

計算指對數

單維彰・2014年12月

用 Maxima 計算標準指數函數值 e^x 的指令是 `exp(x)`，而常數 e 則要用 `exp(1)` 來產生，而 Maxima 輸出常數 e 的符號是 `%e`。但凡想要輸入指數函數時，例如 e^{-2x} ，不宜使用算式 `%e^(-2*x)`，而應該使用函式 `exp(-2*x)`。

指令 `exp(1)` 產生的是真確的數學常數 `%e`，並不是它的實數近似值。可以用 `exp(1.0)` 得到 e 的近似值 2.182818284...

而 Maxima 的 $\ln x$ 函式卻是像絕大多數的高階計算軟體一樣，是寫 `log(x)`。這是因為，在高階數學裡，自然對數 $\ln x$ 才是最常用的對數，所以用它取代了「常用對數」的符號。當你不確定一個計算軟體的 `log` 指令是自然對數（以 e 為底）還是常用對數（以 10 為底）的時候，最直接的作法就是做實驗：`log(10.0)` 的值如果是 1，當然那就是常用對數的意思，而如果是大約 2.3 則是自然對數。其實，現在也有少部分的計算軟體採用 2 當作底數，如果發現 `log(10.0)` 的值大約是 3.3，則它其實是 \log_2 的意思。

用 Maxima 計算一般底的指數時，例如 $(1.03)^{2.2}$ 可以直接用算式 `(1.03)^(2.2)`，也可以利用指對數來計算：

根據 $a^x = e^{\ln a \cdot x}$ ，所以 $(1.03)^{2.2} = e^{\ln(1.03) \cdot 2.2}$ ，故計算 `exp(log(1.03)*2.2)`

用 Maxima 計算一般底的對數，就是運用換底公式：

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

例如 $\log_2 10$ 的算法就是 `log(10.0)/log(2.0)`；而常用對數的值，例如 $\log 2$ ，其實要這樣算：`log(2.0)/log(10.0)`；。