相關變化率範例

1. 假設以每分鐘 80c.c.的速率灌氣進入一個氣球。試問當氣球的直徑為 10 公分時，它的直徑擴大速率為何？（取 $\pi = 3.14$ ，自行以計算機求估計值。）
   (1) 每分鐘約 0.06 公分
   (2) 每分鐘約 0.12 公分
   (3) 每分鐘約 0.25 公分
   (4) 每分鐘約 0.5 公分

2. 假設某商品的利潤 P 與銷售量 x 之關係的數學模型為 $P = 500x - \frac{x^2}{4}$ 。因為廣告和口碑的作用，假設該商品每天可以多賣 10 個，試問當銷售量達到 500 的那天，利潤的變化率是每天多少錢？（提示：$\frac{dx}{dt} = 10$，求當 $x = 500$ 時的 $\frac{dP}{dt}$ ）
   (1) 250
   (2) 495
   (3) 2500
   (4) 4950

3. 某人身高 1.6 公尺，朝向一盞高度為 6.4 公尺的路燈走去。假設路燈在行人身後造成影子，而行人的速度是每秒 1 公尺。試問在行人走到路燈下方之前：影子長度變化的速度，影子頭頂的移動速度。
   (1) 影子約每秒增長 0.33 公尺，影子頭頂約每秒行進 0.66 公尺
   (2) 影子約每秒增長 0.25 公尺，影子頭頂約每秒行進 0.75 公尺
   (3) 影子約每秒縮短 0.25 公尺，影子頭頂約每秒行進 0.75 公尺
   (4) 影子約每秒縮短 0.33 公尺，影子頭頂約每秒行進 1.33 公尺

4. 假設某商品正在熱賣中，很多工廠投入產能，使得產量 x 可以每週提高 200 批。假設該商品的定價 p 與產量 x 之供需模型為 $p = 100 - 0.001x$ 。試問當產量達到 2000 批而且都可以賣掉時，收入的變化率為何？（提示：收入等於產量乘以定價）
   (1) 每天 400 元
   (2) 每週 400 元
   (3) 每天 19,200 元
   (4) 每週 19,200 元

5. 假設某款喇叭的生產成本是 $C = 200 + 0.8x$ 千元，其中 x 表示每週生產的批數。因為商品即將轉型，工廠決定逐漸減產。假設目前的產量是 1000 批，而計畫以每週減少 250 批的速度減產，試問成本的變化率為每週幾元？

(1)　每週減少 200 元
(2)　每週減少 20 萬元
(3)　每週減少 400 元
(4)　每週減少 40 萬元