摘要

一般來說，當我們在瀏覽網頁的時候，網頁上的圖像和文字都能恰如其份地傳達作者的想法。可是當我們有需要把網頁列印出來的時候，我們會發現在網頁中看起來賞心悅目的圖形，結果卻是差強人意的。這是因爲在電腦中每一張圖像都是由像素 (pixel) 所構成的。然而，在電腦中雖然是同一張圖像，隨著圖形呈現到我們的眼睛的媒介 (media) 或是裝置 (device) 的不同而有不同的視覺感受。造成這種視覺感受的差異的原因是裝置間的解析度不同。我們的構想即是將圖像經由增加解析度的處理，從而改善影像列印品質不佳的問題。增加解析度轉換成一種數學想法就是二維插值 (two-dimensional interpolation)。

我們在第一章簡單地介紹傳統的插值方法，同時包含了理論與在 Matlab 中對應的實作。在這一章的最後，我們引進了凌波理論爲我們發展的凌波演算法提供了理論基礎。

在第二章，我們建造區段上的離散凌波轉換。給定一個最高解析度的解析空間 V_J，我們可以在 $j \leq J$ 解析空間利用 $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$ 作基底之間的轉換。而針對投影係數和凌波係數也符合這個轉換的關係，這就是所謂的離散凌波轉換。由於這裡建造的是週期化的離散凌波轉換，對二維的數位訊號（也就是圖片），經由離散凌波轉換的分解步驟在高頻部分會產生邊框效應。區段上的離散凌波轉換可以改善這個情形。

相對於傳統的插值方法，我們在第三章提出根據多層解析空間的概念所發展的凌波演算法。我們分別計算了階數爲 2 及階數爲 3 的凌波演算法，以比較效果與計算複雜度之間的關係。此外，在第一章中所介紹的三階樣條函數包含了三階多項式，而它的函蓋只有一個步距 (step size)。根據我們在第一章的實驗，這是一個相當好的方法。而階數爲 3 的正交凌波函數包含了二階多項式，對應的離散凌波轉換的函蓋則有三個步距。由於前述凌波理論的兩個概念，雖然包含的多項式的階數較少，但是凌波演算法仍然有相當好的效果。