

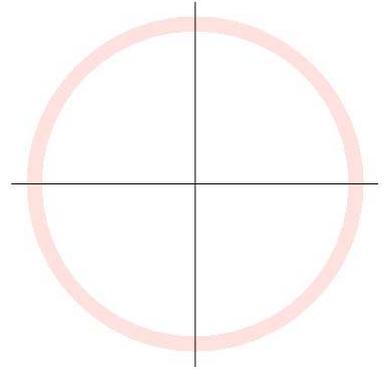
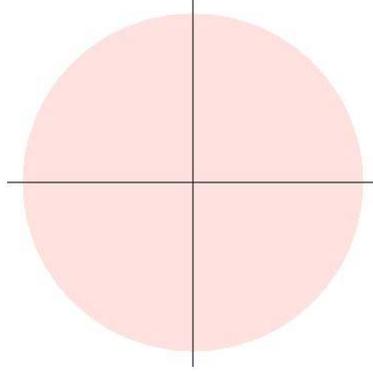
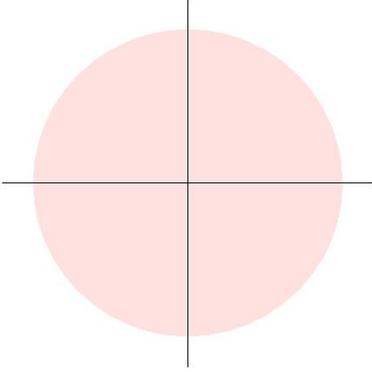
球的表面積

單維彰 · 2015 年 4 月

半徑為 r 的圓面積： $A(r) = \pi r^2$

稍大一點的圓面積： $A(r+h)$

圓環面積 = $A(r+h) - A(r)$



$$\text{半徑為 } r \text{ 的圓周長} \approx \frac{A(r+h) - A(r)}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{半徑為 } r \text{ 的圓周長} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(r+h) - A(r)}{h} \\ &= [A(r)]' \\ &= [\pi r^2]' \\ &= 2\pi r \end{aligned}$$

以上理解了圓周長是圓面積的導函數；用類比的方法，可以理解球的表面積是球體積的導函數。

$$\text{半徑為 } r \text{ 的球體積： } V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{稍大球體積： } V(r+h)$$

$$\text{球殼體積} = V(r+h) - V(r)$$

$$\text{半徑為 } r \text{ 的球表面積} \approx \frac{V(r+h) - V(r)}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{半徑為 } r \text{ 的球表面積} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(r+h) - V(r)}{h} \\ &= [V(r)]' \\ &= \left[\frac{4}{3} \pi r^3 \right]' \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

所以半徑為 r 的球表面積為 $4\pi r^2$ 。