

微積分是什麼

單維彰・2013 年 4 月

這裡我們首先要破題；微積分是什麼？What is calculus？

我們看微積分原文課本，會看到一個莫名其妙的字 **Calculus**。這就是我們翻譯成「微積分」的字。這是一個拉丁文的名詞，它是單數。如果是複數的話，它的變形是不規則的，它會變成 **Calculi**。而且，或許同學們知道，歐洲的語言除了英語以外，大多會將名詞分成陰性、陽性甚至於還有中性。那麼 **Calculus** 是陽性的。

Calculus 這個字是什麼意思呢？就是**計算方法**，意指一套算法。我們學過哪些算法呢？從我們小學一年級到差不多三年級之間，我們學了正整數的加減乘除算法，比如說 12 加 19 等於...先把個位數加成 11，進位 1 到十位數，然後做十位數加法得到 31。這個直式算法很了不起，但是都太熟練，而且像剛才這個例子已經會心算，所以就不以為意了。其實我們從一年級到三年級，就用阿拉伯數目字做直式的加減乘除，學了這麼一套的算法。

其實我們在國中、高中還陸續學了一些其他的算法，再舉一個例子。或許大家都會記得國中最主要的一個算法，應該是解二元一次方程式的配方法，那是一個算法，你也可以說那是一個公式啦！也許你也還記得輾轉相除法。

Calculus 是一個計算方法。計算方法是一個普通名詞，他可以放在很多事情上，我剛剛舉了幾個例子，但是為什麼這個字後來變成了一個專用的名詞？我們有過這樣的經驗，在各位同學的生活中，最清楚的例子大概就是「平板電腦」；平板電腦是一個普通名詞，其實早在 2004 年，許多廠商都做了平板電腦，但是現在有一個特殊的平板電腦，蘋果的 iPad，賣得非常好，所以現在「平板電腦」幾乎就從普通名詞變成專有名詞了。當我們說「平板電腦」，似乎就專指某個廠牌的某項產品。總之，這就是一個可能各位同學很容易了解的例子，有的時候，一個普通名詞因為它在一個特殊意義上太紅了，太專了，太有用了，它就變成了一個專有名詞。**Calculus** 就是這樣一個例子。

順帶一提，反過來的例子其實更多：專有名詞變成普通名詞，或者變成了動詞都有可能。在同學們的生活中最明顯的例子就是 **Google**。**Google** 是個商標，它是名詞，它是一個專有名詞。但是，現在每個人都會常常說「去 **Google** 一下」對不對？可見這個字不但變成了一個普通名詞，甚至於變成動詞、形容詞都有可能。

Calculus 是一套計算方法，這套計算方法為什麼今天被稱為「微積分」呢？這是在 19 世紀的時候，第一位翻譯這套計算方法成中文，將它引入到華語世界的學者，李善蘭，翻譯的。這個翻譯做得非常好，中文的翻譯比英文或者是拉丁文的原文說得更清楚。因為 **Calculus** 是一大套的計算方法，它粗略的可以分成兩類，一類叫做 **Differential Calculus**，另一類叫做 **Integral Calculus**；就是一類叫做 **Differential** 算法，另一類叫做 **Integral** 算法。

如果我們檢查這兩個英文字根，大概也可以感覺得出來它們的意思。**Differential** 來自於 **difference**，就是切得細細的，所以翻譯成「微分」。**Integral** 就是堆積起來，它就是把很多很多切得小小的東西加在一起，所以翻譯成「積分」。因為 **Calculus** 這一組計算方法就分成這兩大類，微分的計算方法跟積分的計算方法，所以總歸在一起，就稱為**微積分**了。

微積分究竟是什麼？這套計算方法有多了不起？用很粗略的一句話來說明，它是 17 世紀的數學家

透過對「無窮」的理解與掌握，發展出來的一套計算方法

所以這個計算方法牽涉到「無窮」，人是不能真的接觸無窮的，人不能真的達到無窮，必須靠我們的想像力去理解。事實上這套計算方法，是從 17 一直到 18 世紀，花了一百多年的時間，慢慢發展出來的。這個計算方法，會不會是讓我們可以在一秒鐘內算十幾位數的加法或乘法那種心算？其實有可能，但是它不是那個意思。許多以前須要學很多知識，而且沒有簡單的公式、須要很多很多步驟的計算，都被 **Calculus** 變成簡單迅速的計算。有了這一套超級厲害的計算方法以後，就使得我們可以一次跳過很多很多的步驟，得到一些非常好用，而且可以解決很多很多種不同問題的一個通用的計算方法。

我們在後面的課程裡，將要慢慢地讓同學從很初級的地方開始，去認識、去了解、去學習這一套計算方法，以及這些方法究竟能夠做些什麼事情。