

標準指數函數的反導函數

單維彰・2014 年 12 月

標準指數的反導函數就是其微分基本公式的反運算：

$$[e^x]' = e^x \Leftrightarrow \int e^x dx = e^x + C$$

或者使用連鎖律的微分公式，也就是代換法：

$$[e^u]' = e^u \cdot u' \Leftrightarrow \int e^u u' dx = e^u + C$$

而我們在多項式函數學會的積分線性性質，以及微積分基本定理，還有定積分的方向性、銜接性等等，全都一併適用於標準指數函數的積分。

例如使用係數積來做：

$$\int 3e^x dx = 3 \int e^x dx = 3e^x + C$$

而用代換法來做：

$$\int e^{2x} dx$$

令 $u = 2x$ ，故 $du = 2dx$ 而 $dx = \frac{1}{2}du$ ，所以

$$= \int e^u \frac{1}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \int e^u du$$

$$= \frac{1}{2} e^u + C \quad \text{代回 } u = 2x$$

$$= \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

或者反過來使用連鎖律：

$$\int e^{2x} dx$$

令 $u = 2x$ ，故 $u' = 2$ ，所以

$$= \int e^u \cdot \frac{1}{2} u' dx$$

$$= \frac{1}{2} \int e^u u' dx$$

$$= \frac{1}{2}e^u + C \quad \text{代回 } u = 2x$$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} + C$$