

有理函數的反導函數一

1. 令 $\frac{x^2+1}{x^2-1} = Ax+B+\frac{Cx+D}{x^2-1}$ ，以下何者為 $A^2+B^2+C^2+D^2$ 之值？
 - (1) 0
 - (2) 1
 - (3) 3
 - (4) 5
2. 已知 $(x^3-1)\div(x+1)=(x^2-x+1)\dots-2$ ，以下何者為 $\frac{x^3-1}{x+1}$ 的一個反導函數？
 - (1) $\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x-2\ln(x+1)$
 - (2) $\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x-2$
 - (3) $x^3-x^2+x-\frac{2}{x}$
 - (4) $-2\ln|x+1|$
3. 以下何者是 $\int \frac{x-a}{x^2+x} dx$ 的形式？其中 a 是一個實數。
 - (1) $A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (2) $Px+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (3) $Px^2+Qx+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (4) $Px^3+Qx^2+Rx+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
4. 以下何者是 $\int \frac{x^3-ax^2+b}{x^2+x} dx$ 的形式？其中 a 、 b 為實數。
 - (1) $A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (2) $Px+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (3) $Px^2+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
 - (4) $Px^2+Qx+A\ln x+B\ln(x+1)+C$
5. 有些形式的有理函數，可以用變數變換做積分。例如考慮 $\int \frac{2x}{x^2-1} dx$ ，以下敘述何者正確？
 - (1) 令 $u = x^2 - 1$ ，則 $\int \frac{2x}{x^2-1} dx = \int \frac{1}{u} du$

(2) 因為 $\frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$ ，所以 $\int \frac{2x}{x^2-1} dx = \int \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} dx$

(3) $\ln(x+1) - \ln \frac{1}{x-1}$ 是 $\frac{2x}{x^2-1}$ 的一個反導函數

(4) 以上皆是