
- 教育部 (2003) 國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。教育部。
- 教育部 (2018)。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域。教育部。
- 教育部 (2021)。十二年國民基本教育課程綱要。教育部。 取自
<https://www.naer.edu.tw/PageSyllabus?fid=52>
- 教育部 (2022)。十二年國教國民中小學暨普通型高中-數學課程手冊。教育部。
- 陳盈如、左太政與劉嘉茹 (2022)。PISA 視角下：數學素養概念架構與量表工具之發展與驗證。科學教育學刊，30 (2)，121-147。
- 陳蕙茹、柳賢 (2010)。分數表示式對等比例概念建構影響之研究。臺中教育大學學報：教育類，24 (1)，27-47。
- 陳豐詣 (2024)。臺灣和德國在國中二次函數數學素養內容之比較研究 (未出版之碩

- 士論文)。國立嘉義大學。
- 黃曉鈴 (2021)。國小高年級不同版本數學備課用書比與比值相關單元提示層次與形式之內容分析 (未出版之碩士論文)。國立清華大學。
- 楊孝滢 (1989)。內容分析法。東華書局。
- 歐用生 (1993)。內容分析法。師大書苑。
- 韓湘晶 (2017)。臺灣與中國大陸七至九年級數學教科書代數內容分析之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學。
- Common Core State Standards For Mathematics. (2022). Retrieved from COMMON CORE STANDARD INITIATIVE: <https://learning.ccsso.org/wp-content/uploads/2022/11/ADA-Compliant-Math-Standards.pdf>
- Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*.
- PISA 2022 Mathematics Framework. (2022). Retrieved from PISA 2022 Mathematics Framework INITIATIVE: <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html>
- United Nations. (2023). Retrieved from Department of Economic and Social Affairs Sustainable Development: <https://web.archive.org/web/20230312011600/https://sdgs.un.org/goals>

附錄

附錄一 美國版題目

因題數眾多，放於網址：<https://shann.idv.tw/Teach/mathedu/liu2024.pdf>

附錄一中美國版教學例共 314 題，課後練習共 581 題，總共 895 題，頁數共 437 頁，檔案有 11MB。

附錄二 美國比例單元情境題分類表

美國六年級比例單元教學例之題目情境題分類表

無情境	6-2-1-9(A1) 6-2-1-9(A2) 6-2-1-9(B1) 6-2-1-9(B2) 6-2-1-9(B3)	6-2-1-9(B4) 6-2-1-9(C1a) 6-2-1-9(C1b) 6-2-1-9(C2) 6-2-1-9(D1)	6-2-1-9(D2) 6-2-1-9(E1) 6-2-1-9(E2) 6-2-1-9(E3) 6-5-4-8(D1)	6-5-4-8(D2) 6-5-4-8(D3) 6-5-4-8(D4) 6-5-4-8(D5) 6-5-4-8(C3) 6-5-4-8(C4)
個人情境	6-2-1-1 6-2-1-2 6-2-1-9(E4) 6-2-2-1 6-2-2-2(A) 6-2-2-2(B) 6-2-2-3(A1) 6-2-2-3(A2) 6-2-2-3(B1) 6-2-2-3(B2) 6-2-2-3(C1) 6-2-2-3(C2) 6-2-2-3(C3) 6-2-2-3(C4) 6-2-2-3(D) 6-2-2-3(E) 6-2-2-4(A) 6-2-2-4(B) 6-2-2-5(A) 6-2-2-5(B1) 6-2-2-5(B2) 6-2-2-5(B3) 6-2-2-5(B4)	6-2-2-5(C1) 6-2-2-5(C2a) 6-2-2-5(C2b) 6-2-2-5(C2c) 6-2-2-6(A1) 6-2-2-6(A2) 6-2-2-6(A3) 6-2-2-6(A4) 6-2-4-1(A) 6-2-4-1(B) 6-2-4-4(B2) 6-2-4-4(B5) 6-2-4-4(C) 6-2-4-6(A) 6-2-4-6(B) 6-2-4-6(C1) 6-2-4-6(C2) 6-2-4-4(B2) 6-2-4-4(B5) 6-2-4-4(C) 6-2-4-6(A) 6-2-4-6(B) 6-2-4-6(C1)	6-2-4-6(C2) 6-5-4-1(A) 6-5-4-1(B) 6-5-4-2 6-5-4-3(A) 6-5-4-3(B1) 6-5-4-3(B2) 6-5-4-3(B3) 6-5-4-3(C1) 6-5-4-3(C2a) 6-5-4-3(C2a) 6-5-4-3(C3a) 6-5-4-3(C3b) 6-5-4-3(D1) 6-5-4-3(D2) 6-5-4-3(D3) 6-5-4-4(A1) 6-5-4-4(A2) 6-5-4-5(A1) 6-5-4-5(A2) 6-5-4-5(A3) 6-5-4-5(B1) 6-5-4-5(B2)	6-5-4-5(B3) 6-5-4-5(C1) 6-5-4-5(C2) 6-5-4-5(C3) 6-5-4-5(D1) 6-5-4-5(D2) 6-5-4-5(D3) 6-5-4-5(E1) 6-5-4-5(E2) 6-5-4-6(A) 6-5-4-6(B) 6-5-4-6(C) 6-5-4-7(A) 6-5-4-7(B) 6-5-4-7(C) 6-5-4-7(D1) 6-5-4-7(D2) 6-5-4-7(D3) 6-5-4-7(D4a) 6-5-4-7(D4b) 6-5-4-7(E1) 6-5-4-7(E2)
職業情境	6-2-4-2 6-2-4-3(A1) 6-2-4-3(A2)	6-2-4-3(A3) 6-2-4-3(B) 6-2-4-3(C) 6-5-4-8(B1)	6-2-4-3(D1) 6-2-4-3(D2) 6-2-4-3(E)	6-5-4-8(B2) 6-5-4-8(B3a) 6-5-4-8(B3b) 6-5-4-8(B3c)
社會情境	6-2-1-4 6-2-1-5(A) 6-2-1-5(B) 6-2-1-5(C) 6-2-1-6 6-2-1-7(A)	6-2-1-10 6-2-1-11(A) 6-2-1-11(B) 6-2-1-11(C1) 6-2-1-11(C2) 6-2-1-11(D1)	6-2-1-13(B2) 6-2-1-13(B3) 6-2-1-13(C1) 6-2-1-13(C2) 6-2-1-13(C3) 6-2-1-13(C4)	6-2-2-6(C1) 6-2-2-6(C2) 6-2-4-5 6-2-4-6(D1) 6-2-4-6(D2) 6-2-4-6(E)

	6-2-1-7(B1)	6-2-1-11(D2)	6-2-1-13(C5)	6-5-4-8(A1)
	6-2-1-7(B2)	6-2-1-11(E1)	6-2-1-13(D1)	6-5-4-8(A2)
	6-2-1-7(C1)	6-2-1-11(E2)	6-2-1-13(D2)	6-5-4-8(A3)
	6-2-1-7(C2)	6-2-1-12	6-2-2-6(B1)	6-5-4-8(C1)
	6-2-1-7(D1)	6-2-1-13(A1)	6-2-2-6(B2)	6-5-4-8(C2)
	6-2-1-7(D2)	6-2-1-13(A2)	6-2-2-6(B3)	6-5-4-8(C3)
	6-2-1-8(A)	6-2-1-13(A3)	6-2-2-6(B4)	6-5-4-8(C4)
	6-2-1-8(B)	6-2-1-13(B1)	6-2-2-6(B5)	
科學情境	6-2-1-3	6-2-4-4(A2)	6-2-4-4(B1)	6-2-4-4(B4)
	6-2-4-4(A1)	6-2-4-4(A3)	6-2-4-4(B3)	6-2-4-4(B6)

美國六年級比例單元課後練習之題目情境題分類表

無情境	6(h)-2-1-5	6(h)-2-1-39	6(h)-2-1-72	6(h)-2-4-35	
	6(h)-2-1-6	6(h)-2-1-40	6(h)-2-1-73	6(h)-2-4-36	
	6(h)-2-1-7	6(h)-2-1-45(A)	6(h)-2-1-74	6(h)-2-4-37	
	6(h)-2-1-8	6(h)-2-1-45(B)	6(h)-2-1-75	6(h)-2-4-38	
	6(h)-2-1-9	6(h)-2-1-46(A)	6(h)-2-1-76	6(h)-2-4-39	
	6(h)-2-1-10(A)	6(h)-2-1-46(B)	6(h)-2-1-77	6(h)-2-4-41	
	6(h)-2-1-10(B)	6(h)-2-1-55	6(h)-2-1-78	6(h)-2-4-42	
	6(h)-2-1-12	6(h)-2-1-56	6(h)-2-1-79	6(h)-2-4-43	
	6(h)-2-1-13	6(h)-2-1-57	6(h)-2-1-80	6(h)-5-5-16	
	6(h)-2-1-14	6(h)-2-1-58	6(h)-2-4-2	6(h)-5-5-17	
	6(h)-2-1-15	6(h)-2-1-59	6(h)-2-4-3	6(h)-5-5-24	
	6(h)-2-1-16	6(h)-2-1-60	6(h)-2-4-4	6(h)-5-5-25	
	6(h)-2-1-17	6(h)-2-1-61	6(h)-2-4-5	6(h)-5-5-26	
	6(h)-2-1-20	6(h)-2-1-62	6(h)-2-4-25	6(h)-5-5-27	
	6(h)-2-1-21	6(h)-2-1-63	6(h)-2-4-26	6(h)-5-5-31	
	6(h)-2-1-22	6(h)-2-1-64	6(h)-2-4-27	6(h)-5-5-32	
	6(h)-2-1-24	6(h)-2-1-65	6(h)-2-4-28	6(h)-5-5-33	
	6(h)-2-1-25	6(h)-2-1-66	6(h)-2-4-29	6(h)-5-5-34	
	6(h)-2-1-26	6(h)-2-1-67	6(h)-2-4-30	6(h)-5-5-35	
	6(h)-2-1-35	6(h)-2-1-68	6(h)-2-4-31	6(h)-5-5-36	
	6(h)-2-1-36	6(h)-2-1-69	6(h)-2-4-32	6(h)-5-5-37	
	6(h)-2-1-37	6(h)-2-1-70	6(h)-2-4-33	6(h)-5-5-38	
	6(h)-2-1-38	6(h)-2-1-71	6(h)-2-4-34		
	個人情境	6(h)-2-1-3(A)	6(h)-2-1-48(A)	6(h)-2-2-19	6(h)-5-4-4(A)
		6(h)-2-1-3(B)	6(h)-2-1-48(B)	6(h)-2-2-20	6(h)-5-4-4(B)
		6(h)-2-1-4	6(h)-2-1-48(C)	6(h)-2-2-21	6(h)-5-4-4(C)
		6(h)-2-1-11(A)	6(h)-2-1-49(A)	6(h)-2-2-22	6(h)-5-5-5(A)
		6(h)-2-1-11(B)	6(h)-2-1-49(B)	6(h)-2-2-23(A)	6(h)-5-5-5(B)
		6(h)-2-1-11(C)	6(h)-2-1-49(C)	6(h)-2-2-23(B)	6(h)-5-5-5(C)
		6(h)-2-1-11(D)	6(h)-2-1-50	6(h)-2-2-23(C)	6(h)-5-5-8(B)
		6(h)-2-1-18	6(h)-2-1-51	6(h)-2-2-24(A)	6(h)-5-5-8(C)
		6(h)-2-1-19(A)	6(h)-2-1-52(A)	6(h)-2-2-24(B)	6(h)-5-5-9
		6(h)-2-1-19(B)	6(h)-2-1-52(B)	6(h)-2-2-24(C)	6(h)-5-5-10
		6(h)-2-1-23(A)	6(h)-2-1-53(A)	6(h)-2-2-25	6(h)-5-5-11
		6(h)-2-1-23(B)	6(h)-2-1-53(B)	6(h)-2-2-26	6(h)-5-5-12(A)
		6(h)-2-1-23(C)	6(h)-2-1-53(C)	6(h)-2-2-27(A)	6(h)-5-5-12(B)
		6(h)-2-1-23(D)	6(h)-2-1-53(D)	6(h)-2-2-27(B)	6(h)-5-5-12(C)
		6(h)-2-1-27(A)	6(h)-2-1-81(A)	6(h)-2-2-27(C)	6(h)-5-5-13(A)
6(h)-2-1-27(B)		6(h)-2-1-81(B)	6(h)-2-2-28(A)	6(h)-5-5-13(B)	
6(h)-2-1-27(C)		6(h)-2-1-81(C)	6(h)-2-2-28(B)	6(h)-5-5-13(C)	
6(h)-2-1-28		6(h)-2-1-82	6(h)-2-2-28(C)	6(h)-5-5-14	

	6(h)-2-1-29	6(h)-2-2-1	6(h)-2-2-29(A)	6(h)-5-5-19
	6(h)-2-1-30	6(h)-2-2-2	6(h)-2-2-29(B)	6(h)-5-5-20
	6(h)-2-1-31	6(h)-2-2-3(A)	6(h)-2-2-30	6(h)-5-5-22
	6(h)-2-1-32	6(h)-2-2-3(B)	6(h)-2-2-31	6(h)-5-5-23
	6(h)-2-1-33(A)	6(h)-2-2-4	6(h)-2-2-32	6(h)-5-5-28
	6(h)-2-1-33(B)	6(h)-2-2-5	6(h)-2-2-33	6(h)-5-5-29(A)
	6(h)-2-1-33(C)	6(h)-2-2-7	6(h)-2-2-34	6(h)-5-5-29(B)
	6(h)-2-1-34(A)	6(h)-2-2-8	6(h)-2-2-36	6(h)-5-5-29(C)
	6(h)-2-1-34(B)	6(h)-2-2-9	6(h)-2-2-37(A)	6(h)-5-5-29(D)
	6(h)-2-1-34(C)	6(h)-2-2-10	6(h)-2-2-37(B)	6(h)-5-5-30(A)
	6(h)-2-1-34(D)	6(h)-2-2-11	6(h)-2-4-19	6(h)-5-5-30(B)
	6(h)-2-1-43(A)	6(h)-2-2-12	6(h)-2-4-21	6(h)-5-5-39
	6(h)-2-1-43(B)	6(h)-2-2-13	6(h)-2-4-23	6(h)-5-5-41
	6(h)-2-1-44(A)	6(h)-2-2-14	6(h)-2-4-24	6(h)-5-5-6(A)
	6(h)-2-1-44(B)	6(h)-2-2-15(A)	6(h)-2-4-44(A)	6(h)-5-5-6(B)
	6(h)-2-1-44(C)	6(h)-2-2-15(B)	6(h)-2-4-44(B)	6(h)-5-5-6(C)
	6(h)-2-1-47(A)	6(h)-2-2-16	6(h)-2-4-44(C)	6(h)-5-5-7
	6(h)-2-1-47(B)	6(h)-2-2-17	6(h)-5-4-1	6(h)-5-5-8(A)
	6(h)-2-1-47(C)	6(h)-2-2-18	6(h)-5-4-2	
職業情境	6(h)-2-1-54(A) 6(h)-2-1-54(B)	6(h)-2-4-1(A) 6(h)-2-4-1(B)	6(h)-2-4-1(C) 6(h)-2-4-22	6(h)-2-4-40 6(h)-5-5-21
社會情境	6(h)-2-1-1(A) 6(h)-2-1-1(B) 6(h)-2-1-41 6(h)-2-1-42 6(h)-2-2-6	6(h)-2-2-6 6(h)-2-2-35 6(h)-2-4-15 6(h)-2-4-16 6(h)-2-4-17	6(h)-2-4-18 6(h)-2-4-20 6(h)-5-4-3(A) 6(h)-5-4-3(B) 6(h)-5-4-3(C)	6(h)-5-5-15 6(h)-5-5-40(A) 6(h)-5-5-40(B) 6(h)-5-5-42(A) 6(h)-5-5-42(B)
科學情境	6(h)-2-4-6(A) 6(h)-2-4-6(B) 6(h)-2-4-6(C) 6(h)-2-4-7(A)	6(h)-2-4-7(B) 6(h)-2-4-7(C) 6(h)-2-4-8(A) 6(h)-2-4-8(B)	6(h)-2-4-9 6(h)-2-4-10 6(h)-2-4-11 6(h)-2-4-12	6(h)-2-4-13 6(h)-2-4-14 6(h)-5-5-18(A) 6(h)-5-5-18(B)

美國七年級比例單元教學例之題目情境題分類表

無情境	7-4-1-10(D)			
個人情境	7-4-1-1	7-4-1-8(C)	7-4-2-5(C2b)	7-4-2-6(C3)
	7-4-1-3	7-4-1-8(D)	7-4-2-5(C2c)	7-4-2-6(C4)
	7-4-1-5(A1)	7-4-1-10(A)	7-4-2-6(A2)	7-4-3-1(A)
	7-4-1-5(A2)	7-4-1-10(B1)	7-4-2-6(A3)	7-4-3-1(B)
	7-4-1-5(B1)	7-4-1-10(B2)	7-4-2-6(A4)	7-4-3-1(C)
	7-4-1-5(B2)	7-4-1-10(E1)	7-4-2-6(A5a)	7-4-3-1(D1)
	7-4-1-5(C1)	7-4-1-10(E2)	7-4-2-6(A5b)	7-4-3-1(D2)
	7-4-1-5(C2)	7-4-1-10(E3)	7-4-2-6(A5c)	7-4-3-3
	7-4-1-5(D)	7-4-2-2	7-4-2-6(A5d)	7-4-3-4(A1)
	7-4-1-6	7-4-2-3	7-4-2-6(A6a)	7-4-3-4(A2)
	7-4-1-7(A)	7-4-2-4	7-4-2-6(A6b)	7-4-3-4(A3)
	7-4-1-7(B1)	7-4-2-5(A2)	7-4-2-6(A6c)	7-4-3-4(A4)
	7-4-1-7(B2)	7-4-2-5(A3)	7-4-2-6(B1)	7-4-3-4(A5)
	7-4-1-7(C1a)	7-4-2-5(B1)	7-4-2-6(B2)	7-4-3-4(A6)
	7-4-1-7(C1b)	7-4-2-5(B2)	7-4-2-6(B3)	7-4-3-4(A7)
	7-4-1-7(C2)	7-4-2-5(B3)	7-4-2-6(B4)	7-4-3-4(B1)
	7-4-1-7(D1)	7-4-2-5(C1a)	7-4-2-6(B5a)	7-4-3-4(B2)
	7-4-1-7(D2)	7-4-2-5(C1b)	7-4-2-6(B5b)	7-4-3-4(B3)
	7-4-1-8(A)	7-4-2-5(C1c)	7-4-2-6(C1)	7-4-3-4(B4)
	7-4-1-8(B)	7-4-2-5(C2a)	7-4-2-6(C2)	
職業情境	7-4-1-2	7-4-3-2(A2a)	7-4-3-2(C1)	7-4-3-5(B2)
	7-4-1-4(A1)	7-4-3-2(A2b)	7-4-3-2(C2)	7-4-3-5(C1)
	7-4-1-4(A2)	7-4-3-2(A3a)	7-4-3-5(A1)	7-4-3-5(C2)
	7-4-1-4(A3)	7-4-3-2(A3b)	7-4-3-5(A2)	7-4-3-5(D1)
	7-4-1-4(A4)	7-4-3-2(A3c)	7-4-3-5(A3a)	7-4-3-5(D2)
	7-4-1-4(A5)	7-4-3-2(A3d)	7-4-3-5(A3b)	7-4-3-5(D3)
	7-4-2-6(A1)	7-4-3-2(B1)	7-4-3-5(A3c)	7-4-3-5(D4)
	7-4-3-2(A1)	7-4-3-2(B2)	7-4-3-5(B1)	
社會情境	7-4-1-4(B1)	7-4-1-4(B6)	7-4-1-9(C)	7-4-2-1(C2)
	7-4-1-4(B2)	7-4-1-4(C1)	7-4-2-1(A)	7-4-2-1(C3)
	7-4-1-4(B3)	7-4-1-4(C2)	7-4-2-1(B1)	7-4-2-1(C4)
	7-4-1-4(B4)	7-4-1-9(A)	7-4-2-1(B2)	7-4-2-5(A1)
	7-4-1-4(B5)	7-4-1-9(B)	7-4-2-1(C1)	7-4-2-5(A4)
科學情境	7-4-1-10(C)			

美國七年級比例單元課後練習之題目情境題分類表

無情境	7(h)-4-1-14(A)	7(h)-4-1-47	7(h)-4-1-63(D)	7(h)-4-2-21	
	7(h)-4-1-14(B)	7(h)-4-1-48	7(h)-4-1-63(E)	7(h)-4-2-22	
	7(h)-4-1-14(C)	7(h)-4-1-49	7(h)-4-1-64(A)	7(h)-4-2-23	
	7(h)-4-1-14(D)	7(h)-4-1-50	7(h)-4-1-64(B)	7(h)-4-3-20	
	7(h)-4-1-24	7(h)-4-1-51	7(h)-4-1-64(C)	7(h)-4-3-21	
	7(h)-4-1-25	7(h)-4-1-52	7(h)-4-1-77(A)	7(h)-4-3-22	
	7(h)-4-1-26	7(h)-4-1-53	7(h)-4-1-77(B)	7(h)-4-3-23	
	7(h)-4-1-27	7(h)-4-1-54	7(h)-4-1-77(C)	7(h)-4-3-24	
	7(h)-4-1-28	7(h)-4-1-55	7(h)-4-2-12(A)	7(h)-4-3-25	
	7(h)-4-1-29	7(h)-4-1-57	7(h)-4-2-12(B)	7(h)-4-3-39	
	7(h)-4-1-30	7(h)-4-1-58	7(h)-4-2-12(C)	7(h)-4-3-40	
	7(h)-4-1-31	7(h)-4-1-59(A)	7(h)-4-2-14(A)	7(h)-4-3-41	
	7(h)-4-1-39	7(h)-4-1-59(B)	7(h)-4-2-14(B)	7(h)-4-3-42	
	7(h)-4-1-42(A)	7(h)-4-1-59(C)	7(h)-4-2-14(C)	7(h)-4-3-43	
	7(h)-4-1-42(B)	7(h)-4-1-59(D)	7(h)-4-2-14(D)	7(h)-4-3-44	
	7(h)-4-1-42(C)	7(h)-4-1-60(A)	7(h)-4-2-15(A)	7(h)-4-3-46	
	7(h)-4-1-42(D)	7(h)-4-1-60(B)	7(h)-4-2-15(B)	7(h)-4-3-47	
	7(h)-4-1-42(E)	7(h)-4-1-60(C)	7(h)-4-2-16	7(h)-4-3-48	
	7(h)-4-1-42(F)	7(h)-4-1-60(D)	7(h)-4-2-17	7(h)-4-3-49	
	7(h)-4-1-44	7(h)-4-1-63(A)	7(h)-4-2-18	7(h)-4-3-50(A)	
	7(h)-4-1-45	7(h)-4-1-63(B)	7(h)-4-2-19	7(h)-4-3-50(B)	
	7(h)-4-1-46	7(h)-4-1-63(C)	7(h)-4-2-20	7(h)-4-3-50(C)	
	個人情境	7(h)-4-1-4	7(h)-4-1-17(B)	7(h)-4-1-67(A)	7(h)-4-3-8
		7(h)-4-1-5(A)	7(h)-4-1-17(C)	7(h)-4-1-67(B)	7(h)-4-3-9
		7(h)-4-1-5(B)	7(h)-4-1-17(D)	7(h)-4-2-1	7(h)-4-3-10
		7(h)-4-1-5(C)	7(h)-4-1-18	7(h)-4-2-4	7(h)-4-3-15
		7(h)-4-1-5(D)	7(h)-4-1-19(A)	7(h)-4-2-5	7(h)-4-3-16
		7(h)-4-1-5(E)	7(h)-4-1-19(B)	7(h)-4-2-6	7(h)-4-3-17
7(h)-4-1-6		7(h)-4-1-20(A)	7(h)-4-2-8(A)	7(h)-4-3-18	
7(h)-4-1-7(A)		7(h)-4-1-20(B)	7(h)-4-2-8(B)	7(h)-4-3-26(A)	
7(h)-4-1-7(B)		7(h)-4-1-33(A)	7(h)-4-2-8(C)	7(h)-4-3-26(B)	
7(h)-4-1-7(C)		7(h)-4-1-33(B)	7(h)-4-2-10(A)	7(h)-4-3-27	
7(h)-4-1-7(D)		7(h)-4-1-33(C)	7(h)-4-2-10(B)	7(h)-4-3-28	
7(h)-4-1-10(A)		7(h)-4-1-33(D)	7(h)-4-2-10(C)	7(h)-4-3-29	
7(h)-4-1-10(B)		7(h)-4-1-34(A)	7(h)-4-2-10(D)	7(h)-4-3-30	
7(h)-4-1-10(C)		7(h)-4-1-34(B)	7(h)-4-2-11(A)	7(h)-4-3-31	
7(h)-4-1-10(D)		7(h)-4-1-34(C)	7(h)-4-2-11(B)	7(h)-4-3-32	
7(h)-4-1-11(A)		7(h)-4-1-34(D)	7(h)-4-2-13	7(h)-4-3-33	
7(h)-4-1-11(B)		7(h)-4-1-35	7(h)-4-2- 24(A)	7(h)-4-3-34(A)	
7(h)-4-1-11(C)		7(h)-4-1-36	7(h)-4-2- 24(B)	7(h)-4-3-34(B)	
7(h)-4-1-11(D)		7(h)-4-1-38(A)	7(h)-4-2- 24(C)	7(h)-4-3-36	
7(h)-4-1-12(A)		7(h)-4-1-38(B)	7(h)-4-3-1	7(h)-4-3-37	

	7(h)-4-1-12(B) 7(h)-4-1-12(C) 7(h)-4-1-13(A) 7(h)-4-1-13(B) 7(h)-4-1-13(C) 7(h)-4-1-15 7(h)-4-1-17(A)	7(h)-4-1-38(C) 7(h)-4-1-40(A) 7(h)-4-1-40(B) 7(h)-4-1-41(A) 7(h)-4-1-41(B) 7(h)-4-1-61 7(h)-4-1-62	7(h)-4-3-2 7(h)-4-3-3 7(h)-4-3-4 7(h)-4-3-5 7(h)-4-3-6 7(h)-4-3-7(A) 7(h)-4-3-7(B)	7(h)-4-3-45(A) 7(h)-4-3-45(B) 7(h)-4-3-45(C) 7(h)-4-3-45(D)
職業情境	7(h)-4-1-21 7(h)-4-1-66 7(h)-4-1-69 7(h)-4-1-70 7(h)-4-1-71 7(h)-4-1-72 7(h)-4-1-73 7(h)-4-1-74 7(h)-4-2-7(A) 7(h)-4-2-7(B) 7(h)-4-2-7(C) 7(h)-4-2-7(D)	7(h)-4-2-9(A) 7(h)-4-2-9(B) 7(h)-4-2-9(C) 7(h)-4-2-9(D) 7(h)-4-2-9(E) 7(h)-4-2-27(A) 7(h)-4-2-27(B) 7(h)-4-3-11 7(h)-4-3-12 7(h)-4-3-13 7(h)-4-3-14(A) 7(h)-4-3-14(B)	7(h)-4-3-14(C) 7(h)-4-3-14(D) 7(h)-4-3-35 7(h)-4-3-38(A) 7(h)-4-3-38(B) 7(h)-4-3-51(A) 7(h)-4-3-51(B) 7(h)-4-3-51(C) 7(h)-4-3-51(D) 7(h)-4-3-51(E) 7(h)-4-3-52(A) 7(h)-4-3-52(B)	7(h)-4-3-52(C) 7(h)-4-3-52(D) 7(h)-4-3-53(A) 7(h)-4-3-53(B) 7(h)-4-3-53(C) 7(h)-4-3-53(D) 7(h)-4-1-23(A) 7(h)-4-1-23(B) 7(h)-4-1-23(C) 7(h)-4-1-23(D)
社會情境	7(h)-4-1-1(A) 7(h)-4-1-1(B) 7(h)-4-1-1(C) 7(h)-4-1-2(A) 7(h)-4-1-2(B) 7(h)-4-1-2(C) 7(h)-4-1-3(A) 7(h)-4-1-3(B) 7(h)-4-1-3(C) 7(h)-4-1-8(A) 7(h)-4-1-8(B) 7(h)-4-1-8(C) 7(h)-4-1-8(D)	7(h)-4-1-8(E) 7(h)-4-1-8(F) 7(h)-4-1-9(A) 7(h)-4-1-9(B) 7(h)-4-1-9(C) 7(h)-4-1-9(D) 7(h)-4-1-16 7(h)-4-1-22(A) 7(h)-4-1-22(B) 7(h)-4-1-22(C) 7(h)-4-1-22(D) 7(h)-4-1-32 7(h)-4-1-37	7(h)-4-1-43(A) 7(h)-4-1-43(B) 7(h)-4-1-43(C) 7(h)-4-1-43(D) 7(h)-4-1-43(E) 7(h)-4-1-56 7(h)-4-1-68(A) 7(h)-4-1-68(B) 7(h)-4-1-78(A) 7(h)-4-1-78(B) 7(h)-4-1-78(C) 7(h)-4-2-2 7(h)-4-2-3	7(h)-4-2-25 7(h)-4-2-26 7(h)-4-3-19 7(h)-4-3-54(A) 7(h)-4-3-54(B) 7(h)-4-3-54(C) 7(h)-4-3-54(D) 7(h)-4-3-55(A) 7(h)-4-3-55(B) 7(h)-4-3-55(C1) 7(h)-4-3-55(C2)
科學情境	7(h)-4-1-65(A) 7(h)-4-1-65(B) 7(h)-4-1-75	7(h)-4-1-76 7(h)-4-2-28(A) 7(h)-4-2-28(B)	7(h)-4-2-28(C) 7(h)-4-2-29(A) 7(h)-4-2-29(B)	7(h)-4-2-29(C) 7(h)-4-2-29(D)

附錄三 臺灣國比例單元情境題分類表

臺灣五年級比例單元教學例之題目情境題分類

	教學例			
無情境	5b-8-1-1(A) 5b-8-1-1(B) 5b-8-1-1(C) 5b-8-2-3 5b-8-2-4	5b-8-2-5 5b-8-2-6 5b-8-2-10(A) 5b-8-2-10(B) 5b-8-2-10(C)	5b-8-2-10(D) 5b-8-2-10(E) 5b-8-2-10(F) 5b-8-2-11(A) 5b-8-2-11(B)	5b-8-2-11(C)
個人情境	5b-8-1-2(B) 5b-8-1-3(A) 5b-8-1-3(B) 5b-8-2-1 5b-8-3-3	5b-8-3-4(A) 5b-8-3-4(B) 5b-8-3-5 5b-8-3-6 5b-8-3-7	5b-8-3-8 5b-8-3-9 5b-8-3-10 5b-8-3-11 5b-8-3-12	5b-8-3-14(A) 5b-8-3-14(B)
職業情境	5b-8-2-7 5b-8-3-2(A) 5b-8-3-2(B) 5b-8-3-13			
社會情境	5b-8-1-4(A) 5b-8-1-4(B) 5b-8-1-4(C) 5b-8-1-6 5b-8-2-2(A)		5b-8-2-2(B) 5b-8-2-2(C) 5b-8-2-8 5b-8-2-9 5b-8-3-1	
科學情境	5b-8-1-2(A) 5b-8-1-5			

臺灣五年級比例單元課後練習之題目情境題分類

無情境	5b(h)-8-2-1(A) 5b(h)-8-2-1(B) 5b(h)-8-2-1(C) 5b(h)-8-2-1(D) 5b(h)-8-2-4(A) 5b(h)-8-2-4(B)	5b(h)-8-2-4(C) 5b(h)-8-2-4(D) 5b(h)-8-2-5(A) 5b(h)-8-2-5(B) 5b(h)-8-2-5(C) 5b(h)-8-2-5(D)	5b(h)-8-2-6(A) 5b(h)-8-2-6(B) 5b(h)-8-2-6(C) 5b(h)-8-2-6(D) 5b(h)-8-T-1(A) 5b(h)-8-T-1(B)	5b(h)-8-T-1(C) 5b(h)-8-T-2(A) 5b(h)-8-T-2(B) 5b(h)-8-T-2(C) 5b(h)-8-T-3(A) 5b(h)-8-T-3(B)
個人情境	5b(h)-8-1-1(A) 5b(h)-8-1-1(B) 5b(h)-8-1-4 5b(h)-8-3-1 5b(h)-8-3-3 5b(h)-8-3-4	5b(h)-8-3-5 5b(h)-8-3-8 5b(h)-8-3-9 5b(h)-8-3-10 5b(h)-8-3-11 5b(h)-8-3-13	5b(h)-8-3-15(A) 5b(h)-8-3-15(B) 5b(h)-8-T-4 5b(h)-8-T-9 5b(h)-8-T-10 5b(h)-8-T-13(A)	5b(h)-8-T-13(B) 5b(h)-8-T-14 5b(h)-8-T-15 5b(h)-8-T-16

職業情境	5b(h)-8-1-5(A) 5b(h)-8-1-5(B) 5b(h)-8-3-12 5b(h)-8-T-8 5b(h)-8- T-12	5b(h)-8- T-17
社會情境	5b(h)-8-1-2 5b(h)-8-1-3 5b(h)-8-2-2 5b(h)-8-2-3(A) 5b(h)-8-2-3(B) 5b(h)-8-2-7	5b(h)-8-3-7 5b(h)-8-3-14 5b(h)-8-T-5 5b(h)-8-T-6 5b(h)-8- T-11
科學情境	5b(h)-8-3-2 5b(h)-8-T-7	

臺灣六年級比例單元教學例之題目情境題分類

無情境	6a-4-1-1(A) 6a-4-1-1(B) 6a-4-1-1(C) 6a-4-1-2(A) 6a-4-1-2(B) 6a-4-1-4(A) 6a-4-1-4(B) 6a-4-2-5(A)	6a-4-2-5(B) 6a-4-3-1(B) 6a-4-4-2 6a-4-4-3 6a-4-4-4 6a-4-4-5 6a-4-4-6(A) 6a-4-4-6(B)	6a-4-4-6(C) 6a-4-5-3 6a-4-5-4(A) 6a-4-5-4(B)
個人情境	6a-4-2-2(A) 6a-4-2-2(B) 6a-4-2-4 6a-4-4-1(A) 6a-4-4-1(B) 6a-4-4-1(C) 6a-4-5-5(A) 6a-4-5-5(B) 6a-4-5-5(C) 6a-4-5-6		
職業情境	6a-4-3-2		
社會情境	6a-4-1-3 6a-4-2-1(A) 6a-4-2-1(B) 6a-4-2-3 6a-4-2-6 6a-4-5-1 6a-4-5-2		
科學情境	6a-4-3-1(A)		

臺灣六年級比例單元課後練習之題目情境題分類

無情境	6a(h)-4-1-1(A) 6a(h)-4-1-1(B) 6a(h)-4-1-1(C) 6a(h)-4-2-1(A) 6a(h)-4-2-1(B) 6a(h)-4-2-1(C) 6a(h)-4-2-1(D) 6a(h)-4-2-2(A) 6a(h)-4-2-2(B) 6a(h)-4-2-2(C)	6a(h)-4-2-2(D) 6a(h)-4-2-2(E) 6a(h)-4-2-2(F) 6a(h)-4-3-1 6a(h)-4-3-2(A) 6a(h)-4-3-2(B) 6a(h)-4-3-2(C) 6a(h)-4-4-2(A) 6a(h)-4-4-2(B) 6a(h)-4-4-2(C)	6a(h)-4-4-2(D) 6a(h)-4-4-2(E) 6a(h)-4-4-2(F) 6a(h)-4-4-2(G) 6a(h)-4-4-2(H) 6a(h)-4-T-3(A) 6a(h)-4-T-3(B) 6a(h)-4-T-4(A) 6a(h)-4-T-4(B) 6a(h)-4-T-4(C)	6a(h)-4-T-6(A) 6a(h)-4-T-6(B) 6a(h)-4-T-8 6a(h)-4-T-10 6a(h)-4-T-11
-----	--	---	--	---

個人情境	6a(h)-4-1-2(A) 6a(h)-4-1-2(B) 6a(h)-4-4-1(A) 6a(h)-4-4-1(B) 6a(h)-4-5-4 6a(h)-4-5-5 6a(h)-4-5-7(A)	6a(h)-4-5-7(B) 6a(h)-4-T-1(A) 6a(h)-4-T-1(B) 6a(h)-4-T-2 6a(h)-4-T-5 6a(h)-4-T-9
職業情境		
社會情境	6a(h)-4-5-1 6a(h)-4-5-2 6a(h)-4-5-6 6a(h)-4-T-7 6a(h)-4-T-12(A) 6a(h)-4-T-12(B)	
科學情境	6a(h)-4-5-3(A) 6a(h)-4-5-3(B)	

臺灣七年級比例單元教學例之題目情境題分類

無情境	7b-2-1-4(A) 7b-2-1-4(B) 7b-2-1-4(C) 7b-2-1-5(A) 7b-2-1-5(B) 7b-2-1-5(C) 7b-2-1-7 7b-2-1-8(A) 7b-2-1-8(B) 7b-2-1-9(A) 7b-2-1-9(B) 7b-2-1-10(A)	7b-2-1-10(B) 7b-2-1-10(C) 7b-2-1-11(A) 7b-2-1-11(B) 7b-2-1-11(C) 7b-2-1-12(A) 7b-2-1-12(B) 7b-2-1-12(C) 7b-2-1-22(A) 7b-2-1-22(B) 7b-2-1-23(A) 7b-2-1-23(B)	7b-2-1-24(A) 7b-2-1-24(B) 7b-2-1-25(A) 7b-2-1-25(B) 7b-2-1-26
個人情境	7b-2-1-1(A) 7b-2-1-1(B) 7b-2-1-1(C) 7b-2-1-6 7b-2-1-14 7b-2-1-15 7b-2-1-18	7b-2-1-19 7b-2-1-29	
職業情境	7b-2-1-2(A) 7b-2-1-2(B) 7b-2-1-3 7b-2-1-13 7b-2-1-16 7b-2-1-17 7b-2-1-21		
社會情境	7b-2-1-27 7b-2-1-28		
科學情境	7b-2-1-20		

臺灣七年級比例單元課後練習之題目情境題分類

無情境	7b(h)-2-1-1(A) 7b(h)-2-1-1(B) 7b(h)-2-1-1(W) 7b(h)-2-1-3(A) 7b(h)-2-1-3(B) 7b(h)-2-1-5 7b(h)-2-1-6(A)	7b(h)-2-1-6(B) 7b(h)-2-1-8(A) 7b(h)-2-1-8(B) 7b(h)-2-1-9 7b(h)-2-1-11 7b(h)-2-1-12(A) 7b(h)-2-1-12(B)	7b(h)-2-1-12(C) 7b(h)-2-1-14(A) 7b(h)-2-1-14(B) 7b(h)-2-1-14(C) 7b(h)-2-T-1 7b(h)-2-T-2 7b(h)-2-T-3	7b(h)-2-T-4 7b(h)-2-T-5 7b(h)-2-T-6
-----	---	---	---	---

個人情境	7b(h)-2-1-2 7b(h)-2-1-4 7b(h)-2-1-7 7b(h)-2-1-10(A) 7b(h)-2-1-10(B)	7b(h)-2-1-10(C) 7b(h)-2-1-13 7b(h)-2-1-16 7b(h)-2-T-7 7b(h)-2-T-8
職業情境	7b(h)-2-1-15 7b(h)-2-T-10(A) 7b(h)-2-T-10(B)	
社會情境	7b(h)-2-1-17	
科學情境		

附錄四 臺灣有情境教學例 21 世紀技能分類表

批判性思考	(無)				
創造	5b-8-1-2(B) 7b-2-1-28				
研究與探討	(無)				
自我導向	(無)				
資訊的使用	5b-8-1-3(A) 5b-8-1-3(B) 5b-8-1-4(A) 5b-8-1-4(B) 5b-8-1-4(C) 6a-4-3-1(A) 6a-4-5-6				
系統性	5b-8-1-2(A) 5b-8-1-2(B) 5b-8-1-3(A) 5b-8-1-3(B) 5b-8-1-4(A)	5b-8-2-8 5b-8-2-9 5b-8-3-1 5b-8-3-2(A) 5b-8-3-2(B)	5b-8-3-11 5b-8-3-12 5b-8-3-13 5b-8-3-14(A) 5b-8-3-14(B)	6a-4-4-1(A) 6a-4-4-1(B) 6a-4-4-1(C) 6a-4-5-1 6a-4-5-2	7b-2-1-3 7b-2-1-6 7b-2-1-13 7b-2-1-14 7b-2-1-15

思 考	5b-8-1-4(B)	5b-8-3-3	6a-4-1-3	6a-4-5-5(A)	7b-2-1-16
	5b-8-1-4(C)	5b-8-3-4(A)	6a-4-2-1(A)	6a-4-5-5(B)	7b-2-1-17
	5b-8-1-5	5b-8-3-4(B)	6a-4-2-1(B)	6a-4-5-5(C)	7b-2-1-18
	5b-8-1-6	5b-8-3-5	6a-4-2-2(A)	6a-4-5-6	7b-2-1-19
	5b-8-2-1	5b-8-3-6	6a-4-2-2(B)	7b-2-1-1(A)	7b-2-1-20
	5b-8-2-2(A)	5b-8-3-7	6a-4-2-3	7b-2-1-1(B)	7b-2-1-21
	5b-8-2-2(B)	5b-8-3-8	6a-4-2-4	7b-2-1-1(C)	7b-2-1-27
	5b-8-2-2(C)	5b-8-3-9	6a-4-3-1(A)	7b-2-1-2(A)	7b-2-1-28
	5b-8-2-7	5b-8-3-10	6a-4-3-2	7b-2-1-2(B)	7b-2-1-29
溝 通	5b-8-1-2(A) 5b-8-2-1 6a-4-1-3				
反 思	5b-8-1-2(B) 5b-8-1-3(B) 6a-4-4-1(C)				

	批判性 思考	創造	研究與 探討	自我導 向、主 動和持 續學習	資訊的 使用	系統性 思考	溝通	反思
總 勾 選 數	0	2	0	0	7	70	3	3