

科學月刊

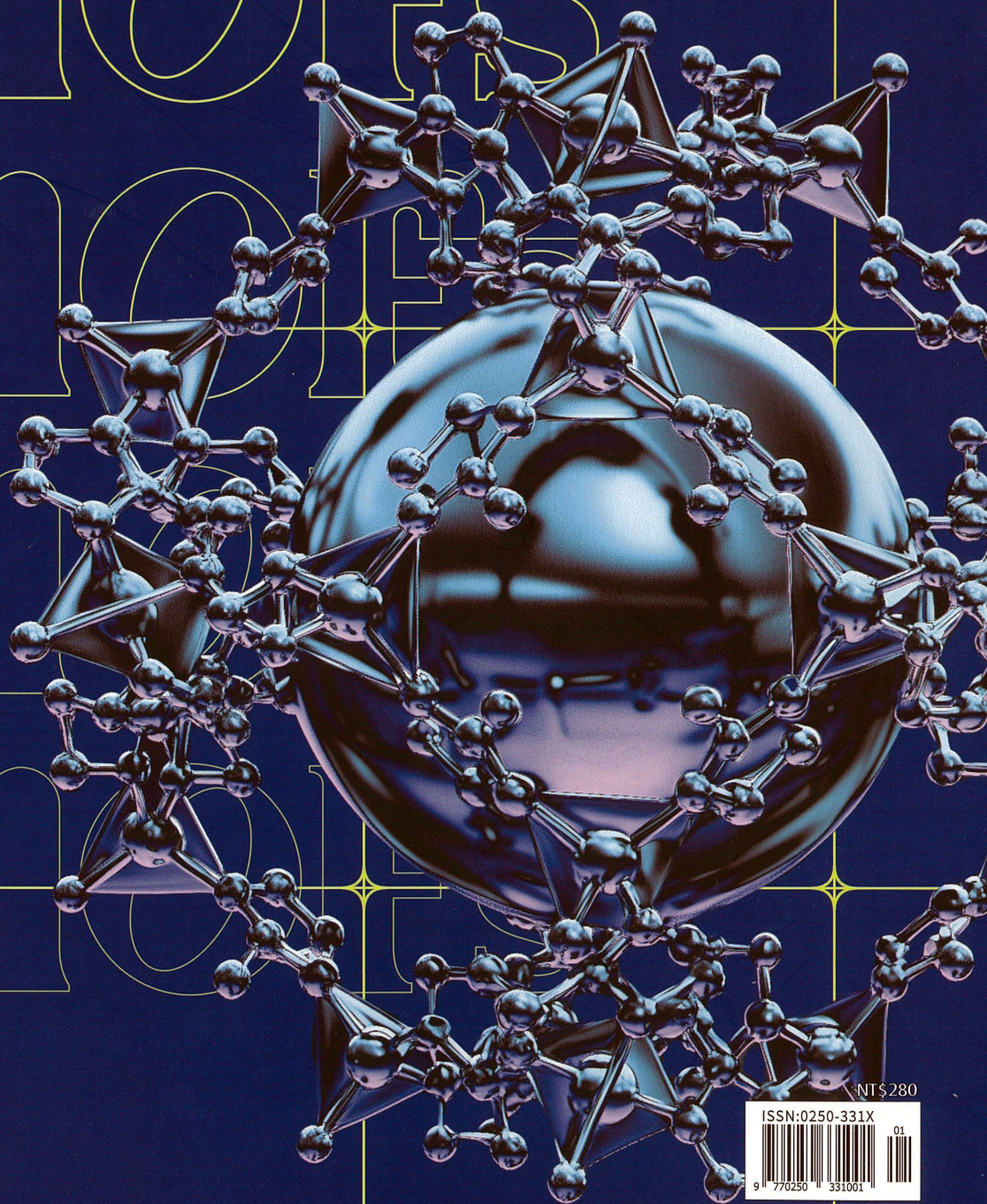
JAN 2026

673

SCIENCE MONTHLY

MOFs

一種新興化學材料金屬有機骨架MOFs，
竟悄悄串起能源、醫療與永續的未來？



論壇直擊・採訪邵逸夫獎得主——沃夫岡・鮑邁斯特
焦點新聞・全新工具讓社群貼文不再輕易煽動人們情緒
經典專欄・種族、性別歧視竟藏在植物名字裡？

NT\$280

ISSN:0250-331X



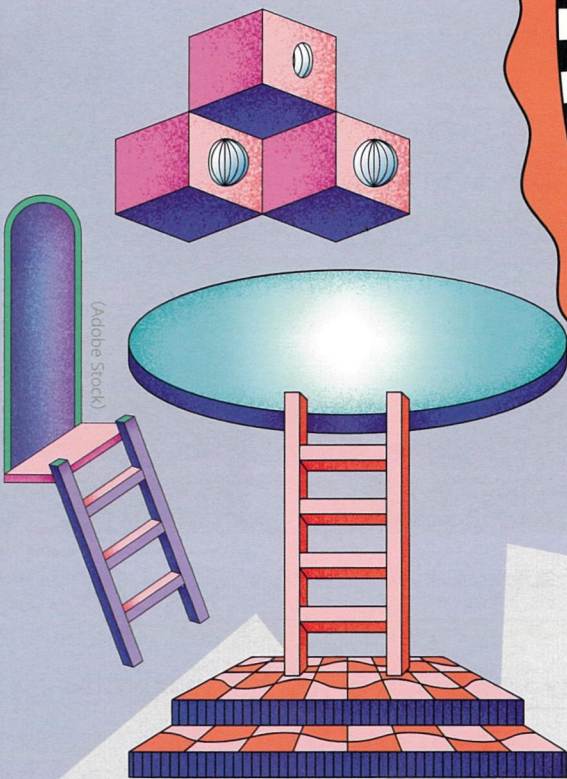
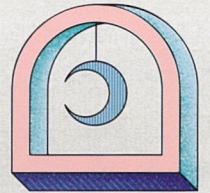
9 770250 331001 01

達利超現實作品中的數學隱喻

四度空間的絕妙巧遇



劉柏宏
勤益科技大學終身特聘教授

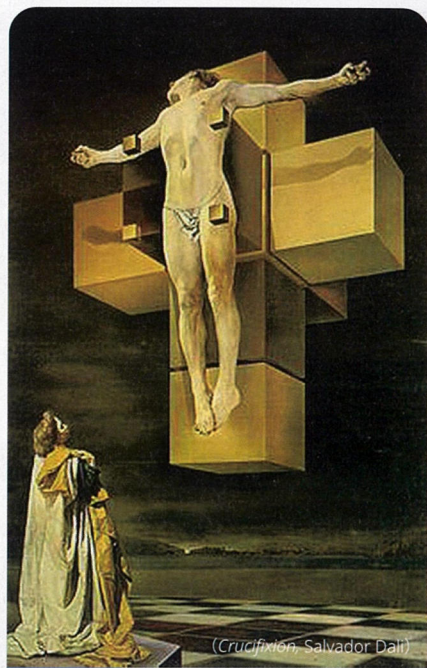
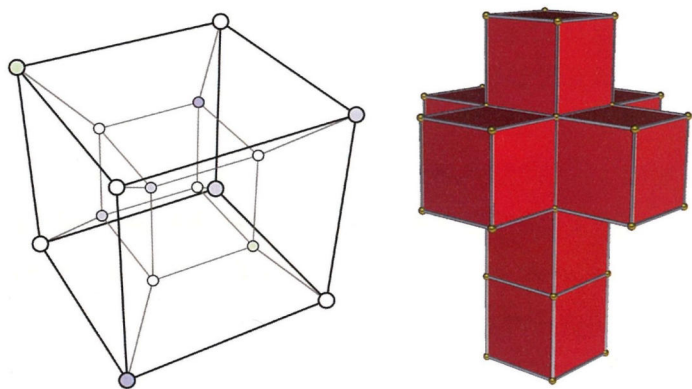


圖一

西班牙畫家達利

(Wikipedia)

圖二 超立方體和展開圖 (Wikipedia)



圖三 達利《耶穌受難圖》

突如其來的邀約

1975年1月底，美國布朗大學 (Brown University) 數學教授班喬夫 (Thomas F. Banchoff) 下課回到研究室，發現一張助理留下的字條，要他和一位自稱是西班牙畫家達利 (Salvador Dalí, 圖一) 的代理人聯絡，並希望他到紐約瑞吉酒店 (St. Regis Hotel) 與達利見面。當時班喬夫只是位年輕數學家，而達利已是名滿天下的藝術家，班喬夫看了這字條後半信半疑地問了同事意見。「嗯，這要麼是場騙局，要麼會惹來官司，但就算是最壞的狀況，起碼我們有個可以說嘴的好故事。」後來班喬夫決定赴約，最終他見到了達利。

原來，《華盛頓郵報》(The Washington Post) 在1月22日刊登一篇專訪，文中介紹了「超立方體」(hypercube, 圖二) 並附上一張班喬夫手拿展開模型的照片。這引起了達利的注意。

20 年的時空邂逅

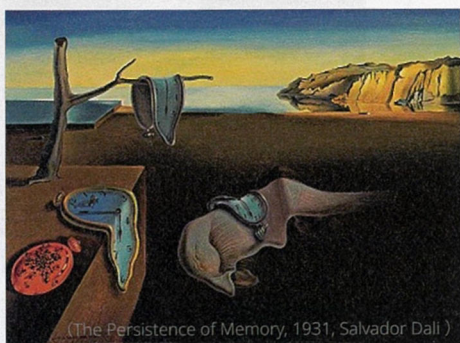
超立方體，即四度空間中的立方體，展開後是8個三維正立方體 (圖二)。為什麼是8個三維正立方體？因為2個零維的點可以連成1條一維的直線，4條一維的直線可以組成二維的正方形，6個二維正方形可以組成三維的正立方體，四維的「超立方體」自然由8個三維的正立方體組成。

達利早在他的《耶穌受難圖》(Crucifixion, 圖三) 中以「超立方體」作為十字架的象徵，達利之所以約班喬夫見面，就是希望對方可以讓渡那超立方體模型，以便將它展示於達利當時正在籌備中的博物館。班喬夫一口答應，因為《耶穌受難圖》就是觸發他往後從事幾何研究的啟蒙動機。班喬夫十歲時在一本漫畫書中首次讀到四度空間，當時的他就被這概念所吸引。1954年達

圖四

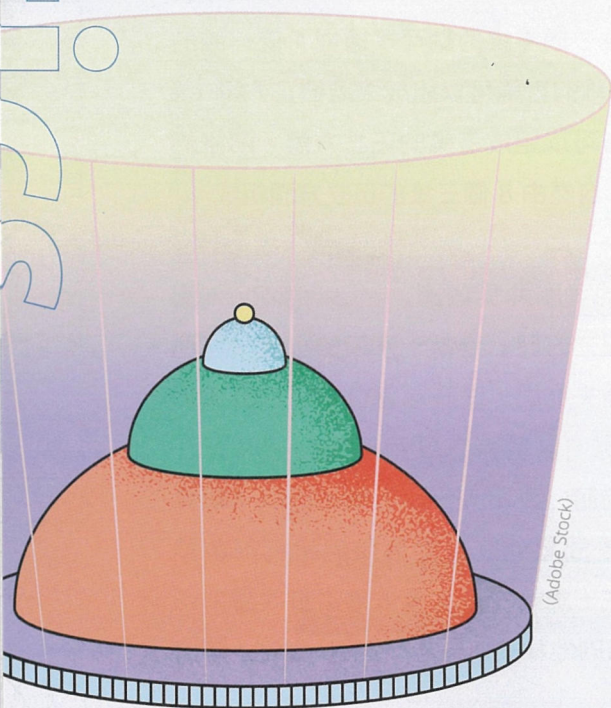


● 1973 年班喬夫在加州大學柏克萊分校手拿超立方體展開模型。(Wikipedia)



(The Persistence of Memory, 1931, Salvador Dalí)

圖五 達利《時間的記憶》



利創作《耶穌受難圖》，那年班喬夫 16 歲，根據四度空間的類比方式比喻基督教「三位一體」的理論。隔（1955）年，班喬夫初訪紐約大都會藝術博物館（Metropolitan Museum of Art）並親眼見識到《耶穌受難圖》，回去後便在日記本中寫下：「薩爾瓦多·達利的《耶穌受難圖》令人印象深刻。」當時班喬夫還無法意識到，那次與達利作品的邂逅會對他的職業生涯產生什麼影響。

班喬夫後來進入加州大學柏克萊分校（University of California, Berkeley）博士班就讀，師從華裔數學家陳省身進行幾何學研究。在研究多面體環面（polyhedral tori）性質時，他認識到具有 16 個四邊形的多面體環面，實際上是四維空間中由「超立方體」的正方形所構成環面在三度空間的投影。此時，班喬夫才意識到這種多面體表面與達利《耶穌受難圖》中「超立方體展開模型」之間的連結，於是製作了「超立方體」模型（圖四），也才有後來和達利見面的機會。

達利的神祕宣言

1940 ~ 1950 年代，當時畢卡索所引領的「立體主義」以藝術解構現實，一時蔚為風尚。達利在 1951 年 4 月發表一篇《神祕宣言》（*Mystical Manifesto*），文中除感謝畢卡索終結當代繪畫藝術的醜陋之外，更自詡為「新偏執批判神祕主義」的發明者和現代繪畫藝術的救世主，正如他的名字一般（西班牙語中的 Salvador 意為救世主）。他說這種達利神祕主義（Dalian Mysticism）主要依賴於科學的進步，特別是量子物理的實在性所衍生出形而上的精神性（the metaphysical spirituality of the substantiality of quantum physics）。達利舉例，一粒麥子漂浮在離地面一公尺半的空中，會牢牢地固定在那兒，以至於一頭大象用盡全力也無法撼動它；若你掀開海灘上的海水，將會發現睡著一隻活生生的狗。即使這些聽起來不可思議，達利

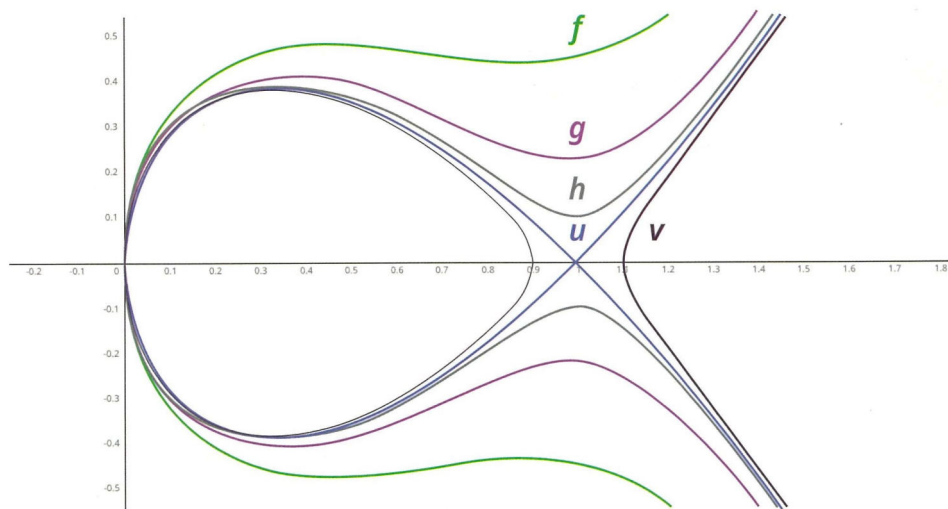
說：「一旦你看到了它們，你就能逼真地描繪它們。」文中，達利又提到愛因斯坦的相對論瓦解了時間的絕對性，激起他的靈感而將時鐘畫得虛軟無力（圖五）。這種超現實的想像也反映在《耶穌受難圖》中。畫中的耶穌沒有流血，看不見滿臉痛苦哀淒的表情，側仰的臉龐反而顯現出一種引以為傲的無悔。耶穌身上的釘子被立方塊所取代，但並沒有釘在耶穌身上，而是和四度空間的「超立方體」一起飄浮在三度空間中，似乎象徵著耶穌就是時空的主宰。此時，數學與宗教共構出一種難以言喻的矛盾與和諧。

紐約初遇之後達利和班喬夫仍保持聯繫，兩人時常討論三維空間以上的幾何曲面構造。班喬夫發現達利具有相當深刻的幾何概念，原來達利早已結識另一位法國數學家托姆（René Thom）。托姆從研究拓樸學起家，後來最廣為人知的就是開創突變理論（Catastrophe Theory）。突變理論

是動力系統研究中分岔理論的一個分支，研究環境中連續變遷過程的一些微小變化，最後卻突然導致劇烈轉變的現象。例如圖六中有五個方程式圖形，它們的通式為 $y^2 = x^3 + ax^2 + bx$ 。其中，係數 a 和 b 是控制參數，若固定 $a = -2$ 只調整 b 的值，取 $b = 1.2$ 、 $b = 1.05$ 、 $b = 1.01$ 、 $b = 1$ ，會分別得到 f 、 g 、 h 和 u 的圖形，這時候圖形都是連續的。然而，當 b 值再縮小一些些，例如 $b = 0.99$ ，圖形 v （紫色曲線）會突然斷裂成兩部分，即使 $b = 0.999$ 或 $b = 0.9999$ 也是一樣， b 值的微小變動突然在圖形上產生巨大變化。

達利對這種突變現象很感興趣，因此據說是達利主動找上托姆向他請教。他倆只見過一次面，確切日期並不清楚，但達利1979年於法國學院美術院（Académie des Beaux）的演講中提到那次會面的情景。兩人都對位於法國和西班牙加泰羅尼亞邊境的庇里牛斯山脈（Pyrénées-Mont

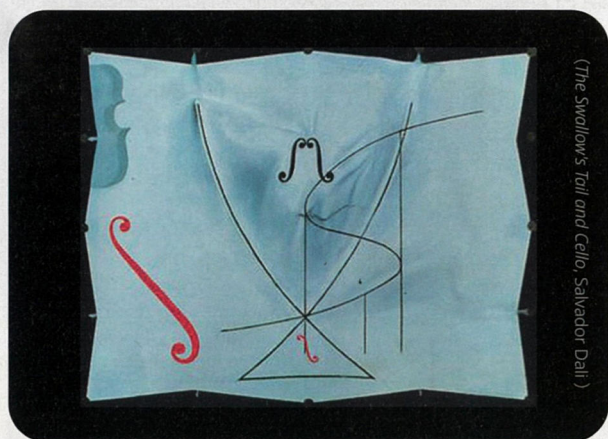
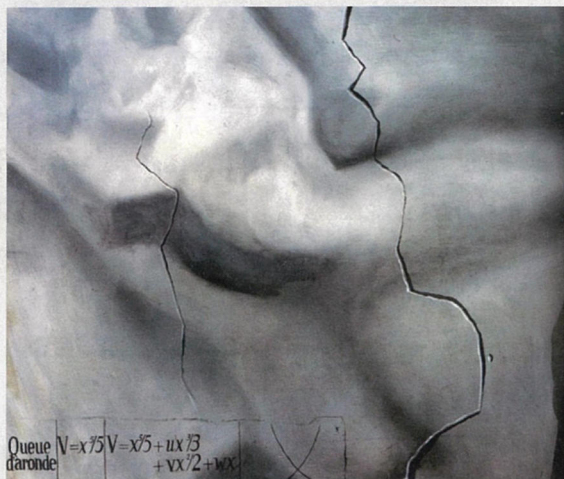
圖六 方程式圖形的突變現象（作者提供）



圖七

(El rapte topològic d'Europa, Salvador Dali)

《歐洲的拓樸綁架 - 向勒內托姆致敬》



圖八

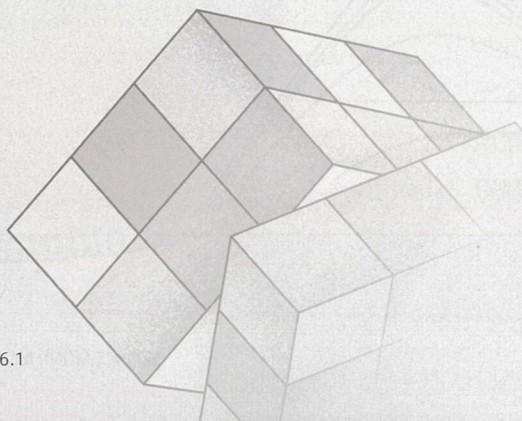
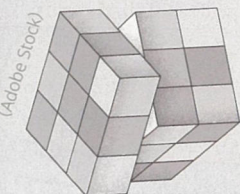
《燕尾與大提琴》

Perdu) 地質特徵感到興趣，因為那是三個構造板塊交會的地區。並且，達利將托姆的突變理論描述為「世界上最美麗的美學理論」，他生前最後的作品中有兩幅就與托姆有關。例如 1983 年的《歐洲的拓樸綁架 - 向勒內托姆致敬》(El rapte topològic d'Europa, 圖七)，兩道深深的裂縫象徵著擠壓的板塊，中間下方兩撇交叉的燕尾狀圖形代表突變理論七種突變型態中的「燕尾型突變」(Swallowtail catastrophe)，最左邊用法文寫著燕尾(queue d'aronde)和代表突變模型的五次方程式 $V = \frac{x^5}{5} + \frac{ux^3}{3} + \frac{vx^2}{2} + wx$ 。

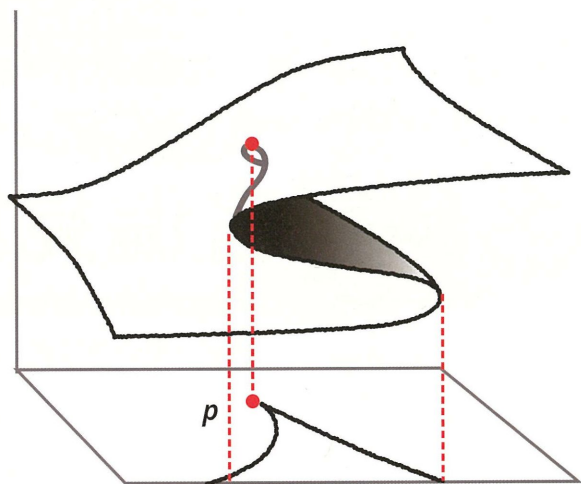
另一幅也畫於 1983 年的《燕尾與大提琴》(The Swallow's Tail and Cello, 圖八) 更是直接將「燕尾型突變」具象化。班喬夫提到他去拜訪達利所見到的情景：

當時他正在創作最後的幾幅畫作，靈感來自他朋友托姆的突變理論圖像。我們看到架上畫著一把大提琴還有一個細長的 S 形讓人聯想到積分符號，還有一個帶有反曲點的三次曲線。燕尾型突變的特徵形狀被描繪為一個聖杯。當我們一起觀看最新版本的委羅內塞曲面 (Veronese Surface) 影片時，只要出現突變現象的畫面，達利就興奮地評論著。

「燕尾型突變」有三個控制參數，它是由三個褶疊分叉曲面所組成。這三個曲面匯聚成尖點分叉曲面 (cusp bifurcation surface, 圖九)。班喬夫所說圖八中的「一個帶有反曲點的三次曲線」實際上是尖點分叉曲面的二維截面。從圖九可以看到兩條尖點分叉曲線 (cusp bifurcation curve)，



圖九 尖點分叉曲面 (作者提供)



它們是由摺疊曲面在邊界相交時所形成的曲線在平面上的投影，會相交在燕尾分叉點 P 上。圖八中大提琴和拉長的 s 形，是積分概念的隱喻，表示突變理論中的勢能函數 (potential function) 是梯度函數 (gradient function) 的積分，表示系統的能量狀態。達利大托姆 19 歲，他在遲暮之年仍不忘構思創作這幅畫向托姆致敬，可見達利是多麼地熱愛突變理論。

達利通常被歸類為超現實派的畫家，但他個人對此並不認同。他在 1951 年 47 歲時開始構思《耶穌受難圖》，同年在所寫的《神祕宣言》中自認為是基於科學的「新偏執批判神祕主義」者。旁人或許認為特立獨行的達利有一點瘋狂，但其實他對自己一生的期許是相當理性且按部就班的。他 45 歲出版《神奇技藝的 50 個秘密》(50 Secrets of Magic Craftsmanship) 一書，在一開始的獻詞中他說：

6 歲時，我想成為拿破崙，但我沒有。15 歲時，我想成為達利，而我做到了。25 歲時，我想成為世界上最轟動的畫家，我實現了。35 歲時，我想透過成功肯定我的人生，我完成了。現在，45 歲的我想創作一幅傑作拯救現代藝術使其免於混亂與懶惰。我一定會成功！這本書獻給這場聖戰，我將它獻給所有對真正繪畫充滿信仰的年輕人。

懶於學習新的人文

原來，《耶穌受難圖》想表達的不僅僅是對耶穌對世人的救贖，也是他對現代藝術的救贖。

