

## 2 數線〔教學說明〕

### 教學目標

以國小的「半截數線」作為迎接國中新生的第二課，一方面溫故知新，另一方面也是因為許多學生在國小沒有機會好好學習數線，在此提供第二次機會。本教材沒在複習因數與倍數之後，接著講分數的四則運算，原因是我們認為小學畢業生並沒有必要精熟「分數四則」，這件事以後再說。

#### 知

- 數線上的刻度就是「數」，更精確的名稱是「實數」。
- 分數是數線上的刻度，可見分數也是數。
- 數同時有「刻度」與「長度」的雙重意義。

#### 行

- 能用單位線段（或者給定的分段）在數線上劃出其倍數的刻度，那些刻度稱為二分數、三分數等等。
- 能說出分數。
- 能指認等值分數。

#### 識

- 數線的單位長應該是另外指定的，用它來劃數線上的刻度。
- 數線一端畫上箭頭，表示它是比較大的那一側，或者代表「前方」。
- 明白為什麼會出現等值分數（重合的刻度）。
- 明白整數也可以寫成分數形式（分母為1）。

### 主要設計理念

1. 雖然數線上的刻度1的確代表單位長，但是在概念上，單位長是另外指定的，根據它來決定刻度1的位置。就好像如果我們要製作一把以「公分」為單位的尺，「公分」的長度是另外指定的，並非一開始就在尺上。
2. 其實「等分單位線段」並不容易，所以教材提供二等分、三等分、以及其他所需等分的線段，讓學生只要使用圓規就能複製長度。
3. 用單位線段劃出二分數、三分數、四分數、六分數……，是為了具體展示單位分數，也讓學生在操作中明白分數刻度的意義。單位分數在將來的學習擔任重要的角色。
4. 用重合的刻度導引等值分數觀念。教材並沒有提出等值分數的算則，是故意的。因為一旦引進約分與擴分算則，就容易把分數視為「上、下兩個數」，但是此時的主要教學目標就是要學生內化「分數是一個『數』」的認知，約分與擴分，必須在分數觀念穩固之後再說。

### 教學備忘

1. 教材使用圓規複製線段長的原因有二：
  - (1) 這是國中階段幾何課程的基本動作之一；
  - (2) 避免使用直尺的公分、公釐來測量，以避免數線與直尺上兩種刻度造成的溝通混淆。

2. 在小學階段，非常重要的教學特徵就是給學生手作經驗。國中數學比較不注意操作，但是許多小學生也沒有獲得足夠的操作經驗，所以在「銜接國小」的學習中，請不要省略操作，務必讓學生補足操作經驗。手作經驗對未來的數學學習非常重要。
3. 如「設計理念」第 4 點，我們故意不在此時引進約分算則。但是當學生能夠指認一組等值分數之後，教師可以問學生：同組中的哪一個分數看起來最「簡單」？
4. 請自然地使用二分數、三分數、四分數……這些名詞。
5. 我們不反對教師自己延伸到五分數、七分數。但是因為教材給定的單位長不太長，劃出五分數、七分數，很難和六分數清楚區隔。所以，如果教師要延伸到更小的單位分數，建議放大單位長。
6. 我們故意不做十分數，留待引進小數時使用。

## 教學素養

### ● 怎樣等分線段？

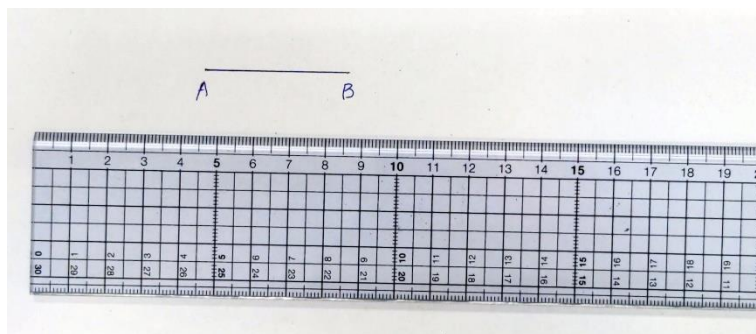
老師只要想像一下：假如任意畫一條直線段，要把它三等分、五等分或七等分，很快就會發現這其實不容易。在教材中的單位線段，其實是 24mm 長的線段，讓我方便做它的二等分、三等分、四等分、六等分。也就是說，在教師準備教材時，可以依據需求設定單位線段的長度。可是假如線段不是設計好的長度，那就只好用測量的方式等分線段，雖然難免帶著誤差，但基本上還是可行。

理論上，假如不測量長度，該怎樣平分線段呢？其實這曾經是 10 年級的數學學習內容，但是許多學生並沒有好好學習，因為它顯然不會出現在學測或指考中，所以許多教師就不注意這項學習內容。後來，這項學習內容就消失了。

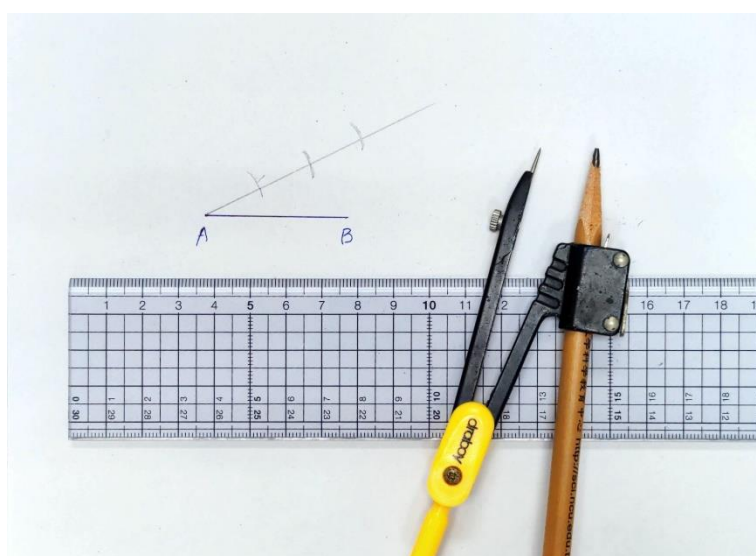
二等分（折半、平分）任意線段，使用中垂線。凡是  $2^n$  等分（四等分、八等分……），皆重複使用中垂線。中垂線作圖是 8 年級的學習內容，假設老師們都會。其他段數的等分，則為一般作法。以最少的「三等分」為例。需要的工具為紙、筆、直尺，圓規，還有一片直角板；假如沒有正式的三角板（直角板），任何一個有直角的物件皆可——例如一張長方形卡片（我隨便抽了一張不用的名片）。也許還要橡皮擦。



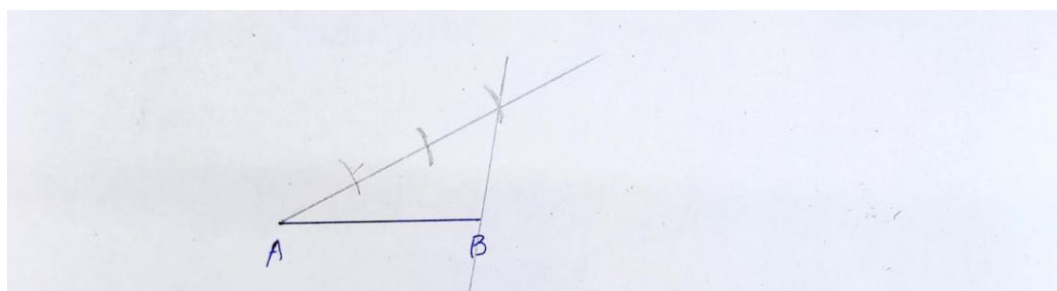
隨便畫一條線段，用直尺；雖然我恰好畫了 5 公分，但那不是重點。稱它為 **AB** 線段。



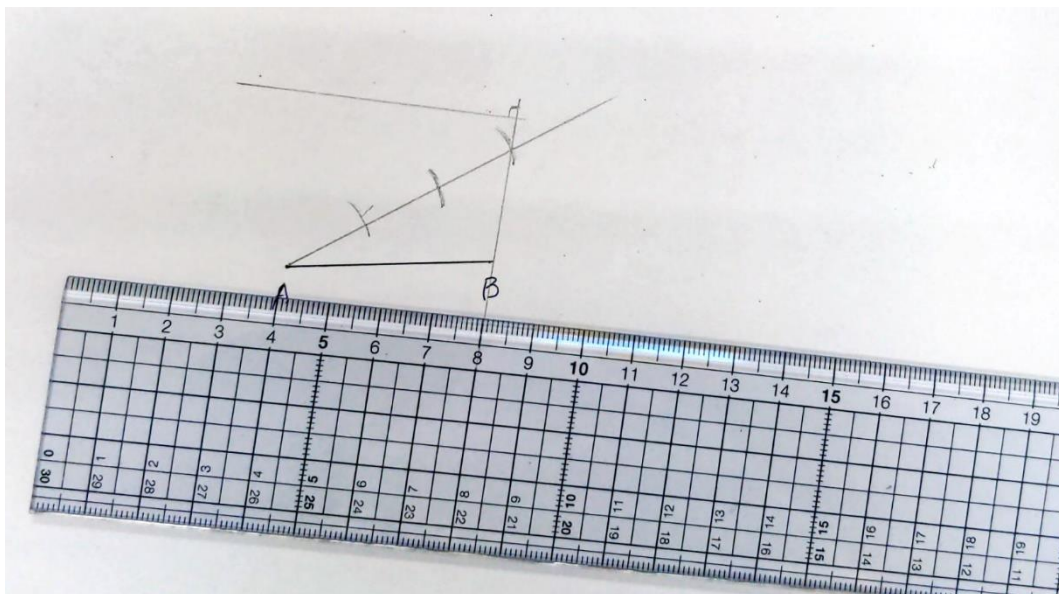
以 **A** 為始點，隨便畫一條射線，使它與 **AB** 線段夾銳角即可。設定圓規兩足為適當距離，固定住，從 **A** 點開始，依序在射線上畫三個刻度。因為固定了圓規張開的距離，所以射線上分割出三段等長的線段。



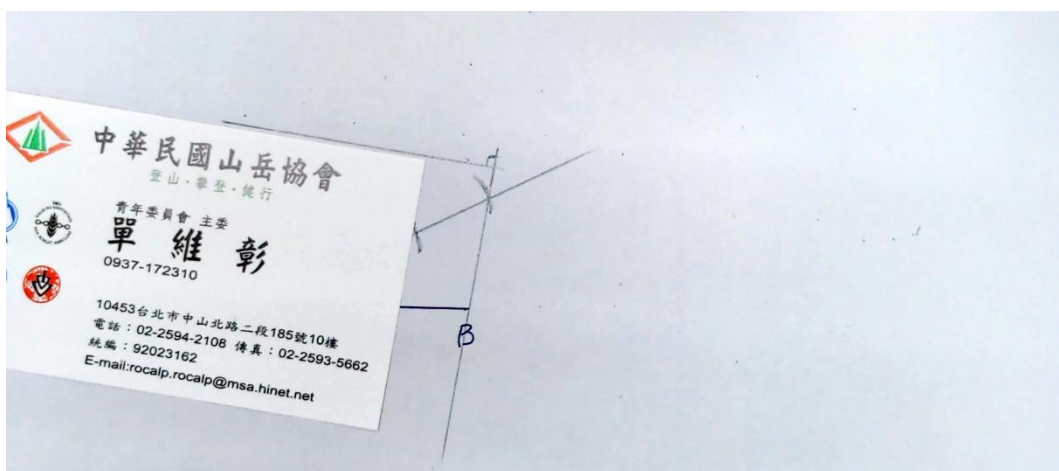
用射線的第三刻度（最後一個刻度）與 **B** 點，畫一條直線；稱它為參考線。



做通過射線上的刻度，且平行於參考線的直線，與 **AB** 線段的交點就將 **AB** 線段等分三段。怎樣做平行線？原理是：垂直於同一直線的所有直線皆彼此平行。在參考線上適當位置，做一條垂直線；稱它為輔助線。其實，我的透明直尺很方便畫垂直線。

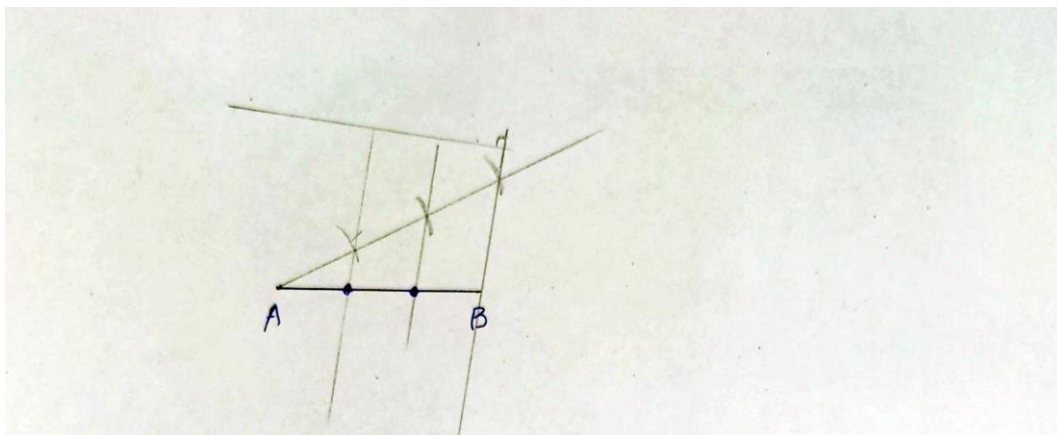


但為了示範一般作法，我用長方形卡片。用卡片上的直角，可以決定一條垂直於輔助線，而且通過射線上第二刻度的直線。



這樣做出來的直線，就與參考線同時垂直於輔助線，所以新的直線平行於參考線。如法炮製通過第一刻度的平行線。這兩條平行線與  $AB$  線段交於兩點。這兩點就把  $AB$  線段等分三段。原因：國三的課題「截比例線段」。

下圖看到以  $AB$  為一邊的（大）三角形。三角形被兩條平行於右邊的直線截過，所以這兩條直線稱為三角形的「平行截線」。平行截線將三角形的兩邊各分割成若干段，例如下圖的上邊和下邊各分三段。所謂「截比例線段」意思是：這兩邊的各段長同比例。因為射線（上邊）的三段長為  $1:1:1$ ，所以  $AB$  線段上的三段長也是  $1:1:1$ ，也就是三等分的意思。



把過程擦掉，只呈現漂亮的結果：三等分  $AB$  線段。

